

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский
Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва»

На правах рукописи



Грязнов Сергей Юрьевич

**РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ОЦЕНКИ ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА
АРМИРОВАННЫХ БЕТОННЫХ БАЛОК, ПОДВЕРЖЕННЫХ
ВОЗДЕЙСТВИЮ ЖИДКИХ АГРЕССИВНЫХ СРЕД**

2.1.1. Строительные конструкции, здания и сооружения

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель
доктор технических наук, профессор
Селяев Владимир Павлович



Саранск 2025

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ	
ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ НАДЕЖНОСТИ,	
ДОЛГОВЕЧНОСТИ И ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА	
АРМИРОВАННЫХ БЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ	13
1.1 Проблемы обеспечения надежности и долговечности в	
условиях воздействия эксплуатационных нагрузок и	
агрессивных сред	13
1.2 Анализ методов оценки остаточного ресурса	20
1.3 Фрактальные методы анализа структуры бетона и ее	
деградации	34
1.4 Выводы по 1 главе	39
ГЛАВА 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ	41
2.1 Результаты лабораторных испытаний балок,	
армированных стеклокомпозитной арматурой	41
2.2 Приведение экспериментальных диаграмм	
деформирования к нормативному виду	59
2.3 Аналитическое описание экспериментальных диаграмм	
деформирования бетона	62
2.4 Выводы по 2 главе	71
ГЛАВА 3. РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ	
ФРАКТАЛЬНЫХ СВОЙСТВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ	
ДИАГРАММ ДЕФОРМИРОВАНИЯ БЕТОНА	
3.1 Метод определения величины фрактальной размерности	73
3.2 Оценка влияния дискретности экспериментальных	
данных на величину фрактальной размерности	78
3.3 Мультифрактальный анализ диаграмм деформирования	82

3.4	Количественная оценка изменения структурной неоднородности бетона	88
3.5	Разработка моделей машинного обучения для классификации механизмов деградации структуры бетона и определения длительности воздействия агрессивной среды	95
3.6	Выводы по 3 главе	101
ГЛАВА 4. ОСТАТОЧНЫЙ РЕСУРС АРМИРОВАННЫХ БЕТОННЫХ БАЛОК, ПОДВЕРЖЕННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЮ ЖИДКИХ АГРЕССИВНЫХ СРЕД		103
4.1	Разработка фрактальных и мультифрактальных моделей деградации структуры бетона	103
4.2	Применение фрактальных и мультифрактальных деградиационных функций при оценке остаточного ресурса армированных бетонных балок	113
4.3	Формирование базы данных для обучения и верификации моделей машинного обучения, для оценки остаточного ресурса конструкций	123
4.4	Выводы по 4 главе	126
ЗАКЛЮЧЕНИЕ		128
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ		130
ПРИЛОЖЕНИЕ А – Экспериментальные данные		157
ПРИЛОЖЕНИЕ Б – Объекты интеллектуальной собственности		183
ПРИЛОЖЕНИЕ В – Внедрение результатов диссертационной работы		187

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования

Многие армированные бетонные конструкции, здания и сооружения, несмотря на методы эффективной защиты, могут подвергаться агрессивному воздействию окружающих сред на любом из этапов жизненного цикла [1-9]. При этом, процесс разрушения сложноорганизованной структуры бетона инициируется на микроскопическом уровне и развивается до момента формирования магистральной трещины [10-14]; приобретает свойства фрактала при рассмотрении экспериментальной диаграммы деформирования на разных масштабных уровнях [15-18]. Фрактальный анализ применяют для оценки степени повреждения структуры материала, интенсивности процессов деградации [19-21], а также остаточного ресурса и долговечности конструкций в целом [13]. Несмотря на огромную проделанную работу по нормированию долговечности конструкций, по-прежнему, нет единого мнения о том, какие ключевые параметры использовать в расчетных моделях деградации структуры материалов при эксплуатации в агрессивных средах.

Основным нормативным документом [22], определяющим принципы проектирования конструкций по жизненному циклу, является международный стандарт ISO 16204:2012 «Долговечность. Расчет срока службы бетонных конструкций» [23]. Кроме того, в Российской Федерации действуют: ГОСТ Р ИСО 13822 «Основы проектирования конструкций. Оценка существующих конструкций» [24]; ГОСТ Р ИСО 16204:2012 «Долговечность. Расчет срока службы бетонных конструкций» [25]; ГОСТ 31384-2017 «Защита бетонных и железобетонных конструкций от коррозии. Общие технические требования» [26]; ГОСТ 27751-2014 «Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения (Переиздание, с Изменением N 1)» [213]; Методические рекомендации «Методика оценки остаточного ресурса несущих конструкций зданий и сооружений» [214].

Среди наиболее достоверных и точных моделей для оценки остаточного ресурса конструкций можно отметить модели, основанные на: методах теории вероятности [27, 28]; анализе изменения элементного и химического составов материала и фильтрата [29]; применении классической теории сопротивления материалов [30]; методах теории химического сопротивления материалов [31-34]; методах машинного обучения [35-37].

Разработкой и внедрением моделей машинного обучения при анализе напряженно-деформированного состояния конструкций занимаются многие исследователи [38-57]. Основное преимущество данных методов заключается в высокой аналитической и обобщающей способности алгоритмов, а также в их умении нахождения скрытых связей между нелинейно изменяющимися во времени параметрами, влияющими на долговечность конструкции. Многие из данных параметров, таких как: концентрация и химическая активность среды; механические воздействия; распределение крупных заполнителей в структуре; нередко приобретают случайные значения, низкая степень определенности которых вносит существенные погрешности в классические расчетные модели [4, 6, 7, 58-60]. При этом, анализ и отбор самих входных параметров представляют собой сложную научно-техническую задачу.

Проблема обеспечения надежности и долговечности железобетонных конструкций остается одной из наиболее острых в строительной науке и практике. Массовое старение сооружений, построенных более полувека назад, требует объективных методов диагностики и прогнозирования их остаточного ресурса. Несмотря на многочисленные исследования, отсутствует единый подход, позволяющий учесть эволюцию деградации от микрповреждений в структуре цементного камня до образования макротрещин. Современные возможности получения высокоточных экспериментальных диаграмм деформирования и применение аппарата фрактальной геометрии создают предпосылки для разработки комплексной методологии анализа деградации бетона. Реализация такого подхода позволит сформировать надежную

научную основу для продления безопасной эксплуатации железобетонных конструкций.

Степень разработанности темы исследования

Вопросам изучения остаточного ресурса строительных конструкций посвящено большое количество работ Н.С. Стрелецкого, А.Р. Ржаницына, В.В. Болотина, Л.М. Пухонто, Ю.В. Зайцева В.И. Соломатова, В.П. Селяева, В.В. Петрова, А.Ф. Полака, В.Ф. Степановой, В.Р. Фаликмана, К. Tuutti, M. Alexander, F.H. Wittmann, L. Bertolini, F. Jiang, U.M. Angst, R.E. Melchers, E. Sistonen, M.G. Stewart, D.V. Rosowsky, F. Biondini и многих других ученых. Важной отличительной особенностью перечисленных работ является учет в моделях деградации структуры материалов и конструкций фактора времени.

Разработкой методов фрактального анализа строительных материалов и конструкций занимались: В. Mandelbrot, E. Feder, F. Borodich, A. Carpinteri, H. Takayasu, В.К. Балханов, В.П. Селяев, Т.А. Низина и другие. Применение основ фрактальной геометрии позволили рассмотреть процессы разрушения структуры материалов на элементарном уровне; получить описание детерминированных процессов, применив строгие математические законы.

Цель исследования – разработка методики оценки остаточного ресурса армированных бетонных конструкций, работающих в условиях совместного воздействия механических нагрузок и жидких агрессивных сред, на основе фрактальных моделей деградации структуры бетона.

В соответствии с поставленной целью решались следующие **задачи**:

1. Выполнить анализ современного состояния исследований в области надежности, долговечности и остаточного ресурса армированных бетонных конструкций, работающих в условиях совместного воздействия механических нагрузок и жидких агрессивных сред.

2. Провести лабораторные испытания армированных бетонных балок в условиях воздействия механических нагрузок и жидких агрессивных сред. Определить упруго-прочностные свойства бетона контрольных образцов; на их основе провести сравнительный анализ деформационных моделей сжатого

бетона. Подобрать функцию аппроксимации нелинейных экспериментальных диаграмм деформирования, соответствующую условиям расчета конструкций численными методами.

3. Разработать алгоритм оценки структурной неоднородности бетона армированных конструкций, основанный на методе определения фрактальной размерности диаграмм деформирования контрольных образцов. Установить корреляции между упруго-прочностными свойствами бетона и фрактальными характеристиками неоднородности его структуры.

4. Разработать фрактальные модели деградации бетона армированных конструкций, учитывающие воздействие жидких агрессивных сред, а также разработать на их основе методику оценки остаточного ресурса.

Объект исследования – армированные бетонные балки, подверженные совместному воздействию механических нагрузок и жидких агрессивных сред.

Предмет исследования – закономерности деградации структуры бетона и оценка остаточного ресурса армированных бетонных балок при совместном воздействии механических нагрузок и жидких агрессивных сред.

Научная новизна

1. Разработана методика оценки остаточного ресурса армированных бетонных конструкций, работающих в условиях совместного воздействия механических нагрузок и жидких агрессивных сред, на основе фрактальных моделей деградации структуры бетона.

2. Экспериментально обоснованы корреляционные зависимости между упруго-прочностными свойствами бетона и фрактальными характеристиками неоднородности его структуры, необходимые для оценки остаточного ресурса конструкций, учитывающие кинетику деградационных процессов.

3. Предложен алгоритм оценки структурной неоднородности бетона армированных конструкций, основанный на методе определения фрактальной размерности диаграмм деформирования контрольных образцов материала,

учитывающий негативное влияние дискретности экспериментальных данных на малых масштабных уровнях.

4. Экспериментально обоснована нелинейная деформационная модель сжатого бетона, представленная в виде модифицированной полиномиальной функции, позволяющая повысить точность расчетов конструкций численными методами, за счет достоверной аппроксимации экспериментальных диаграмм деформирования и получения осесимметричных эпюр секущих и касательных модулей деформации бетона.

Теоретическая и практическая значимость

Теоретическая значимость результатов работы заключается в развитии фундаментальных представлений о механизмах деградации структуры бетона армированных конструкций при воздействии на них жидких агрессивных сред. Была обоснована релевантность фрактальных характеристик диаграмм деформирования для количественной оценки структурной неоднородности бетона и установлены закономерности ее изменения во времени. Выявленные корреляционные зависимости между фрактальной размерностью и упруго-прочностными свойствами исследуемых материалов позволили разработать методику оценки остаточного ресурса армированных бетонных конструкций.

Практическая значимость результатов работы заключается в создании инструментария для оценки остаточного ресурса армированных бетонных конструкций, подверженных совместному воздействию жидких агрессивных сред, а также нелинейной деформационной модели, повышающей точность их численного расчета. Результаты применимы в инженерной диагностике и для актуализации нормативных документов.

Методология и методы исследования

При проведении исследований в диссертационной работе применяли взаимодополняющие методы научного познания. Эксперимент заключался в проведении серии лабораторных испытаний бетонных образцов и балок со стеклокомпозитной арматурой, экспонируемых в жидких агрессивных средах.

Результаты работы основаны на собственных экспериментах и научных публикациях, а также анализе научных публикаций, представленных в обзоре.

Сопоставление полученных результатов с известными литературными источниками позволило разработать предложения по использованию методов фрактального анализа для оценки остаточного ресурса исследуемых бетонных конструкций.

Положения, выносимые на защиту

1. Методика оценки остаточного ресурса армированных бетонных конструкций, работающих в условиях совместного воздействия механических нагрузок и жидких агрессивных сред, основанная на фрактальных моделях деградации структуры бетона.

2. Корреляционные зависимости между упруго-прочностными свойствами бетона и фрактальными характеристиками неоднородности его структуры, необходимые для оценки остаточного ресурса конструкций, учитывающие кинетику деградационных процессов.

3. Алгоритм оценки неоднородности структуры бетона армированных конструкций, основанный на методе определения фрактальной размерности диаграмм деформирования контрольных образцов, учитывающий негативное влияние дискретности экспериментальных данных на малых масштабных уровнях.

4. Нелинейная модель деформации сжатого бетона, представленная в виде модифицированной полиномиальной функции, позволяющая повысить точность расчетов конструкций численными методами, за счет достоверной аппроксимации экспериментальных диаграмм деформирования и получения осесимметричных эпюр секущих и касательных модулей деформации бетона.

Апробация результатов

Результаты диссертационной работы обсуждались на:

1. Международной научно-технической конференции, посвященной памяти первого председателя научного совета РААСН «Механика разрушения бетона, железобетона и других строительных материалов», почетного члена

РААСН, доктора технических наук, профессора Зайцева Юрия Владимировича: «Долговечность, прочность и механика разрушения строительных материалов и конструкций» (г. Саранск, 2020 г.).

2. XXIV Научно-практической конференции молодых ученых, аспирантов и студентов Национального исследовательского Мордовского государственного университета (г. Саранск, 2021 г.).

3. Всероссийской с международным участием научной конференции «L Огарёвские чтения», посвященной 90-летию ФГБОУ ВО «МГУ им. Н.П. Огарёва» (г. Саранск, 2021 г.).

4. Всероссийской с международным участием научной конференции «LII Огарёвские чтения» (г. Саранск, 2023 г.).

5. V Международной конференции «ЭРА IP: Интеллектуальная собственность в системе инновационно ориентированной экономики» (г. Москва, 2023 г.).

6. I Петербургском международном молодежном саммите техноброкеров, изобретателей и рационализаторов IpTech, приуроченном ко Дню российского предпринимательства (г. Санкт-Петербург, 2023 г.).

7. XXII Международной научно-технической конференции «Актуальные вопросы архитектуры и строительства», посвященной 105-летию со дня рождения В.А. Карташова (г. Саранск, 2024 г.).

8. II Международной научно-практической конференции «Качество жизни: архитектура, строительство, транспорт, образование» (г. Иваново, 2024 г.).

9. XXVII научно-практической конференции молодых ученых МГУ им. Н.П. Огарёва (г. Саранск, 2024 г.).

10. Международной научно-технической конференции «Долговечность строительных материалов, изделий и конструкций», проводимой в рамках деятельности Научного Совета Российской Академии архитектуры и строительных наук «Механика разрушения бетона, железобетона и других строительных материалов» (г. Саранск, 2025 г.).

Реализация работы

Работа по теме диссертационного исследования награждена дипломом победителя конкурса по программе «УМНИК» Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере (ФСИ), реализован грант объемом финансирования 500 тыс. руб.

Разработанная методика оценки остаточного ресурса армированных бетонных конструкций в настоящее время проходит научно-практическую проверку в ООО «МОРДОВСТРОЙТЕСТ», г. Саранск.

Степень достоверности результатов исследования

Достоверность результатов и обоснованность выводов обеспечивается использованием поверенных измерительных приборов, сертифицированного испытательного оборудования и прикладных программных комплексов, а также сходимостью в допустимых пределах результатов экспериментальных исследований и прогнозируемых значений разработанными моделями.

Личный вклад автора

Автор принимал личное участие в разработке предложений и решении всех поставленных задач в рамках диссертационной работы.

Соответствие паспорту специальности

Диссертационная работа соответствует пункту 3 паспорта научной специальности 2.1.1. Строительные конструкции, здания и сооружения (технические науки): «Развитие теории и методов оценки напряженного состояния, живучести, риска, надежности, остаточного ресурса и сроков службы строительных конструкций, зданий и сооружений, в том числе при чрезвычайных ситуациях, особых и запроектных воздействиях, обоснование критериев приемлемого уровня безопасности».

Публикации

По теме диссертации опубликовано 13 работ, в том числе 9 научных работ, опубликованных в рецензируемых научных изданиях, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени

доктора наук. Получено 3 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ. Техническая новизна решений подтверждена патентом РФ на изобретение.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из оглавления, введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 234 наименования и трех приложений. Изложена на 187 страницах машинописного текста, включает 20 таблиц, 59 рисунков. Три приложения изложены на 31 странице.

ГЛАВА 1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ НАДЕЖНОСТИ, ДОЛГОВЕЧНОСТИ И ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА АРМИРОВАННЫХ БЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Армированный бетон, в частности, железобетон – является основным конструкционным материалом, применяемым в современном строительстве, мировой объем производства которого превышает 5 млрд. куб. м в год, лидируя в общей структуре производства строительной продукции. Конструкции из армированного бетона широко используются при возведении как одноэтажных частных домов, так и уникальных общественных зданий и сооружений. Так, например, существующие в России объекты капитального строительства составляют более 60 % основных фондов, и не менее 65 % этих фондов – конструкции из железобетона, возведенные во второй половине прошлого века. Ключевым требованием к их безопасной эксплуатации является обеспечение надежности и долговечности на протяжении всего расчетного срока службы. Рассматриваемые проблемы не теряют своей актуальности на протяжении уже многих десятков лет, так как при ошибках проектирования или несвоевременном техническом обслуживании конструкции могут одномоментно перейти в предельное, а затем и аварийное состояние в течение очень короткого промежутка времени – в первые 5-10 лет эксплуатации [4, 61-65]. В этой связи возникает большое количество вопросов экономического обоснования, усложняющих принятие конкретных проектных решений на любом из этапов жизненного цикла объектов капитального строительства.

1.1 Проблемы обеспечения надежности и долговечности в условиях воздействия эксплуатационных нагрузок и агрессивных сред

Исследованием проблем надежности и долговечности армированных бетонных конструкций, разработкой нормативно-правовой базы занимаются

исследователи как отдельных научных школ, центров, так и международных комитетов, таких как Международная федерация по железобетону (*FIB*) (от фр. *Fédération Internationale du Béton*), или Международная организация по стандартизации (*ISO*) (от англ. *International Organization for Standardization*).

В отечественных нормах: ГОСТ 27751-2014 «Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения»; СП 28.13330.2017 «Защита строительных конструкций от коррозии», под термином долговечность понимают свойство конструкции сохранять работоспособность в течение заданного времени эксплуатации при соблюдении условий проектирования, эксплуатации и ремонта.

В международной практике долговечность трактуется, как способность конструкции выполнять требуемые функции в течение проектного срока службы без неприемлемых затрат на обслуживание и ремонт (см. *ISO 13823:2008 «General principles on the design of structures for durability»*), а также, как способность противостоять воздействию окружающей среды без недопустимой потери эксплуатационных характеристик (см. *fib Model Code for Concrete Structures 2010*).

В отечественной нормативной базе долговечность рассматривается преимущественно как техническое свойство строительных конструкций, выражающееся в сохранении их работоспособности на протяжении расчетного срока службы, тогда как в международных документах долговечность понимается как интегральная характеристика жизненного цикла, включающая не только техническую надежность, но и экономические аспекты, связанные с объемом и стоимостью эксплуатационного обслуживания и ремонта.

По итогам анализа нормативных документов можно сформулировать следующее определение: долговечность – способность конструкций сохранять проектные эксплуатационные характеристики в течение установленного срока службы при воздействии эксплуатационных нагрузок и факторов внешней

среды, включая агрессивные воздействия, без достижения предельных состояний или существенного снижения надежности.

На рисунке 1.1 представлены некоторые, наиболее часто встречающиеся в литературе [4, 62], характерные модели, описывающие снижение ресурса конструкций в рамках их жизненного цикла, в условиях воздействия внешних агрессивных факторов. При этом, скорость снижения несущей способности строительных конструкций зависит от большого количества взаимозависимых параметров, изменчивость которых происходит случайным образом в течении всего жизненного цикла объекта [4, 62, 66].

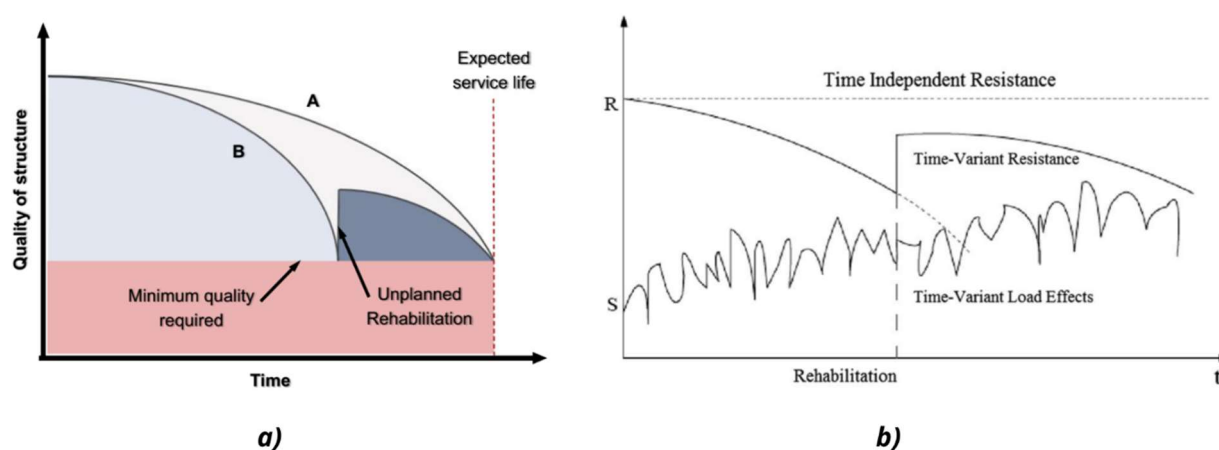


Рисунок 1.1 – Схематичные модели, описывающие динамику ресурса строительных конструкций: *a* – снижение несущей способности конструкций *A* и *B* (с учетом разового частичного восстановления ресурса при ремонте) до наступления предельного состояния [4]; *b* – снижение несущей способности конструкции *C* (с учетом разового частичного восстановления ресурса при ремонте) без достижения предельного состояния [62]

Одной из основных задач при прогнозировании долговечности является выбор адекватной модели [67-77, 83-85], которая позволила бы учесть основные факторы деградации неоднородной структуры бетона с учетом разрушения сложной микроструктуры пор и трещин [78-82].

К числу наиболее деструктивных факторов, воздействующих на структуру армированных бетонных конструкций, относится влияние жидких агрессивных сред. Данная категория включает растворы кислот, солей,

грунтовых вод, а также промышленных стоков с повышенной концентрацией агрессивных ионов. Воздействие этих сред инициирует развитие процессов коррозионного разрушения бетона и арматуры, увеличение пористости и образование микротрещин в структуре материалов. Следствием указанных процессов является снижение прочности бетона, ухудшение адгезии на границе раздела «бетон-арматура» и, как конечный результат, потеря конструкцией несущей способности.

Коррозия арматурной стали представляет собой одну из наиболее распространенных причин преждевременного отказа железобетонных конструкций. Взаимодействие стали с агрессивной средой приводит к образованию продуктов коррозии, объем которых значительно (в 2-4 раза) превышает объем исходного металла. Это явление вызывает возникновение внутренних растягивающих напряжений в бетоне, приводящих к отслоению защитного слоя и ускоренному раскрытию трещин. Таким образом, повреждение носит комплексный характер и сопровождается ухудшением как прочностных, так и деформационных характеристик материалов.

Основы теории химического сопротивления строительных материалов были заложены в работах В.И. Соломатова, В.П. Селяева [29, 90, 91], а затем многократно экспериментально подтверждены, и углублены представителями научно-педагогической школы в области долговечности строительных материалов и конструкций под руководством В.П. Селяева [1, 28, 92-98]. Так, по мнению авторов [31] процесс разрушения композиционных материалов в результате действия жидких и газообразных агрессивных сред развивается в следующей последовательности: на первом этапе происходит доставка агрессивного реагента к поверхности материала; на втором – сорбция реагента; на третьем – диффузия реагента в твердую фазу; на четвертом – химическое взаимодействие реакционноспособных реагентов материала и агрессивной среды; на пятом – диффузия продуктов химического взаимодействия к поверхности материалов; на шестом этапе – перенос продуктов реакции с поверхности изделия в газовую или жидкую фазу.

Объективной оценкой степени повреждения структуры материала являются уровень снижения показателей прочности, твердости, жесткости. Снижение значений этих показателей свидетельствует о накоплении дефектов структуры вследствие ее разрушения [99-102].

На сегодняшний день в Российской Федерации действует ГОСТ 31384-2017 «Защита бетонных и железобетонных конструкций от коррозии. Общие технические требования (с Поправками)» [26], который устанавливает требования, учитываемые при проектировании защиты от коррозии бетонных и железобетонных конструкций в зданиях и сооружениях, как вновь возводимых, так и реконструируемых, предназначенных для эксплуатации в агрессивных средах с температурой от минус 70 °С до плюс 50 °С. В данном нормативном документе приводится некоторая классификация агрессивных сред и степень их воздействия на материалы конструкций.

Наиболее подробная классификация агрессивных сред представлена в работах [29, 31, 103]. Авторы предлагают рассматривать три основных вида коррозии бетона и причины ее возникновения.

Причиной коррозии первого вида являются процессы воздействия на поверхность, или фильтрации в тело бетона «мягкой» воды, содержащей соли кальция и магния менее 4 мг/л, с показателем pH ниже 7,0, при которых происходит растворение компонентов цементного камня $\text{Ca}(\text{OH})_2$, NaOH и KOH, с последующим вымыванием их из структуры (выщелачивание). При потере 10 % CaO прочность цементного камня снижается на 10 %, при потере 20 % – на 25 %, а при 30 % – на 50 % [104]. Данный вид коррозии представляет опасность не только для бетона, снижая его прочность на сжатие, но также и для арматуры, коррозия которой зависит от значения pH окружающего ее бетона.

Причиной коррозии второго вида является с одной стороны процесс взаимодействия CO_2 (углекислого газа) с водой (в основном – поровая влага), в результате которого образуется H_2CO_3 (угольная кислота), агрессивная по отношению к бетону [31], а с другой стороны – прямое взаимодействие CO_2 с

$\text{Ca}(\text{OH})_2$ (гидроксидом кальция), в результате которого образуется карбонат кальция (CaCO_3) и вода. Помимо этого, H_2CO_3 вступает в реакцию с CaCO_3 , в результате которой образуется легкорастворимый $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$ (бикарбонат кальция), а он в свою очередь еще активнее вступает в реакцию с $\text{Ca}(\text{OH})_2$, в результате которой образуется 2CaCO_3 . Данный процесс деградации бетона является естественным и называется карбонизацией. Он существенно влияет на долговечность железобетонных конструкций.

Как и при коррозии первого вида, сущность проблемы карбонизации бетона связана со снижением значения pH до уровня 8,0-9,0, и, как следствие, разрушением пассивирующего слоя на поверхности арматуры, делая ее уязвимой для коррозии. Гидроксид кальция является щелочным, и его присутствие поддерживает высокий показатель pH (около 12,0-13,0).

Важно отметить, что помимо высокого содержания углекислого газа и умеренной влажности (50-70 %), высокие температуры также будут являться катализаторами процесса карбонизации. Понимание и контроль процессов карбонизации критически важны для обеспечения долговечности бетонных конструкций, особенно тех, которые содержат стальную арматуру.

Причиной коррозии третьего вида являются процессы, в результате которых образуются слабо растворимые вещества, кристаллизующиеся с большим увеличением объема твердых фаз, что вызывает сначала уплотнение бетона и повышение его прочности, затем давление кристаллов вызывает рост внутренних напряжений и разрушение бетона.

Сульфатная коррозия является наиболее распространенной, так как сульфат-ионы присутствуют практически во всех видах природных и сточных вод [90]. Воздействие сульфатов приводит к образованию гипса и этtringита $3\text{CaO} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 3\text{CaSO}_4 \cdot 32\text{H}_2\text{O}$, кристаллы которого значительно растут в объеме бетона и вызывают его растрескивание [105, 106]. Кроме того, рост структуры микротрещин может интенсифицироваться в условиях частой смены климата. В условиях взаимодействия с хлоридными или сульфатсодержащими растворами трещины прогрессируют, создавая дополнительные каналы для

проникновения агрессивных ионов внутрь структуры материала, как в самой цементной матрице, так и в критически важной переходной зоне между заполнителем и цементным камнем [107-115].

Представленная классификация коррозионных процессов, протекающих в бетонных и железобетонных конструкциях, является весьма условной и не содержит четких границ перехода из одного вида в другой. Так, например, на железобетонную конструкцию может оказывать воздействие сразу несколько иницирующих факторов, таких как, диффузия «мягкой» воды и углекислого газа, или, например, аварийный розлив кислот на производстве. При этом важно иметь ввиду знакопеременные температурные условия эксплуатации, или воздействие открытого огня на конструкцию. Так или иначе, в условиях повышенных требований к надежности и долговечности уникальных зданий и сооружений необходимо по максимуму учитывать синергетический эффект от всевозможных агрессивных факторов эксплуатации.

Исследованию влияния агрессивных, химически активных сред, а также методам описания их воздействия на железобетонные конструкции были посвящены работы многих отечественных и зарубежных ученых [116-122].

Теория случайных процессов в контексте определения надежности конструкций, взаимодействующих с окружающей средой, впервые была применена В.В. Болотиным [27]. Существенный вклад в совершенствование вероятностных методов расчета надежности и долговечности внесли работы В.В. Бондаренко [123], О.В. Лужина [124, 125], А.П. Кудзиса [126], Д.Н. Соболева [127], В.П. Чиркова и др. [128-131].

Упруго-прочностные характеристики и конструкционные свойства бетона в условиях циклических и длительных нагрузок были исследованы в многочисленных работах О.Я. Берга, Е.Н. Щербакова, А.Р. Забегаева [132-136].

Задачи исследования долговечности железобетонных конструкций, с учетом изменяющихся во времени свойств как материала, так и среды, решали В.М. Бондаренко, В.В. Петров, Н.Н. Попов, Б.С. Расторгуев [137-140] и многие

другие. В работах [141-143, 222, 227] приведены модели расчета остаточного ресурса бетонных и железобетонных конструкций.

Однако, подавляющее большинство представленных расчетных моделей для определения остаточного ресурса конструкций не учитывают деградацию структуры материала на микроуровне, и строятся из грубых допущений о его сплошном строении, что не отражает действительность.

Обеспечение долговечности и повышение точности оценки остаточного ресурса армированных бетонных балок, эксплуатируемых в условиях воздействия жидких агрессивных сред (хлоридов, сульфатов), остаются одной из центральных научно-практических задач современного промышленного и гражданского строительства.

1.2 Анализ методов оценки остаточного ресурса

Несмотря на широкую номенклатуру защитных решений (подбор состава, модификаторы, гидроизоляции, покрытия, катодная защита), «радикального» способа устранить коррозию не существует, а деградация бетона и арматуры в агрессивных средах продолжает быть доминирующим механизмом преждевременного отказа изгибаемых элементов. Для балок и пролетных строений проблема усугубляется трещинообразованием: возникшие при изгибе и повторном нагружении трещины резко ускоряют процесс транспортировки агрессивных веществ в защитный слой, приводя к потере сцепления бетона и арматуры, снижению жесткости и несущей способности, а значит – к сокращению остаточного ресурса конструкций.

В историческом контексте первоначальные оценки долговечности армированного бетона опирались на механические факторы, включая длительное и циклическое нагружение, ползучесть и усадку, в то время как влияние химической среды явно не учитывалось. Подход Н.С. Стрелецкого к оценке надежности основывался на учете изменчивости трех ключевых

факторов: прочности материалов, действующих нагрузок и качества работ, в связи с чем для ее анализа был применен вероятностный аппарат [215].

Вероятностный метод расчета сооружений, разработанный В.В. Болотиным [27], формализовал условие надежности как требование неперевышения функцией $Z(t)$ функции $S(t)$ с заданной вероятностью P_n в течение всего времени эксплуатации: $P\{Z(t) > S(t)\} \geq P_n$, связав таким образом понятие ресурса конструкции с вероятностью ее безотказной работы.

Исследования в области длительной прочности и ползучести (А.А. Гвоздев [216], С.В. Александровский [217], В.М. Бондаренко [123], Ю.М. Баженов [218], Н.И. Карпенко [219-221]) заложили основы нелинейной теории деформирования железобетона, интегрирующей временные эффекты в расчетные модели.

По мере накопления экспериментальных данных о процессах коррозии бетона и арматуры, фокус исследований сместился в сторону учета несиловых (средовых) факторов деградации. Ключевые работы второй половины XX века В.М. Москвина, С.Н. Алексеева, Ш.М. Рахимбаева и многих других авторов выявили зональный характер разрушения цементного камня под воздействием жидких агрессивных сред, описав трехслойную модель (поврежденный поверхностный слой – переходная зона – неповрежденное ядро). Данное открытие поставило перед научным сообществом задачу установления корреляционной связи между химико-физическими процессами коррозии и снижением несущей способности изгибаемых элементов.

Нормативное регулирование вопросов долговечности в России исторически носит директивный характер. Так, например, ГОСТ 27751-2014 устанавливает фиксированные значения сроков службы: 50 лет для сооружений обычного уровня ответственности и 100 лет – для уникальных, не регламентируя универсальной методики расчетного прогнозирования с учетом реальных условий эксплуатации и кинетики деградации материалов.

Действующие нормативные документы в области защиты от коррозии, например, СП 28.13330 предусматривают классификацию агрессивности

среды на основе химического состава (концентрация ионов Cl^- , SO_4^{2-} , CO_3^{2-} и др.), температуры и влажности. В качестве мер противодействия нормами предписывается применение комплекса первичных (специальные марки цемента, проектные требования к составу бетона) и вторичных (увеличенный защитный слой, гидроизоляционные покрытия, ингибиторы коррозии) защитных мероприятий, а также устанавливаются нормативные ограничения на ширину раскрытия трещин.

В отличие от предписывающего подхода, международные стандарты (*fib Bulletin* 34, *ISO 16204*) развивают концепцию проектирования на основе прогнозируемого срока службы (*service life design*). В ее рамках долговечность и остаточный ресурс конструкции обосновываются расчетными методами с заданным уровнем надежности, в частности, на основе прогнозного моделирования временных стадий инициации коррозии и ее последующего распространения.

На практике, особенно в мостостроении (включая балочные мосты), наблюдаемый разрыв между нормативными и фактическими сроками службы (составляющий 50-60 лет против требуемых 80-100 лет) актуализирует необходимость перехода от предписывающих норм к прогнозным вероятностным моделям деградации, параметризованным для конкретных условий среды и свойств материалов объекта.

Методы оценки долговечности и остаточного ресурса изгибаемых элементов могут быть систематизированы в рамках трех взаимодополняющих подходов.

К первой группе относятся эмпирико-детерминистические физико-химические модели, описывающие процессы переноса веществ и химических реакций в бетоне. Классическим примером является модель карбонизации, в которой глубина распространения фронта карбонизации $x_c(t)$ описывается параболическим законом: $x_c(t) = K\sqrt{t}$, где K – коэффициент карбонизации, являющийся функцией от состава и пористости бетона, влажности окружающей среды и концентрации диоксида углерода. Момент достижения

фронтом карбонизации поверхности арматуры принимается в данной модели за время инициации коррозии.

В случае хлоридной агрессии процесс описывается нестационарным решением уравнения Фика для диффузии: $C(x, t) = C_s [1 - \operatorname{erf}(x/(2\sqrt{Dt}))]$, где $C(x, t)$ – концентрация хлоридов на глубине x в момент времени t ; C_s – концентрация хлоридов на поверхности; D – эффективный коэффициент диффузии хлоридов в бетоне; erf – функция ошибок Гаусса.

Стадия инициации коррозии арматуры считается наступившей в момент времени t , когда концентрация хлоридов на глубине толщины защитного слоя бетона a достигает критического значения C_{crit} . Параметры модели D и C_s подлежат калибровке по данным натурных обследований и лабораторных экспериментов.

Описание сульфатной коррозии требует применения реакционно-диффузионных постановок, учитывающих перенос ионов SO_4^{2-} в поровом пространстве, кинетику образования вторичных продуктов (этtringита, гипса) и возникающие при этом локальные расширения, которые инициируют растрескивание и снижают прочность бетона. На инженерном уровне часто используется упрощенная модель с подвижным фронтом разрушения $x_f(t)$, кинематика которого на начальных стадиях (для среды, например, 5%-го раствора Na_2SO_4) может быть аппроксимирована квазилинейной зависимостью (со скоростью несколько миллиметров в год), замедляющейся по мере накопления продуктов реакции и насыщения материала.

Ко второй группе относятся вероятностные методы. Данные методы переводят задачу прогнозирования срока службы из детерминированной в вероятностную плоскость, формулируя ее как условие обеспечения требуемой надежности: вероятность того, что время до наступления предельного состояния T превысит требуемый срок службы T_{req} , должна быть не менее нормативного уровня R_n : $P\{T \geq T_{req}\} \geq R_n$.

Практическая реализация для балок, эксплуатирующихся в условиях хлоридной агрессии, предполагает задание ключевых параметров (коэффициент диффузии D , поверхностная концентрация C_s , критическая концентрация C_{crit} , толщина защитного слоя, ширина раскрытия трещин) в виде случайных величин с соответствующими законами распределения.

Расчет выполняется либо аналитическими методами (с использованием полуаналитических решений), либо численно – методом Монте-Карло, что позволяет получить не точечную оценку срока службы, а функцию распределения времени до отказа и доверительные интервалы для остаточного ресурса, явно учитывающие разброс исходных данных.

К третьей группе относятся механохимические модели разрушения – модели, основанные на механике разрушения и кинетике накопления повреждений, обеспечивают связь между химико-транспортными процессами и изменением несущей способности конструкции. Деградация материала в зоне растянутой арматуры (рост микротрещин, увеличение дефектности) может описываться: феноменологически, то есть, через введение скалярного параметра поврежденности ω , где $\omega \rightarrow 1$, что соответствует исчерпанию способности элемента воспринимать нагрузки; структурно, через применение уравнений кинетики трещин.

Классические подходы, как было отмечено выше, основываются на упрощенных моделях, которые не учитывают всего многообразия факторов (коррозия, карбонизация, проникновение хлоридов и т.д.) [35]. В результате инженеры вынуждены либо закладывать значительные запасы прочности, либо проводить частые обследования, что не всегда экономически эффективно [155]. В последние годы активно внедряют методы машинного обучения (МО), в том числе для решения задач прогнозирования НДС конструкций. Такие подходы позволяют эффективно обрабатывать большие данные, выявляя скрытые закономерности деградации материалов [156]. Важно отметить, что основная роль моделей МО – помощь в принятии решений, а не полная замена инженерного опыта [157]. Тем не менее, наблюдаемый рост числа научных

публикаций по данной тематике говорит о формировании нового научно-практического направления – применение МО для прогнозирования ряда конструктивных свойств строительных материалов и конструкций.

Общая постановка задачи прогнозирования может быть выражена в виде классической регрессионной модели:

$$\hat{y} = \beta_0 + \sum_{j=1}^m \beta_j x_j, \quad (1.1)$$

где $\hat{y}$ – предсказанное значение прогиба (или, например, предельной нагрузки);

$x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ – вектор признаков (геометрические, упруго-прочностные характеристики, параметры загрузки и т.д.);

β_j – параметры модели.

Далее кратко представлены некоторые методы машинного обучения для решения подобных задач.

1. Деревья решений и ансамблевые модели, среди которых, наиболее часто встречающиеся: *RandomForest* и градиентный бустинг (*XGBoost*, *LightGBM*, *CatBoost*).

Пример итогового предсказания ансамблевой модели можно представить как сумму «базовых учащихся» деревьев решений:

$$\hat{y}_{\text{ensemble}} = \sum_{k=1}^K \eta g_k(x), \quad (1.2)$$

где $g_k(x)$ – результат k -го «базового» дерева;

K – общее число деревьев в ансамбле;

η – параметр скорости обучения.

Подобные алгоритмы часто показывают высокую точность при прогнозировании прочности бетона, или несущей способности конструкций.

2. Методы опорных векторов (*SVM*), для которых строится функция:

$$\hat{y} = w \cdot \phi(x) + b, \quad (1.3)$$

где $\phi(x)$ – отображение в пространство высоких размерностей;

w – вектор весовых коэффициентов;

b – вектор смещения.

Достоинство данного метода – возможность хорошо моделировать нелинейные зависимости.

3. Искусственные нейронные сети (*ANN*) нередко используются для прогнозирования прочности бетона с учетом состава и условий твердения. Классический полносвязный слой описывается формулой:

$$y^i = \sigma(W^i y^{i-1} + b^i), \quad (1.4)$$

где y^{i-1} – входные сигналы предыдущего слоя (входные параметры);

W^i – матрица весовых коэффициентов;

b^i – вектора смещений;

$\sigma(\cdot)$ – нелинейная функция активации (*ReLU*, *Sigmoid* и т.д.).

Такие модели способны аппроксимировать даже очень сложные нелинейные зависимости.

4. Эволюционные и оптимизационные алгоритмы, которые часто применяются для подбора гиперпараметров или структуры нейронной сети. В общем виде можно говорить, что генетические алгоритмы минимизируют некий функционал ошибки $F(\theta)$, где θ – набор настраиваемых параметров. В процессе «эволюции» сохраняются лучшие решения, а худшие отбрасываются.

5. Обучение с подкреплением (*RL*) часто используют, например, для оптимизации графика ремонтов мостов. Формально ставится задача максимизировать ожидаемую оценку:

$$R = \sum_{t=0}^T \gamma^t r(s_t, a_t), \quad (1.5)$$

где s_t – состояние системы (например, состояние конструкции);

a_t – действие (решение о ремонте или обследовании);

$r(\cdot)$ – функция оценки;

γ – корректирующий коэффициент функции;

T – горизонт планирования.

Таким образом, выбор метода машинного обучения зависит от характера задачи и доступных данных. На практике нередко сравнивают сразу несколько моделей, и зачастую ансамблевые методы (*CatBoost*, *XGBoost*) или глубокие

нейронные сети показывают лучшие результаты. При этом, важно отметить, что универсального алгоритма не существует: успех определяется качеством исходных данных и корректностью валидации моделей.

На международном уровне тема применения машинного обучения в строительстве развивается крайне активно. Анализ, представленный в работе [35], подчеркивает важность больших данных и машинного обучения в прогнозировании долговечности железобетона, особенно процессов коррозии, карбонизации и хлоридной диффузии. В более поздней работе [157] показано, что современные алгоритмы машинного обучения превосходят по точности прогнозирования классические эмпирические модели. С 2020 года появились работы более узкой направленности, например, прогнозирование прочности высокопрочных бетонов (*High Performance Concrete*), интеграция *ML*-моделей в BIM-системы.

В отечественной строительной науке также растет число исследований. Налаживается коммуникация университетов, исследовательских центров и лабораторий, публикуются статьи по использованию *CatBoost*, *RandomForest* и других методов при прогнозе прочности бетонов, сцепления арматуры. Некоторые работы являются обзорными, демонстрируя перспективы внедрения искусственного интеллекта в расчеты железобетона. Однако по массовости и разнообразию тем отечественные публикации пока уступают зарубежным, что частично объясняется недоступностью крупных открытых баз данных, а также консерватизмом строительной отрасли.

По данным *Government AI Readiness Index* за 2023 год [158], Российская Федерация занимала 38 место в глобальном рейтинге готовности государства к внедрению технологий искусственного интеллекта. Таиланд в данном рейтинге занимал 37 место, а тройку лидеров с 2021 года представляют США, Сингапур и Великобритания. На сегодняшний день главная роль в развитии и внедрении технологий искусственного интеллекта в нашей стране отводится крупным корпорациям, в том числе с государственным участием, таким как Сбер или Яндекс.

Выделяя в экономике страны строительную отрасль, важно отметить, что основными держателями технологий искусственного интеллекта являются в основном зарубежные компании, например, *Siemens* или *Autodesk*. По данным *Zion Market Research*, мировая индустрия искусственного интеллекта к 2028 году вырастет до 422 млрд долларов [159], что по текущим меркам составляет около 25 % ВВП нашей страны за 2023 год.

Подобные прогнозы обладают мощным мотивирующим эффектом для ученых-новаторов, главной задачей которых является не только разработка передовых технологий, но еще и доведение их до конечных потребителей.

Нейросетевые технологии уже успешно применяются отечественными учеными для решения многих задач механики, геодинамики, а также при проектировании строительных конструкций [48, 71]. В работе авторов [47] успешно выполнено оптимизационное проектирование сплошной фундаментной плиты, жесткость которой напрямую влияет на ее демпфирующие и виброзащитные свойства. Искусственный интеллект является мощным инструментом при аппроксимации несвязных данных, для повышения точности решения некоторых систем дифференциальных уравнений [160, 161]. В работе [162] представлено решение задачи прогнозирования долговечности металлической пластины с вырезом, подверженной процессам коррозии. При этом авторы отмечают преимущество разработанных моделей по сравнению с традиционным методом конечных элементов.

По сравнению с отечественными исследователями, работы зарубежных ученых являются более сгруппированными по нескольким наиболее важным направлениям развития строительной науки.

Традиционно особое внимание уделяется прогнозированию прочности композиционных материалов на сжатие в зависимости от компонентов состава материала [51, 163-165].

В работе [166] приводятся результаты разработки нейросетевых моделей для прогнозирования прочности самоуплотняющихся бетонов. Авторами

было разработано 21760 моделей искусственных нейронных сетей обратного распространения. По итогу им удалось достичь точности прогноза в 98 %.

Интересной является работа иранских ученых [54], в которой авторы описывают опыт создания и применения *ANNs* для решения задачи прогнозирования прочности на сжатие бетонов, в составе которых используются переработанные заполнители (*RAC, recycled aggregate concrete*). Необходимость внедрения таких материалов в экономическую деятельность Ирана продиктована не столько бережливым отношением к природным ресурсам, сколько проблемой непрерывного роста объемов строительного мусора, и, как следствие, потребностями его утилизации или повторного применения. При этом, Иран с трудом можно назвать страной, нуждающейся в технологиях проектирования и производства строительных материалов, даже несмотря на количество введенных санкций. Так по объему ВВП страна является четвертой экономикой в исламском мире, после Индонезии, Саудовской Аравии и Турции.

Авторы отмечают, что основной трудностью в решении подобных задач является подбор необходимого и достаточного количества данных для обучающей выборки. Зачастую объем базы данных исчисляется десятками и сотнями тысяч индивидуальных информационных единиц, однако в данном исследовании удалось систематизировать информацию, опубликованную в 14 работах всего лишь для 139 примеров, отражающих зависимость «состав – прочность на сжатие». Для этого были определены по шесть входных и одному выходному параметру для каждого из примеров. Оптимальное моделирование архитектуры *ANNs* (максимальное количество нейронов на первом скрытом слое – 18) и корректная нормализация данных обучающей и тестовой выборок позволили добиться авторам высокой точности прогнозирования при минимальных затратах времени и ресурсов вычислительных систем.

В качестве входных параметров для всех разработанных *ANNs*, были выбраны количественные характеристики водоцементного отношения (*W/C, water-cement ratio*), водопоглощения (*Wm, water absorption, %*), содержания

мелкого заполнителя в объеме материала (FA , *fine aggregate*, кг/м³), содержания переработанного крупного заполнителя в объеме материала (RCA , *recycled coarse aggregate*, кг/м³), содержания природного крупного заполнителя в объеме материала (NCA , *natural coarse aggregate*, кг/м³) и коэффициента относительного содержания воды (W/T , *water-total material ratio*). При этом в качестве выходного параметра было значение прочности бетона на сжатие в возрасте 28 суток (f_{cu} , *28-day compressive strength*, МПа).

Одним из наиболее важных свойств искусственных нейронных сетей является определение количественных значений весовых коэффициентов для каждого из выбранных нейронов. В случае работы с полиномиальными зависимостями такие весовые коэффициенты могут быть выражены в качестве коэффициентов при неизвестных.

В данной работе авторы уделили особое внимание определению весомости каждого из входных параметров в составе исследуемых бетонов и их влиянии на прочность при сжатии. В частности, им удалось установить следующие процентные соотношения: W/C – 13 %; Wm – 20 %; FA – 16 %; RCA – 17 %; NCA – 14 %; W/T – 20 %.

Значение весовых коэффициентов очень важно для оптимизации архитектуры нейронных сетей. Если значение весовых коэффициентов того или иного нейрона мало – их можно исключать из расчетных моделей.

Среди отечественных авторов, Д.В. Бородин и С.С. Рябова представили результаты прогнозирования прочности жаростойкого пенобетона в зависимости от состава смеси при помощи $ANNs$, реализованных в пакете программ *Neural Network Start* программного комплекса *MATLAB*. Для обучения $ANNs$ была использована заведомо маленькая база экспериментальных данных, содержащая всего лишь 45 обучающих примеров. Количество входных параметров приняли равным 5, выходной параметр был всего 1. Количество эпох обучения варьировалось от 0 до 278, при этом авторы отмечают высокую точность прогнозирования (более 95 %), которая достигается и кардинальным образом не меняется уже после 38 эпохи [44].

Как уже было отмечено выше, одним из основных процессов деградации железобетонных конструкций является карбонизация защитного слоя бетона с последующей инициацией коррозии арматурной стали. Задача определения глубины карбонизированного слоя бетона является нетривиальной и требует значительных трудозатрат.

Эффективность технологий искусственного интеллекта при решении подобных задач была доказана практикой применения южнокорейскими учеными [167] адаптивной нейро-нечеткой системы вывода *ANFIS (adaptive network-based fuzzy inference system)* – пятислойной искусственной нейронной сети. Таким образом, после нейросетевого анализа 189 экспериментальных данных, полученных в результате обследования восьми тестовых конструкций, система смогла очень точно предсказать глубину карбонизации в контрольной конструкции, которая составила – 7,9 мм, тогда как аналитические методы определения глубины карбонизации, основанные на втором законе диффузии Фика давали результат – 14,3 мм.

Аналогичный положительный эффект при применения искусственных нейронных сетей для прогнозирования глубины карбонизации зафиксировали авторы в работе [49].

Перспективным направлением развития является обнаружение и анализ повреждений строительных конструкций при помощи систем компьютерного зрения. В ряде работ, например, в [168, 169] авторы предлагают создать базу данных дефектов реальных сооружений для эффективности выполнения прогнозов долговечности и определения остаточного ресурса.

Высокой точности удалось достичь авторам [170], разработавшим модели искусственных нейронных сетей, при прогнозировании прогибов железобетонных балок. Из этого открывается новое направление применения технологий искусственного интеллекта, а именно нейросетевой анализ данных системы непрерывного мониторинга строительных конструкций [53, 86-89].

С момента создания первых *ANNs* было решено огромное количество фундаментальных и прикладных, практических задач. Сейчас трудно найти

относительно крупную научную проблему, которую не пытались бы решать при помощи технологий искусственного интеллекта, или понять еще большую проблему, порожденную им же.

Фрактальный анализ и методы машинного обучения до сих пор развивались преимущественно параллельно, однако их сочетание обладает значительным синергетическим потенциалом в оценке несущей способности и остаточного ресурса строительных конструкций.

Фрактальный анализ предоставляет ценную информацию о состоянии материала, которая может быть интегрирована в модели машинного обучения в качестве дополнительных входных параметров либо целевых показателей. В литературе уже предпринимаются первые шаги к такой интеграции. К примеру, в работе [171] была представлена методика оценки повреждений железобетонных оболочек на основе обработки изображений трещин. Авторы вычисляли мультифрактальные характеристики сети трещин и использовали их в качестве признаков для тренировки модели машинного обучения, тем самым добились высокой точности классификации степени повреждений. Этот подход демонстрирует, как фрактальные параметры могут служить связующим звеном между физической природой трещинообразования и алгоритмами ИИ. Подобным образом можно улучшить прогноз ресурса конструкции после частичного повреждения: зная фрактальную размерность текущей трещинной структуры (например, по результатам неразрушающего контроля поверхности), нейросетевая модель смогла бы скорректировать оценку остаточной прочности или срока службы.

Другой вектор интеграции – учет фрактальных свойств материала при генерации обучающих данных для ИИ. Если известно, что материал обладает фрактальной неоднородностью (например, распределение пор с определенной размерностью), эти свойства можно закладывать в численные эксперименты при создании симуляций нагружения.

Работы [172, 173] показывают, как эволюция фрактальной размерности отражает деградацию материала при циклических воздействиях. На основе

таких закономерностей можно сформировать расширенные базы данных: например, варьируя параметр D в диапазоне, соответствующем различным состояниям повреждения, проводить серии численных «виртуальных» испытаний и обучать нейронную сеть, способную предсказывать остаточную прочность по измеренным фрактальным характеристикам. Подобный подход позволит моделям обучаться на физически обоснованных сценариях, что повысит надежность и интерпретируемость прогноза.

Важно подчеркнуть, что сочетание фрактального анализа и машинного обучения не только повышает точность оценки несущей способности и остаточного ресурса строительных конструкций, но и способствует лучшему пониманию результатов, полученных с помощью нейросетей. Часто модели ИИ критикуют за «черный ящик», однако использование осмысленных физических признаков, таких как фрактальная размерность, привязывает прогноз к реальным механизмам разрушения. Например, если модель предсказывает сокращение ресурса конструкции при росте фрактальной размерности трещин, это согласуется с фундаментальными представлениями о прогрессирующем повреждении материала – а значит, повышает доверие инженеров к модели.

Таким образом, интеграция двух подходов обеспечивает баланс между физической обоснованностью и вычислительной эффективностью.

Долговечность бетонных и железобетонных конструкций является интегральной характеристикой, состоящей из множества изменяющихся во времени параметров. Существующие модели основаны на принципе суперпозиции и учитывают суммарное влияние деградационных параметров лишь по отдельности, тем самым аннулируя влияние синергетического эффекта от всевозможных комбинаций многочисленного ряда факторов деградации, что может давать слишком оптимистичную оценку срока службы сооружений. Деформационные модели бетона в последнее десятилетие предлагается рассматривать с позиций фрактальной геометрии.

1.3 Фрактальные методы анализа структуры бетона и ее деградации

Механика разрушения бетона – сложная область, изучающая процессы образования и развития трещин в гетерогенном материале, включающим цементный камень, заполнители, поры и дефекты разных масштабов. При внешнем нагружении внутри бетона формируется обширная сеть трещин и повреждений со сложной геометрией [18, 79, 91]. Многие авторы отмечают, что классические модели, основанные на представлениях о сплошной среде, не всегда адекватно описывают этот многоуровневый и стохастический характер разрушения [11, 19, 144, 145, 224, 226].

Изучением механизмов разрушения структуры материалов занимались А.А. Гвоздев, О.Я. Берг, Н.И. Карпенко. Идеи о подобии структур на разных масштабных уровнях строения композитов нашли свое отражение в работах В.И. Соломатова, В.П. Селяева, Ю.В. Зайцева, М.А. Садовского [146]. Выводы, следующие из данных исследований, утверждают, что структура композиционных материалов в основе своей имеет иерархическое строение по принципу «структура в структуре» или «блок в блоке»; она фрактальна, так как состоит на разных масштабных уровнях из частей, которые подобны целому. Таким образом, объективной оценкой подобия структур на различных масштабных уровнях является фрактальная размерность.

В 1960 году Б. Мандельброт, развивая новые методы анализа большого объема, казалось бы, несвязных данных, нашел повторяющиеся элементы в каждой группе данных о ценах на хлопок. Спустя 15 лет, в 1975 году он опубликовал работу «Фрактальная геометрия природы», а многочисленные объекты, изображения которых являются постоянными на различных масштабах получили названия фракталов. Фрактальный анализ произвел настоящую революцию в характере исследований, которые проводятся в огромном количестве различных областей современной науки.

Эксперименты показали, что поверхность излома хрупких материалов (включая бетон) фрактальна, причем в широком диапазоне масштабов [144].

Это подтверждает наличие статистической масштабной инвариантности: при разных уровнях увеличения морфология трещиноватой поверхности сохраняет общие черты. До формирования макротрещины фрактальные свойства нередко проявляются и в распределении микротрещин. Пористость бетона и пустоты внутри материала также могут образовывать фрактальные структуры.

Актуальность темы обусловлена потребностью в более глубоком понимании механизмов разрушения и разработке количественных критериев оценки поврежденности. Фрактальный анализ дает инструментарий для описания сложной формы поверхностей излома и систем трещин через показатель фрактальной размерности. Фрактальные параметры связаны с физическими характеристиками разрушения и позволяют прогнозировать прочность и долговечность конструкций. Благодаря современным методам (компьютерная томография, цифровая обработка изображений) можно более детально исследовать фрактальную природу разрушения и применять ее результаты на практике.

Определяют следующие ключевые свойства фракталов: нетривиальная, изломанная форма на всех масштабных уровнях; самоподобие (строгое или статистическое); дробная размерность, не совпадающая с топологической.

Классическая формула, отражающая связь между размером масштаба δ и, например, длиной кривой $L(\delta)$ имеет вид:

$$L(\delta) \sim \delta^{1-D}, \quad (1.6)$$

где D – величина фрактальной размерности (для двумерного объекта на плоскости $1 \leq D \leq 2$, при этом, если $D = 1$ – кривая гладкая, а если $D > 1$ – «изломанная», увеличивающая свою длину при уменьшении шага измерения).

Для трехмерных поверхностей в пространстве формула (1.6) имеет вид:

$$A(r) \sim r^{D-2}, \quad (1.7)$$

где $A(r)$ – измеренная площадь, r – масштаб. При $D = 2$ поверхность гладкая, а при $2 \leq D \leq 3$ она проявляет фрактальную шероховатость.

Среди наиболее часто применяемых методов определения фрактальной размерности можно выделить следующие:

1. Метод покрытия сеткой (*BCM, box counting method*), подробно представленный в работах авторов [147-149].

Суть метода заключается в следующем. Исследуемый объект, например, трещину на поверхности балки или диаграмму деформирования образца, покрывают сеткой с квадратными ячейками с шагом δ , а затем определяют $N(\delta)$ – число ячеек, содержащих данные об объекте (подробнее алгоритм данного метода будет представлен в разделе 3 данной работы, на примере диаграмм деформирования бетона при сжатии).

Таким образом формула для определения фрактальной размерности примет вид:

$$D = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log(N(\delta))}{\log\left(\frac{1}{\delta}\right)}. \quad (1.8)$$

Таким образом, чем быстрее растет значение $N(\delta)$ при уменьшении δ , тем выше фрактальная размерность.

2. Метод *slit-island*. Сущность метода заключается в послойном сканировании поверхностей разрушения, и таким образом, построении твердых поверхностей в горизонтальных сечениях. Тогда, анализ связи периметра и площади этих «островов» в логарифмических координатах позволяет определить фрактальную размерность. В основном, данный метод применяют при анализе поверхностей излома.

Дополнительно в литературе встречаются более сложные методы, например, Фурье-анализ шероховатости или мультифрактальный анализ (учет спектра локальных размерностей). В последующих разделах данной работы будет подробнее представлен мультифрактальный анализ при исследовании фрагментированных диаграмм деформирования.

При исследовании процесса трещинообразования с применением основ фрактальной геометрии важен энергетический подход. То есть, классическая теория Гриффитса связывает энергию разрушения с площадью поверхности

трещины, но, если трещина фрактальна, площадь реальной поверхности S_{real} трещины превышает значение данного параметра в евклидовом пространстве. Таким образом, в фрактальном приближении:

$$S_{real}(l) \sim l^D, \quad (1.9)$$

где l – длина трещины;

$2 \leq D \leq 3$ – величина фрактальной размерности поверхности излома (трехмерного объекта).

Другими словами, энергия формирования новой поверхности растет быстрее, чем в классическом случае. Это объясняет, почему фрактальные трещины чаще сопровождаются более высокими затратами энергии на разрушение. Подобный подход был развит в работах под руководством В.П. Селяева [11, 12, 16, 19, 150].

Важно отметить работу [145], в которой установлено экспериментально, что при увеличении максимального размера заполнителя также увеличивается и фрактальная размерность. Авторы предполагают, что трещине в матрице бетона приходится «обходить» крупный заполнитель.

При рассмотрении данных подходов становится критически важным процесс получения достоверных данных о поверхностях излома, который возможен только с применением методов: 3D-сканирования (профилометрия, лазерный метод); построения фриндж-проекции (оптический метод, дающий облако точек с высоким разрешением [151]; компьютерной томографии [152]. Последний метод, например, позволяет получать послойные изображения сети микротрещин, что дает возможность не только с высокой точностью идентифицировать трещины, но и оценивать их распределение по объему.

Следующим важным направлением является исследование фрактальных свойств поровой структуры бетона. Величину фрактальной размерности пор обычно определяют из решения:

$$N_{por}(r) \sim r^{-D_{pore}}, \quad (1.10)$$

где $N_{por}(r)$ – количество пор, «видимых» на масштабе r (разрешении).

Увеличение фрактальной размерности пор обычно указывает на более развитое распределение их сети в объеме, как правило, снижающей несущую способность.

Пример обобщенной линейной регрессии может быть записан в виде:

$$f = \sigma_b(D) = a + bD_{pore} + cD_{agg} + dD_{c.mat}, \quad (1.11)$$

где $\sigma_b(D)$ – функция прочности бетона;

D_{pore} , D_{agg} и $D_{c.mat}$ – величины фрактальной размерности пор, зерен заполнителя и цементного камня;

a , b , c , d – эмпирические коэффициенты, определяемые по эксперименту.

При этом, многие авторы отмечают, что однородной универсальной формулы не существует: приходится учитывать конкретный метод измерения фрактальной размерности для того или иного параметра материала, или процесса его деформирования.

За последние годы выполнен ряд исследований, в которых фрактальная геометрия успешно применялась для описания процесса разрушения бетона и сопоставления фрактальных величин с механическими свойствами.

Так, в работе [151] предложен метод фриндж-проекции для быстрого оптического 3D-сканирования поверхности излома у серий образцов бетона классов С20, С30 и С40. Результаты показали, что при увеличении прочности фрактальная размерность заметно снижалась по сравнению с менее прочным бетоном. Подобным образом в работе [145] с помощью метода «островов» изучали раскалывание образцов с разным максимальным зерном заполнителя; было установлено, что увеличение фракции крупного щебня приводит к росту фрактальной размерности излома и одновременно к увеличению вязкости разрушения.

Другой важный аспект – наблюдение эволюции трещин в объеме с использованием рентгеновской компьютерной томографии. Так в работе [152] цилиндрические образцы бетона подвергались осевому сжатию с параллельным сканированием на разных стадиях нагружения; вычисленная величина фрактальной размерности сети микротрещин оставалась невысокой

до момента критического состояния материала, но резко возрастала незадолго до разрушения, указывая на объединение микротрещин в сплошной кластер. Этот скачок, по мнению авторов, может служить индикатором критического порога поврежденности.

Подобные выводы подтверждаются исследованиями [154], в которых предложены экспресс-методы оценки прочности бетона через фрактальные метрики шлифов и поверхностей излома. Так, параметры (D_{pore} , D_{agg} , $D_{c.mat}$) подставляются в регрессионные модели с высокой корреляцией ($R^2 \approx 0,9$), что позволяет прогнозировать прочностные показатели без длительных испытаний. Похожие данные получены в работе [153]: при увеличении $D_{c.mat}$ прочность возрастала, тогда как рост D_{pore} вел к ухудшению показателей.

На основании данных исследований можно сделать несколько важных выводов, а именно: у прочных образцов величина фрактальной размерности поверхности разрушения ниже, что свидетельствует о хрупком механизме трещинообразования; компьютерная томография показала резкое увеличение величины фрактальной размерности сети микротрещин при достижении критической степени повреждения структуры бетона.

Несмотря на большое количество исследований в данной области, по-прежнему к актуальным направлениям можно отнести разработку методов оценки фрактальной размерности процессов деформации структуры бетона – экспериментальных, высокоточных диаграмм деформирования. Пристальное внимание далее должно быть уделено методам машинного обучения, как основному инструменту анализа больших данных.

1.4 Выводы по 1 главе

На основании выполненного обзора можно сделать следующие выводы:

1. Разработка методики оценки остаточного ресурса армированных бетонных балок, подверженных воздействию жидких агрессивных сред, является актуальной и нетривиальной задачей.

2. Различные агрессивные воздействия усложняют прогнозы. Коррозия зачастую протекает одновременно под влиянием нескольких факторов, и их синергетический эффект недооценивается классическими моделями.

3. Поверхности излома и сети трещин имеют фрактальные свойства, что влияет на энергоемкость разрушения и может использоваться для более точного описания процессов деградации материалов конструкций.

4. Интеграция фрактального анализа и машинного обучения является перспективным направлением развития темы. Фрактальные характеристики служат дополнительными признаками для моделей машинного обучения, повышая точность и физическую интерпретируемость прогнозов.

ГЛАВА 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

2.1 Результаты лабораторных испытаний балок, армированных стеклокомпозитной арматурой

В данном разделе исследована работа армированных бетонных балок в условиях воздействия жидких агрессивных сред. На рисунке 2.1 приведена схема эксперимента, цель которого заключалась в получении достоверных данных об изменении упруго-прочностных характеристик бетона в конструкциях, подверженных воздействию жидких агрессивных сред.

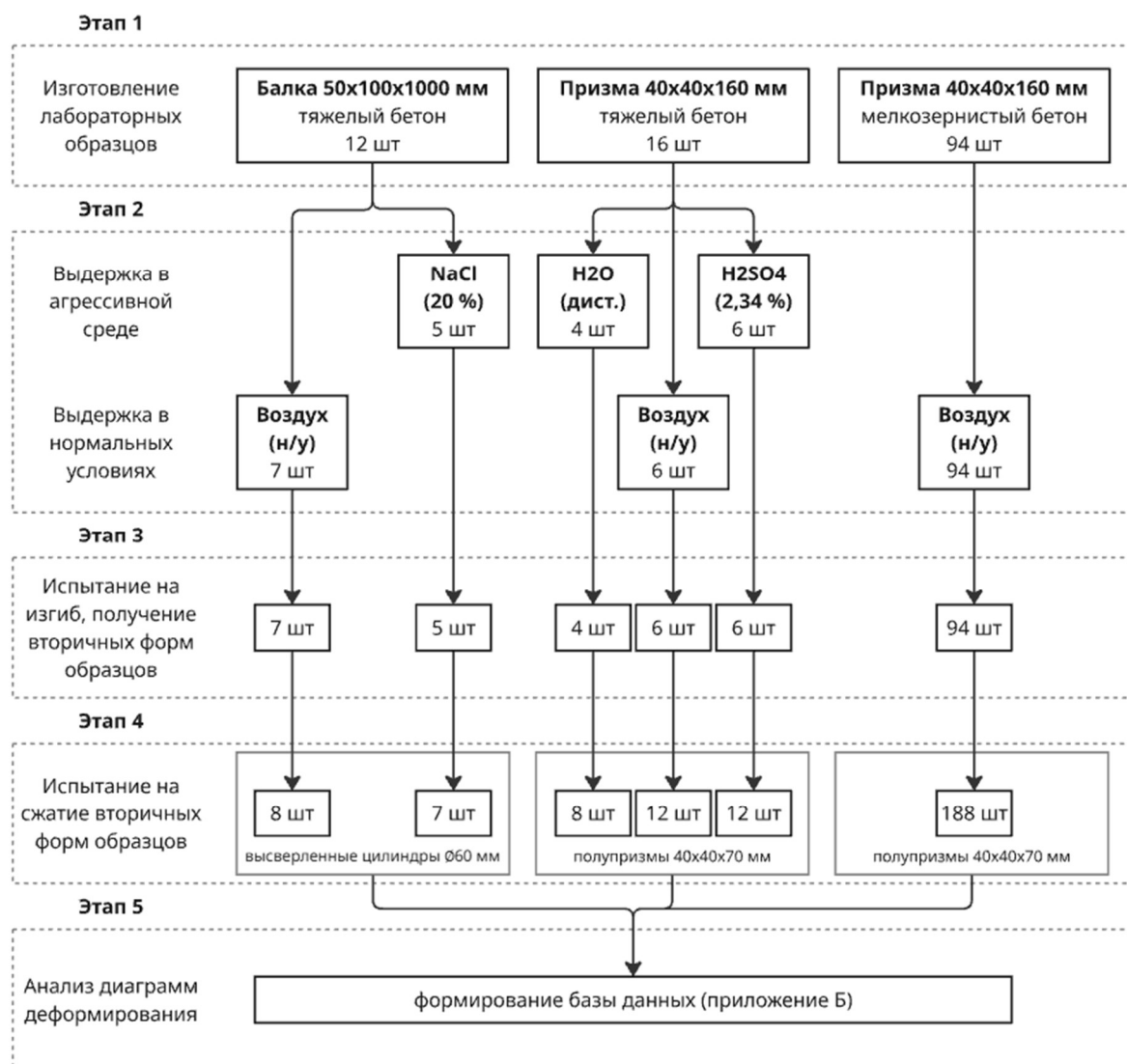


Рисунок 2.1 – Схема экспериментальных исследований

В рамках проведения диссертационного исследования, 4 июня 2021 года на заводе ООО «ЖБК-1» (г. Саранск) изготовили 12 бетонных балок из бетона с пропорциями по объему в м^3 – 10:11:24 (Ц:П:Щ), армированных по нижней грани двумя стержнями стеклокомпозитной арматуры (АСК) диаметром 8 мм (см. рисунок 2.2). Геометрические характеристики балок приведены в таблицах 2.1 и 2.2.

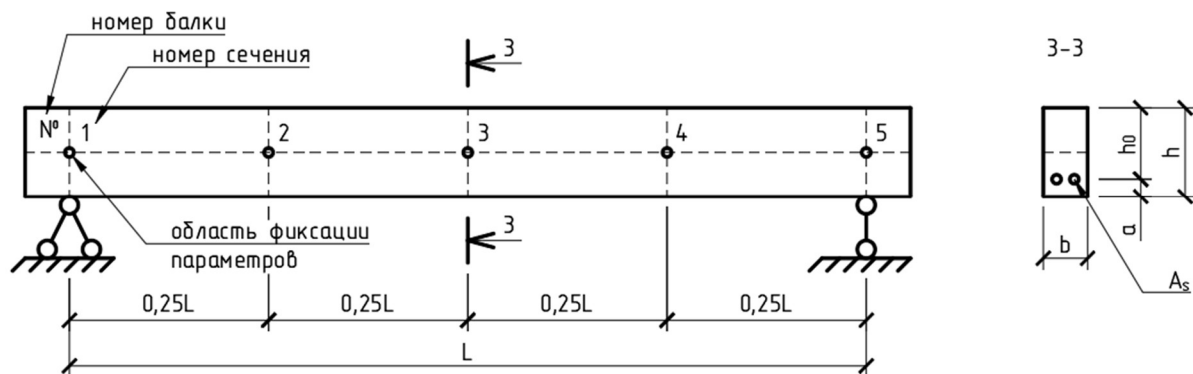


Рисунок 2.2 – Схема испытания балок неразрушающими методами с обозначением зон фиксации параметров

Таблица 2.1 – Усредненные размеры поперечных сечений (см. рисунок 2.2), мм

№ балки	№ сечения									
	1		2		3		4		5	
	$h_{\text{ср}}$	$b_{\text{ср}}$	$h_{\text{ср}}$	$b_{\text{ср}}$	$h_{\text{ср}}$	$b_{\text{ср}}$	$h_{\text{ср}}$	$b_{\text{ср}}$	$h_{\text{ср}}$	$b_{\text{ср}}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
01	100.0	50.0	101.0	50.0	102.0	51.5	103.0	51.5	100.0	50.5
02	101.0	53.5	102.0	53.5	103.0	53.0	102.0	51.5	101.0	50.0
03	103.0	49.5	104.0	51.0	104.0	53.5	102.0	54.0	103.0	51.0
04	105.0	51.0	106.0	50.0	106.0	49.0	107.0	49.5	104.0	50.0
05	104.0	48.0	106.0	46.0	106.0	46.5	105.0	48.0	105.0	49.0
06	109.0	50.0	105.0	50.0	106.0	50.5	106.0	50.5	105.0	50.0
07	106.0	51.5	104.0	54.0	106.0	54.5	106.0	55.0	104.0	52.5
08	102.0	50.0	103.0	48.0	104.0	46.5	102.0	46.5	102.0	47.0
09	101.0	50.0	103.0	51.5	103.0	52.5	102.0	54.0	102.0	53.0
10	106.0	50.5	106.0	48.0	105.0	48.0	104.0	48.0	102.0	50.5
11	102.0	50.5	103.0	50.5	105.0	49.5	103.0	49.0	101.0	50.0

Окончание таблицы 2.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12	102.0	49.0	102.0	51.0	101.0	49.5	102.0	49.0	100.0	50.0

Примечание к таблице 2.1: $h_{\text{ср}}$ и $b_{\text{ср}}$ – средние значения высоты и ширины поперечного сечения балки (соответственно), определенные по противоположным граням

Таблица 2.2 – Геометрические характеристики балок, мм

№ балки	L	$h_{\text{ср}}$	$b_{\text{ср}}$	a_1	a_5	$a_{\text{ср}}$
1	2	3	4	5	6	7
01	900.00	101.00	50.67	29.00	28.00	28.50
02	900.00	101.67	52.67	26.00	28.00	27.00
03	900.00	103.33	51.83	27.00	26.00	26.50
04	900.00	105.67	49.83	28.00	28.00	28.00
05	900.00	105.33	47.50	29.00	28.00	28.50
06	900.00	105.67	50.17	25.00	27.00	26.00
07	900.00	105.33	53.67	32.00	25.00	28.50
08	900.00	102.33	47.17	32.00	32.00	32.00
09	900.00	102.33	52.33	30.00	29.00	29.50
10	900.00	105.00	48.83	30.00	28.00	29.00
11	900.00	102.67	50.00	27.00	25.00	26.00
12	900.00	101.67	49.50	26.00	26.00	26.00

Примечание к таблице 2.2: L – пролет балки; $h_{\text{ср}} = \sum h_{\text{ср}}^i - h_{\text{ср}}^{\min} - h_{\text{ср}}^{\max}$ и $b_{\text{ср}} = \sum b_{\text{ср}}^i - b_{\text{ср}}^{\min} - b_{\text{ср}}^{\max}$ – значения высоты и ширины усредненного поперечного сечения балки; $h_{\text{ср}}^i$, $h_{\text{ср}}^{\min}$, $h_{\text{ср}}^{\max}$, $b_{\text{ср}}^i$, $b_{\text{ср}}^{\min}$, $b_{\text{ср}}^{\max}$ – данные из таблицы 2.1; i – номер поперечного сечения; a_1 – толщина защитного слоя бетона в 1 сечении балки; a_5 – толщина защитного слоя бетона в 5 сечении балки; $a_{\text{ср}}$ – усредненное значение толщины защитного слоя бетона

Балки были разделены на две группы: первая группа балок (под № 01-07) являлась контрольной; вторая группа балок (под № 08-12) экспонировалась в среде 20 %-го раствора NaCl, для изготовления 0,0875 м³ которого брали 80,5 л воды и 20,09 кг NaCl, перемешивали до полного растворения твердой фазы соли. Балки второй группы 15 апреля 2023 года были погружены в

стеклянную герметичную емкость с раствором NaCl так, как показано на рисунке 2.3. При этом, поверхность балок на протяжении всего периода экспонирования была погружена ниже поверхности раствора не менее чем на 50 мм.

Экспонирование балок было непрерывным на протяжении 443 суток при постоянной температуре окружающей среды 20 ± 2 °С, после чего балки были извлечены из среды и в течении 24 часов находились в нормальных условиях.

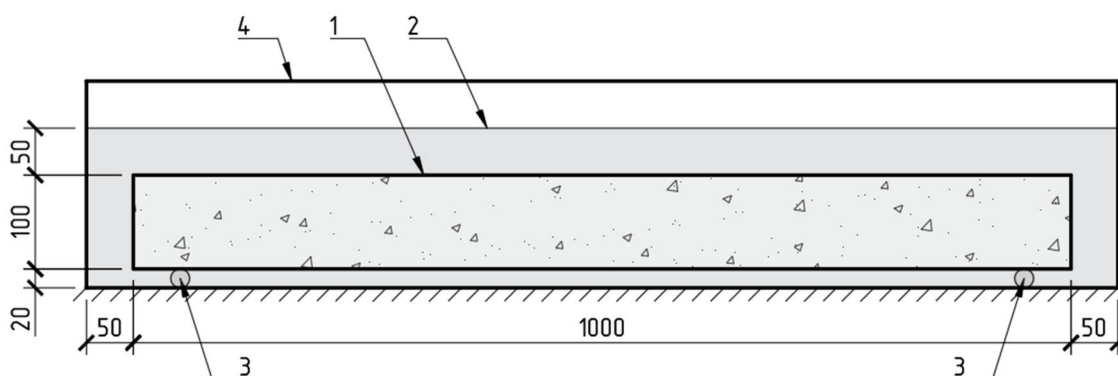


Рисунок 2.3 – Схема экспонирования балок в среде 20 %-го раствора NaCl:

1 – балка; 2 – раствор; 3 – прутки стеклянные; 4 – емкость стеклянная, герметичная

Результаты определения времени прохождения ультразвука (УЗ) при поверхностном прозвучивании балок прибором Пульсар 2.2 зав. № 613 в каждом из 5 сечений с базой 120 мм представлены в таблице 2.3.

Результаты определения прочности верхних слоев бетона прибором ОНИКС-2.5 зав. № 954 представлены в таблице 2.4.

Таблица 2.3 – Результаты при поверхностном прозвучивании балок

№ балки	№ сечения									
	1		2		3		4		5	
	t, мкс	v, м/с	t, мкс	v, м/с	t, мкс	v, м/с	t, мкс	v, м/с	t, мкс	v, м/с
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
01	30.41	3945	28.99	4139	28.09	4272	29.15	4116	28.73	4176
02	29.71	4039	29.44	4076	29.64	4048	28.84	4160	29.85	4020
03	30.96	3875	28.24	4249	29.04	4132	29.63	4049	27.80	4316

Окончание таблицы 2.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
04	28.65	4188	28.45	4217	28.55	4203	30.10	3986	28.38	4227
05	28.10	4270	28.43	4221	28.14	4263	28.21	4254	27.89	4302
06	29.89	4014	28.28	4242	27.88	4303	28.07	4275	29.79	4028
07	28.34	4233	28.15	4262	27.87	4306	29.79	4027	28.21	4253
08	30.89	3884	29.84	4021	30.99	3872	29.19	4111	31.22	3843
09	29.57	4058	30.84	3890	28.28	4242	29.00	4138	29.08	4127
10	27.83	4311	30.41	3946	27.82	4314	28.21	4253	26.11	4595
11	29.44	4076	31.62	3794	29.44	4076	28.70	4181	28.57	4200
12	28.83	4161	28.97	4142	28.50	4209	30.88	3885	28.92	4149

Примечание к таблице 2.3: скорость прохождения ультразвука определена для базы 120 мм

Таблица 2.4 – Прочность верхних слоев бетона

№ балки	№ сечения									
	1		2		3		4		5	
	R, МПа	ν , %	R, МПа	ν , %	R, МПа	ν , %	R, МПа	ν , %	R, МПа	ν , %
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
01	55.1	8.8	56.7	9.7	60.9	9.5	64.0	7.9	61.8	7.2
02	57.3	7.5	57.0	8.2	57.2	12.1	53.7	9.2	40.9	16.5
03	53.5	9.4	59.3	9.9	54.0	10.9	54.8	10.6	54.1	10.0
04	49.2	13.7	53.5	11.8	53.4	12.1	48.0	9.4	55.4	10.3
05	60.8	10.0	56.1	11.2	60.8	11.0	65.3	7.6	58.3	7.1
06	60.6	10.7	59.7	9.4	62.6	11.6	61.1	5.0	58.4	7.4
07	59.0	11.2	55.8	7.0	55.2	6.2	59.3	9.1	53.5	10.7
08	45.7	11.2	41.8	13.3	39.9	10.0	42.9	8.1	39.4	14.2
09	43.5	13.4	37.9	8.3	55.0	8.4	44.1	6.1	30.7	11.0
10	53.2	9.5	55.9	11.2	44.0	7.2	62.2	9.5	58.2	5.6
11	47.6	12.3	58.6	9.9	60.3	9.9	54.0	11.0	42.7	12.6

Окончание таблицы 2.4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12	45.9	11.0	40.7	10.7	46.0	10.1	49.8	16.4	49.9	12.3

Примечание к таблице 2.4: R – среднее значение прочности верхних слоев бетона по сумме 10 ударов (при исключении из набора экстремумов); v – коэффициент вариации прочности верхних слоев бетона. Оба параметра определяются автоматически прибором

После исследования балок методами неразрушающего контроля, были проведены испытания на изгиб сосредоточенной в середине пролета нагрузкой в соответствии с расчетной схемой, представленной на рисунке 2.4.

Нагрузку прикладывали поступательно по 0,42 кН на каждом шаге до полного разрушения, при этом фиксировали абсолютные величины прогибов по длине через $0,25L$ (w_1 , w_2 , w_3) при помощи индикаторов часового типа с точностью до 0,01 мм.

Зависимости изменения прогибов балок в середине пролета от величины нагрузки представлены на рисунке 2.5 и в таблице 2.5.

Таблица 2.5 – Прогибы балок в середине пролета, мм

Приложенная нагрузка, кН	Номер балки					
	01	02	03	04	05	06
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.23	0.55	0.60	0.42	0.31	0.43	0.20
1.64	0.72	0.71	0.73	0.48	0.71	0.52
2.04	0.93	1.02	1.06	0.77	1.44	0.92
2.45	1.43	1.41	1.52	1.12	1.85	1.45
2.86	2.34	2.04	1.89	1.44	2.70	2.01
3.27	2.87	2.63	2.46	1.98	3.15	2.45
3.68	3.47	3.22	3.17	2.58	3.68	3.30
4.09	4.15	3.86	3.64	3.50	4.26	4.00
4.50	4.74	4.41	4.07	4.11	4.96	4.44
4.91	5.89	5.39	5.26	4.45	5.83	5.49
5.31	6.49	6.06	5.81	5.01	7.01	6.03

Окончание таблицы 2.5

Приложенная нагрузка, кН	Номер балки					
	01	02	03	04	05	06
5.72	7.12	6.83	6.61	5.94	-	6.59
6.13	7.78	7.57	7.21	6.81	-	7.20
6.54	-	8.73	8.47	-	-	7.82
6.95	-	10.44	-	-	-	-
Приложенная нагрузка, кН	Номер балки					
	07	08	09	10	11	12
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1.23	0.21	0.51	0.64	0.70	0.43	0.85
1.64	0.49	1.43	1.15	0.87	0.69	1.22
2.04	0.65	1.77	1.56	1.40	1.05	1.61
2.45	1.13	2.18	2.14	1.98	1.61	2.22
2.86	2.09	3.00	2.84	2.73	2.12	3.00
3.27	2.68	3.75	3.52	3.34	3.47	3.93
3.68	3.02	4.40	4.17	3.90	4.24	4.52
4.09	3.85	5.35	4.84	4.97	5.08	5.45
4.50	4.54	6.45	5.70	5.96	5.96	6.60
4.91	5.54	7.71	7.00	7.10	6.91	7.99
5.31	6.37	8.63	8.30	8.57	7.81	8.91
5.72	7.05	9.88	9.46	9.74	8.52	9.74
6.13	7.83	11.22	-	11.24	9.51	11.19
6.54	8.97	-	-	-	10.65	12.45
6.95	10.29	-	-	-	11.62	-

На основании проведенного исследования можно сделать следующий обобщающий вывод: воздействие агрессивной среды оказывает значительное влияние на упруго-прочностные характеристики балок со стеклокомпозитной арматурой. Скорость прохождения ультразвука в экспонированных балках снизилась на 15 % по сравнению с контрольными образцами, что указывает на снижение плотности бетона и развитие сети микротрещин. Поверхностная прочность бетона снизилась до 40 %.

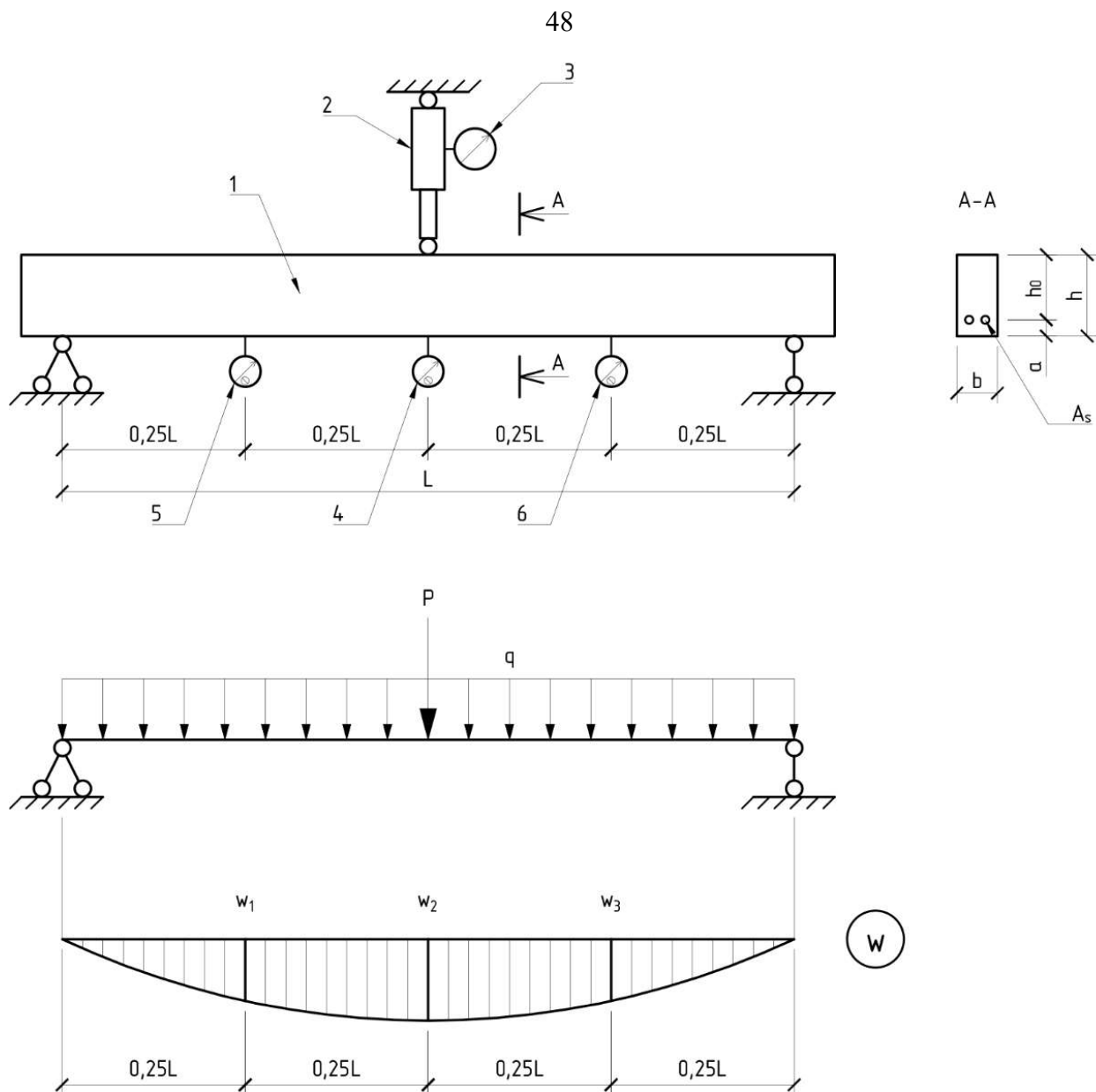


Рисунок 2.4 – Расчетная схема испытания балок на изгиб:

1 – балка; 2 – гидроцилиндр; 3 – манометр; 4 – индикатор часового типа ИЧ-25;
 5, 6 – индикаторы часового типа ИЧ-10; L – пролет; h – высота поперечного сечения;
 b – ширина поперечного сечения; h_0 – рабочая высота поперечного сечения; a – толщина
 защитного слоя; A_s – площадь армирования; P – сосредоточенная нагрузка;
 q – собственный вес балки; w_1, w_2, w_3 – прогибы балки

Механические испытания на изгиб показали, что несущая способность экспонированных балок снизилась в два раза по сравнению с контрольными образцами, а деформативность увеличилась, что проявилось как в абсолютных значениях прогибов, так и в более быстром наступлении разрушения при меньших нагрузках.

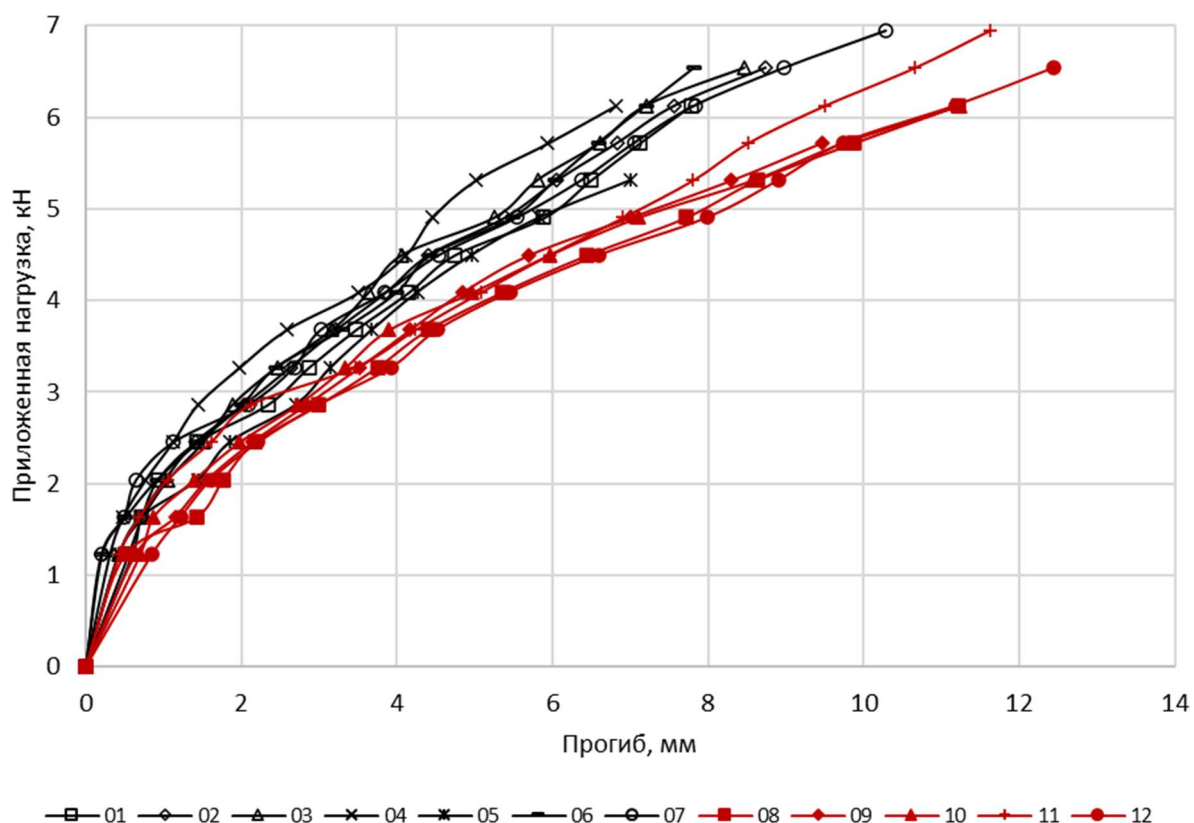


Рисунок 2.5 – Зависимости изменения прогибов балок
в середине пролета от величины нагрузки

Для получения экспериментальных диаграмм деформирования бетона, описывающих процесс деформирования и разрушения структуры материала под нагрузкой, были проведены испытания контрольных образцов-цилиндров. Для этого после проведения испытаний балок, согласно рекомендациям СП 13-102-2003 «Правила обследования несущих строительных конструкций зданий и сооружений», из каждой балки было высверлено по пять образцов-цилиндров диаметром 60 мм и высотой равной ширине балки. При этом часть образцов была забракована и исключена из дальнейших исследований.

Испытания контрольных образцов-цилиндров разрушающими методами (на сжатие) выполняли с применением высокоточного испытательного оборудования Wille Geotechnik (модель 13-PD/401). При построении диаграмм деформирования данные записывали в автоматическом режиме с интервалом 0,1 с при скорости нагружения 0,5 мм/мин (см. рисунки 2.6 и 2.7).

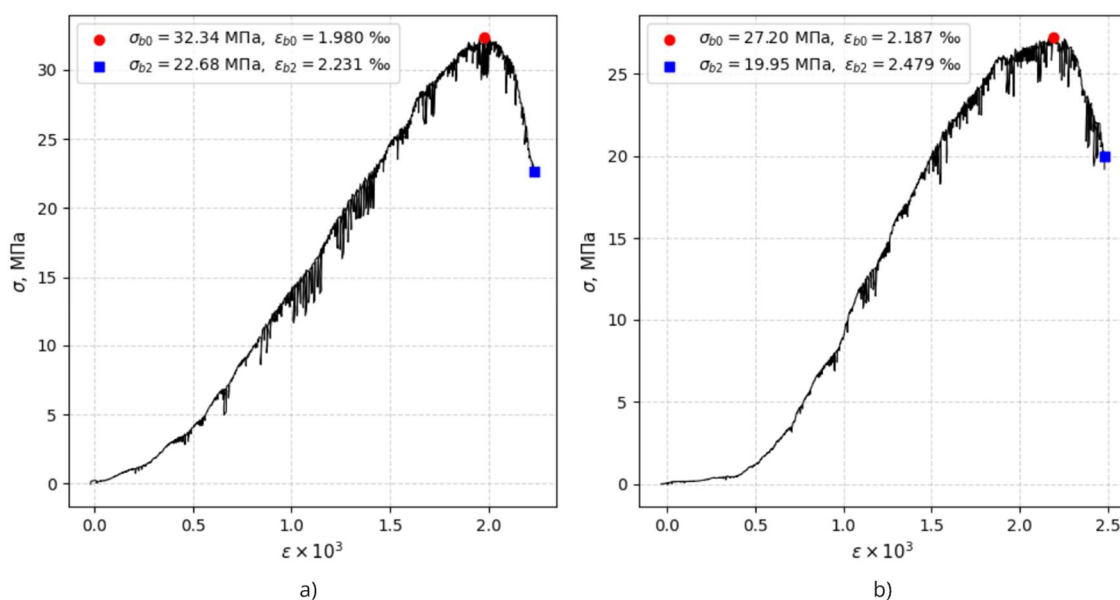


Рисунок 2.6 – Экспериментальные диаграммы деформирования образцов-цилиндров:
a – № 03; *b* – № 06

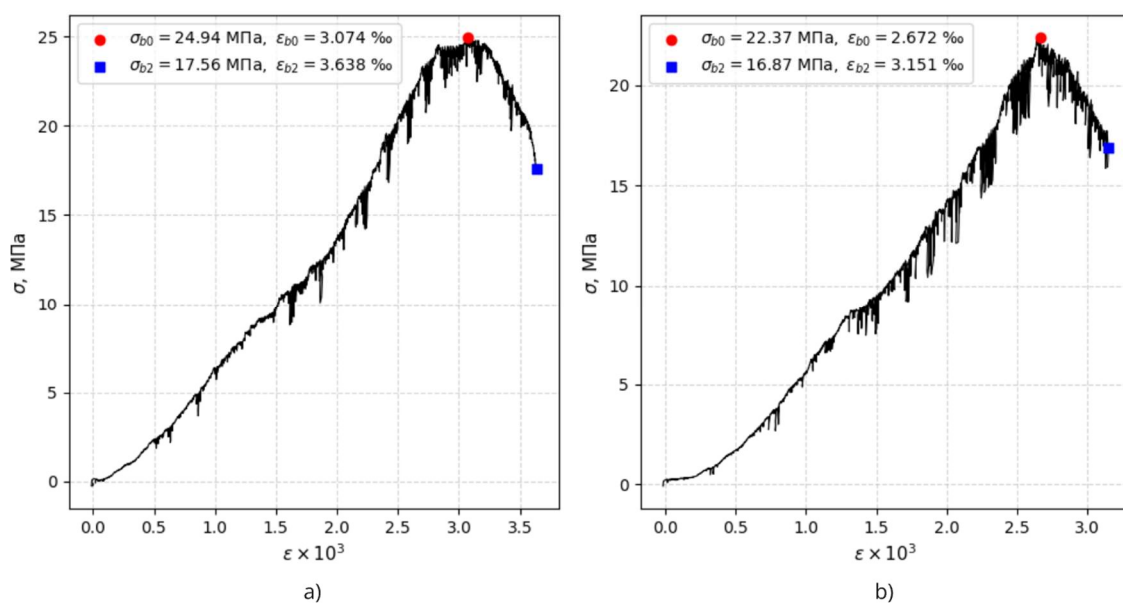


Рисунок 2.7 – Экспериментальные диаграммы деформирования образцов-цилиндров:
a – № 09; *b* – № 12

Предельные напряжения при сжатии (σ_{b0}), относительные деформации (ε_{b0}) при достижении σ_{b0} , предельные относительные деформации (ε_{b2}), при которых наступает полное разрушение образца, а также напряжения сжатия (σ_{b2}) при ε_{b2} определены и представлены в таблице 2.6.

Таблица 2.6 – Экстремумы экспериментальных диаграмм деформирования

№ образца	σ_{b0} , МПа	ε_{b0}	σ_{b2} , МПа	ε_{b2}
1	2	3	4	5
01	27.9211	0.0022	19.7075	0.0025
02	26.0499	0.0021	21.1411	0.0025
03	32.3399	0.0020	22.6845	0.0022
04	29.0838	0.0019	23.8751	0.0022
05	20.0035	0.0017	14.0495	0.0020
06	27.1960	0.0022	19.9544	0.0025
07	26.0499	0.0021	21.1411	0.0025
08	21.7368	0.0038	16.7634	0.0042
09	24.9363	0.0031	17.5610	0.0036
10	30.4241	0.0031	24.5879	0.0033
11	32.4981	0.0035	26.3378	0.0038
12	22.3725	0.0027	16.8723	0.0032

В период с 1 по 22 июня 2021 года были изготовлены четыре партии экспериментальных образцов. Каждая партия состояла из семь образцов-призм размером 40×40×160 мм из бетона с пропорциями по объему в м³ – 10:11:24 (Ц:П:Щ). Общее количество экспериментальных образцов составило 28 шт. Набор прочности проходил в нормальных условиях.

В качестве сред экспонирования образцов, в том числе агрессивных по отношению к бетону, были выбраны: водопроводная вода; дистиллированная вода; слабый раствор (2,34 %) серной кислоты H₂SO₄ с показателем pH равным 0,9.

Далее образцы были разделены на четыре группы: первая группа (образцы № 1, 10, 17, 26) – экспонирование в водопроводной воде; вторая группа (образцы № 3, 9, 21, 24) – экспонирование в дистиллированной воде; третья группа (образцы № 4, 6, 7, 8, 13, 14, 16, 22, 25, 28) – экспонирование в серной кислоте; четвертая группа (образцы № 2, 5, 11, 12, 15, 18, 19, 20, 23, 27) – контрольные образцы, находящиеся в нормальных условиях.

Экспонирование проводилось в пять этапов, при этом для каждого образца или группы образцов количество дней экспонирования было определено индивидуально в соответствии с планом эксперимента (см. таблица А.1, Приложение А). По прошествии запланированного периода экспонирования образцы извлекались из среды и в течении не менее 24, но не более 48 часов находились на открытом воздухе в нормальных условиях. В последующие 2-3 часа по всем образцам фиксировали контрольные показатели (см. таблица А.1, Приложение А).

При проведении испытаний неразрушающими методами для каждого образца определяли прочность верхних слоев, а также время прохождения ультразвука при поверхностном прозвучивании с базой 120 мм. На рисунках 2.8 и 2.9 представлены основные результаты испытаний.

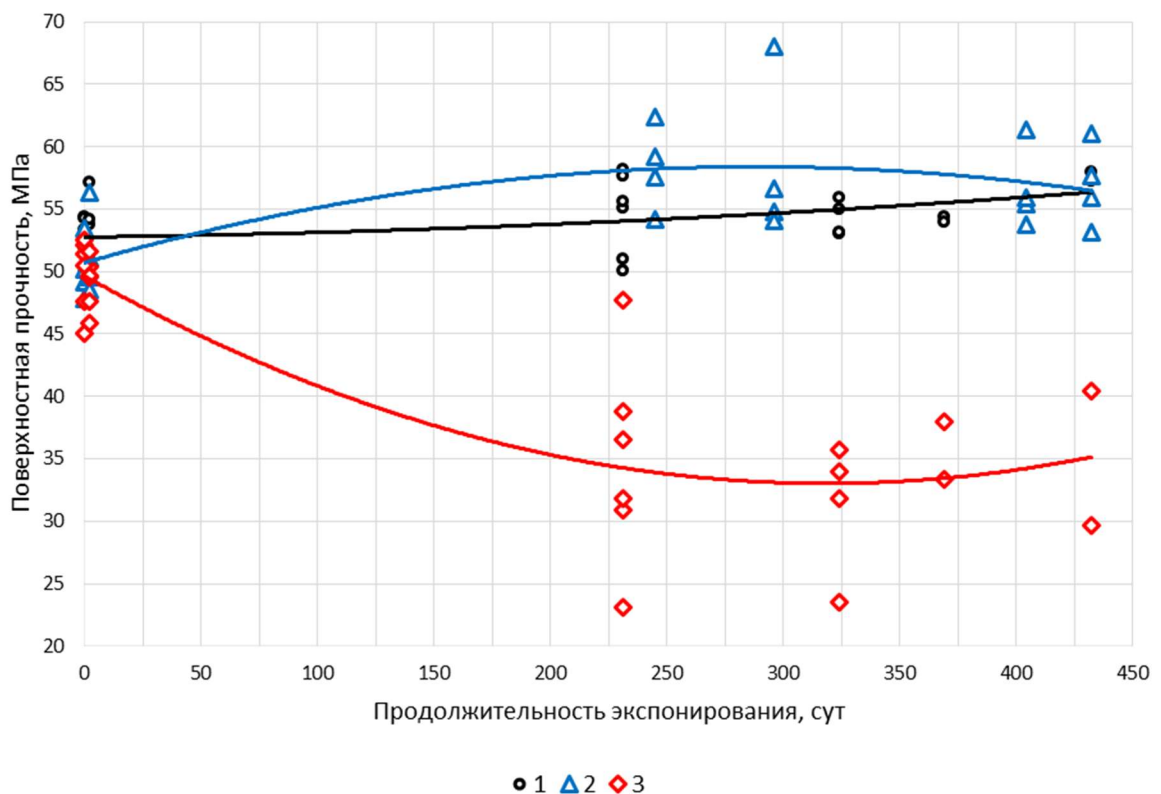


Рисунок 2.8 – Изменение прочности верхних слоев бетона для образцов:

1 – контрольных; 2 – экспонированных в дистиллированной воде;

3 – экспонированных в слабом растворе (2,34 %) серной кислоты H₂SO₄

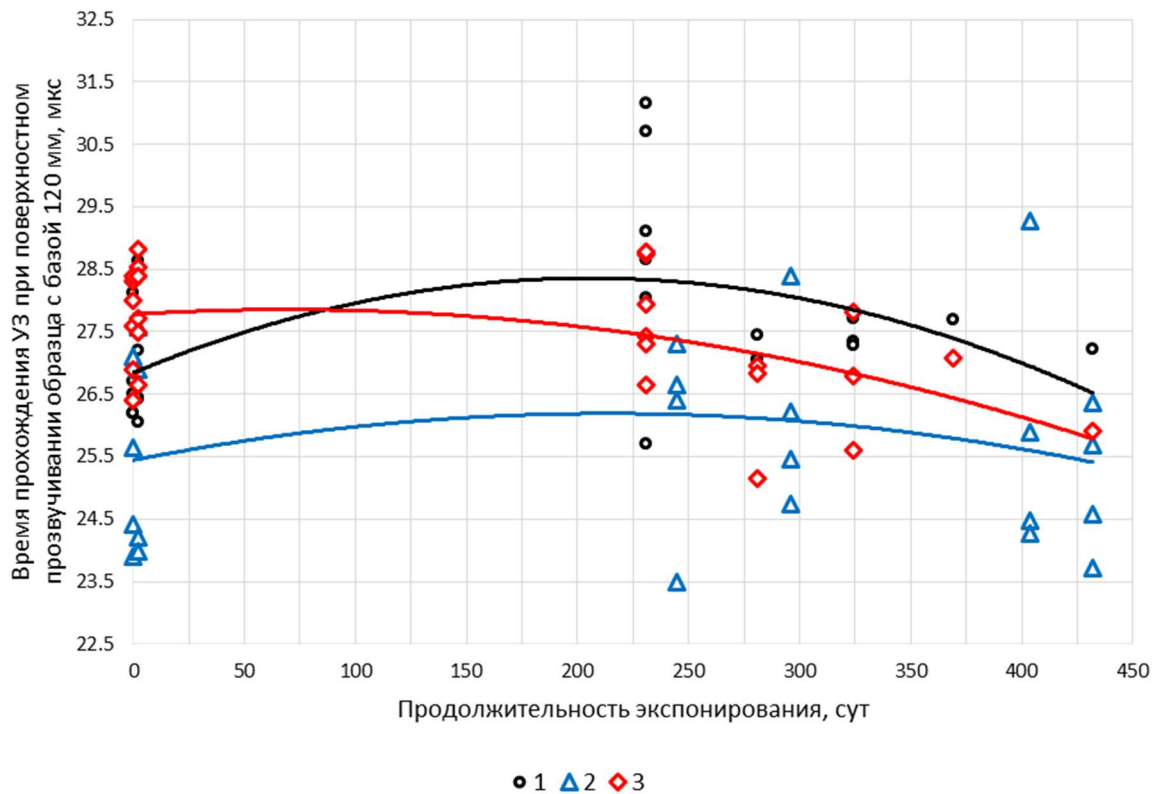


Рисунок 2.9 – Изменение времени прохождения ультразвука в образцах:

1 – контрольных; 2 – экспонированных в дистиллированной воде;

3 – экспонированных в слабом растворе (2,34 %) серной кислоты H_2SO_4

Поверхностная прочность контрольных образцов монотонно возрастает, при этом можно предположить, что образцы продолжают набирать прочность до тех пор, пока не завершится процесс гидратации. Этот же параметр для образцов, экспонированных в дистиллированной воде в первые 300 суток увеличивается за счет процесса гидратации, который по сравнению с контрольными образцами, находившимися на воздухе, протекает более интенсивно за счет подведения большого количества воды. После 300 суток поверхностная прочность бетона начинает снижаться за счет растворения компонентов цементного камня с последующим вымыванием их из структуры. Прочность образцов, экспонированных в растворе серной кислоты начиная с первых суток начинает постепенно снижаться, при этом, на отрезке в 300 суток снижается практически на 50 % от своей начальной величины.

После определения всех необходимых параметров, образцы-призмы испытывали на изгиб, а затем, половинки образцов через стандартные пластинки испытывали на сжатие по методике, описанной выше, для получения диаграмм деформирования (см. рисунки 2.10-2.12).

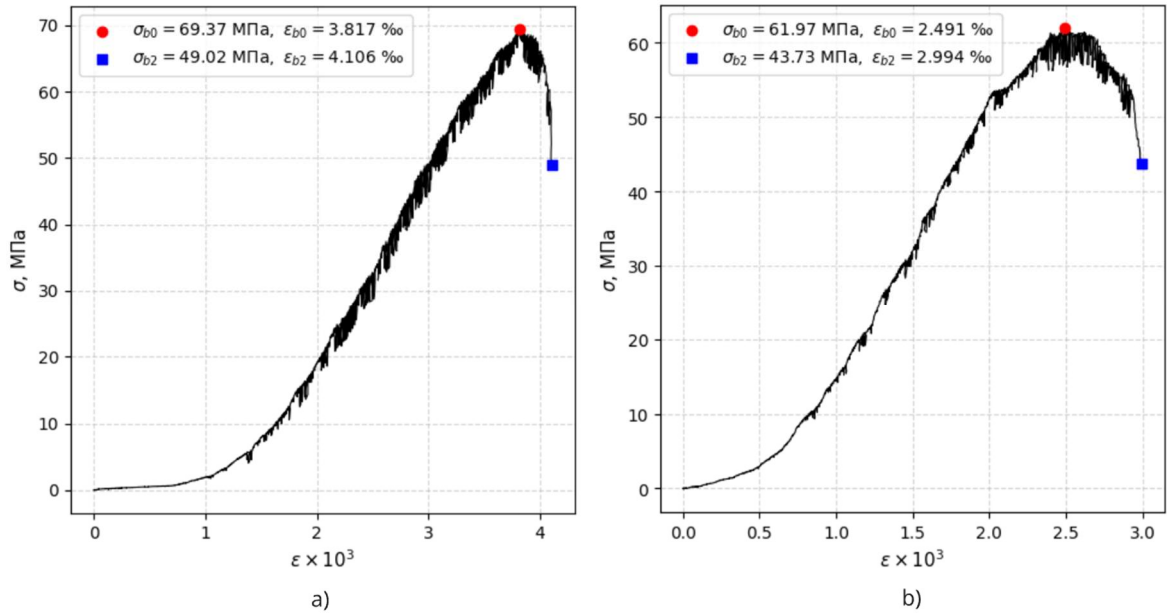


Рисунок 2.10 – Экспериментальные диаграммы деформирования при сжатии обеих половинок образца № 19 (нормальные условия): *a* – № 19.1; *b* – № 19.2

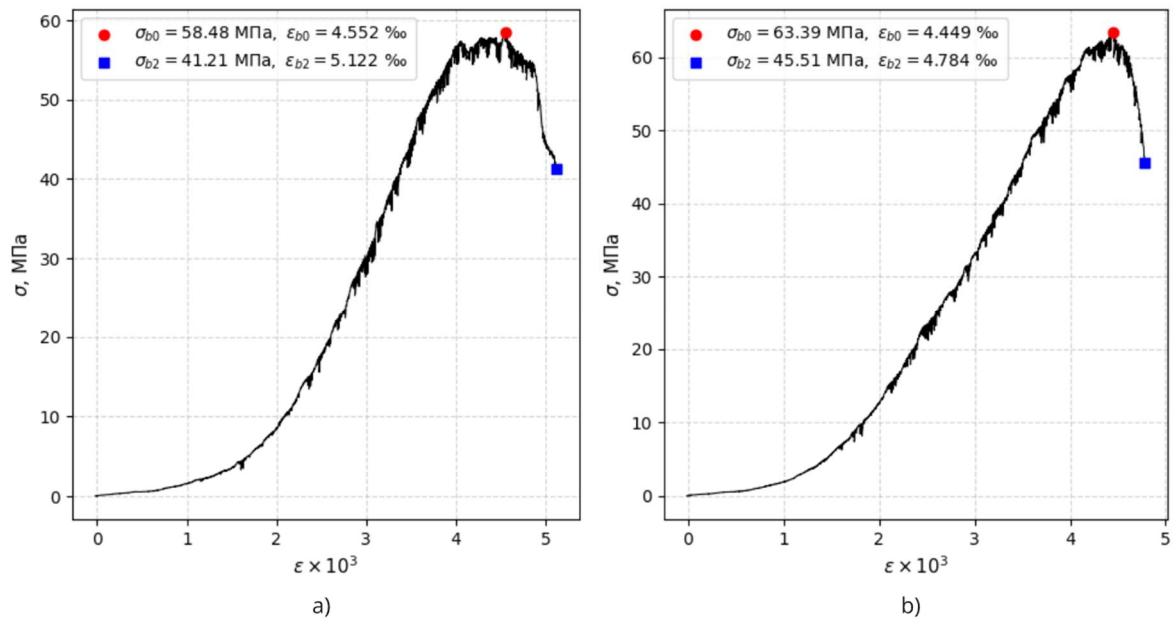


Рисунок 2.11 – Экспериментальные диаграммы деформирования при сжатии обеих половинок образца № 16 (270 суток в растворе H_2SO_4): *a* – № 16.1; *b* – № 16.2

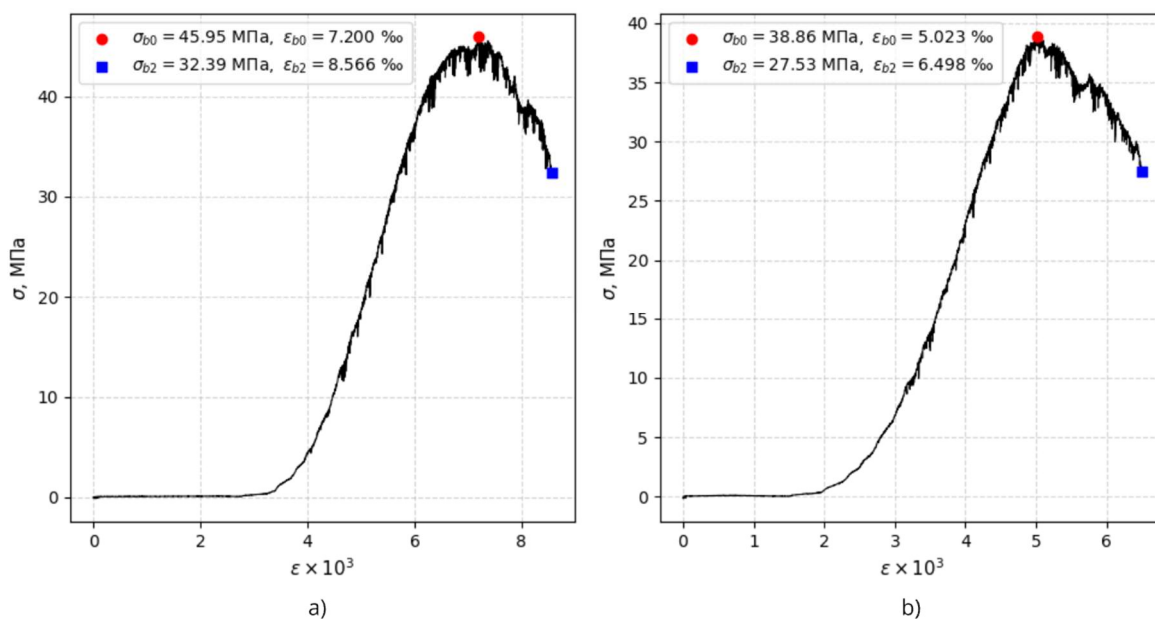


Рисунок 2.12 – Экспериментальные диаграммы деформирования при сжатии обеих половинок образца № 28 (376 суток в растворе H_2SO_4): *a* – № 28.1; *b* – № 28.2

Предельные напряжения при сжатии (σ_{b0}), относительные деформации (ε_{b0}) при достижении σ_{b0} , предельные относительные деформации (ε_{b2}), при которых наступает полное разрушение образца, а также напряжения сжатия (σ_{b2}) при ε_{b2} определены и представлены в таблице 2.7.

Таблица 2.7 – Экстремумы экспериментальных диаграмм деформирования

№ образца	σ_{b0} , МПа	ε_{b0}	σ_{b2} , МПа	ε_{b2}
1	2	3	4	5
19.1	69.3708	0.0038	49.0180	0.0041
19.2	61.9740	0.0025	43.7324	0.0030
16.1	58.4752	0.0046	41.2136	0.0051
16.2	63.3896	0.0044	45.5052	0.0048
28.1	45.9516	0.0072	32.3928	0.0086
28.2	38.8588	0.0050	27.5344	0.0065

Предельные напряжения для контрольных образцов составляют 61-69 МПа, а для образцов после 376 суток воздействия серной кислоты снижаются до 39-46 МПа. При этом относительные деформации для

контрольных образцов находятся в пределах 0,0025-0,0038, а для образцов после 376 суток воздействия серной кислоты увеличиваются до 0,0050-0,0072.

В период со 2 июля по 5 октября 2022 года в лабораторных условиях было изготовлено 14 партий экспериментальных образцов (по 6-7 образцов в каждой) – призм размером 40×40×160 мм из мелкозернистого бетона. Общее количество образцов составило 94 шт. Методика испытания образцов неразрушающими и разрушающими методами соответствует методике, описанной выше.

По результатам испытаний сформирована база данных, содержащая информацию о следующих параметрах по каждому образцу: a_0 – расход вяжущего (портландцемент ЦЕМ I 42,5Б ГОСТ 31108-2020 с насыпной плотностью от 1025,59 до 1097,12 кг/м³) на один замес в граммах; a_1 – расход неорганической добавки (гашеная известь с насыпной плотностью 526,65 кг/м³) на один замес в граммах; a_2 – расход мелкого заполнителя (речной песок с модулем крупности 2,81 и насыпной плотностью 1312,53 кг/м³) на один замес в граммах; a_3 – расход воды затворения (водопроводная вода) на один замес в граммах; a_4 – массовая доля, отношение В/(Ц+Д) в составе; a_5 – массовая доля неорганической добавки (гашеной извести) в составе; a_6 – массовая доля песка в составе; a_7 – возраст образца на момент испытания в сутках; a_8 – вес образца на момент испытаний в граммах; a_9 – ширина образца (горизонтальная при заливке сторона поперечного сечения) в мм; a_{10} – высота образца (вертикальная при заливке сторона поперечного сечения) в мм; a_{11} – длина образца в мм; a_{12} – поверхностная прочность образца в МПа, определяемая при помощи прибора ОНИКС-2.5 зав. № 954; a_{13} – время прохождения ультразвука (УЗ) в 10⁻⁶ с, (при поверхностном прозвучивании с базой 120 мм) при помощи прибора Пульсар 2.2 зав. № 613.

Диапазон экспериментальных данных представлен в таблице 2.8.

Характерные диаграммы деформирования мелкозернистого бетона представлены на рисунках 2.13-2.15.

Таблица 2.8 – Доверительные интервалы экспериментальных данных

№ п/п	Парам.	min	max	Размерн.	$ \Delta $	Сред. знач. по базе
1	2	3	4	5	6	7
1	a_0	900.00	2465.00	г	1565.00	1187.49
2	a_1	0.00	150.00	г	150.00	45.00
3	a_2	2550.00	7551.00	г	5001.00	3712.34
4	a_3	509.00	1726.00	г	1217.00	886.53
5	a_4	0.55	1.00	-	0.45	0.71
6	a_5	0.00	0.16	-	0.16	0.05
7	a_6	2.76	4.30	-	1.54	3.09
8	a_7	7.00	60.00	сут	53.00	22.96
9	a_8	539.20	588.53	г	49.33	564.12
10	a_9	39.50	41.00	мм	1.50	40.07
11	a_{10}	40.00	42.00	мм	2.00	40.79
12	a_{11}	160.00	161.50	мм	1.50	160.81
13	a_{12}	7.60	24.80	МПа	17.20	17.90
14	a_{13}	29.95	41.80	мкс	11.85	33.33

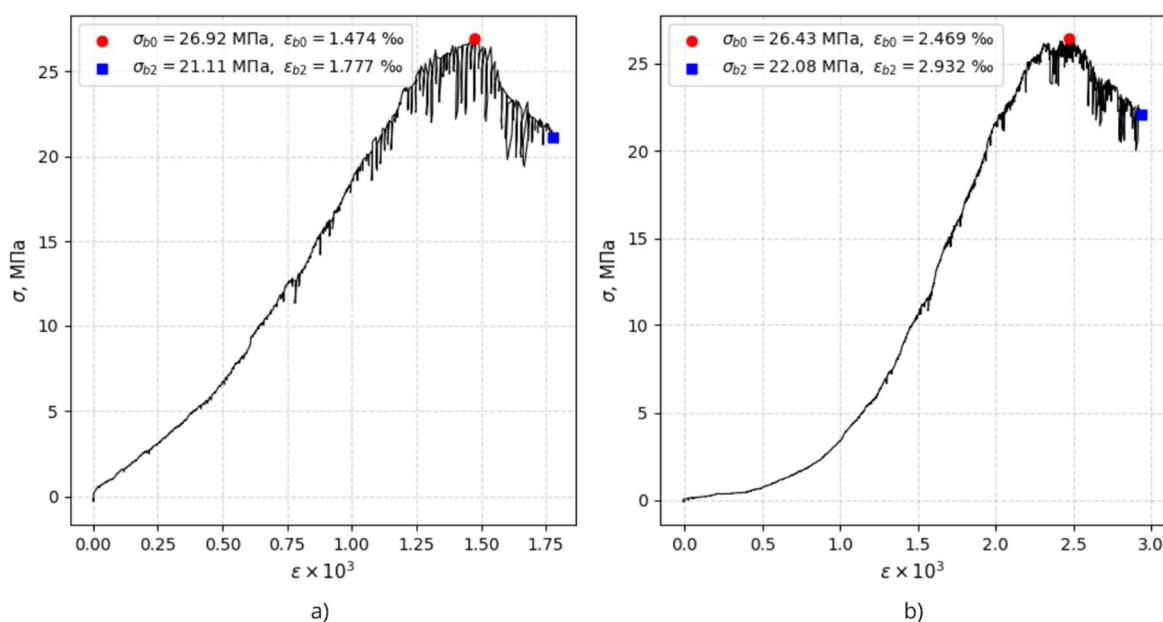


Рисунок 2.13 – Экспериментальные диаграммы деформирования при сжатии обеих половинок образца № 21 (нормальные условия): а – № 21.1; б – № 21.2

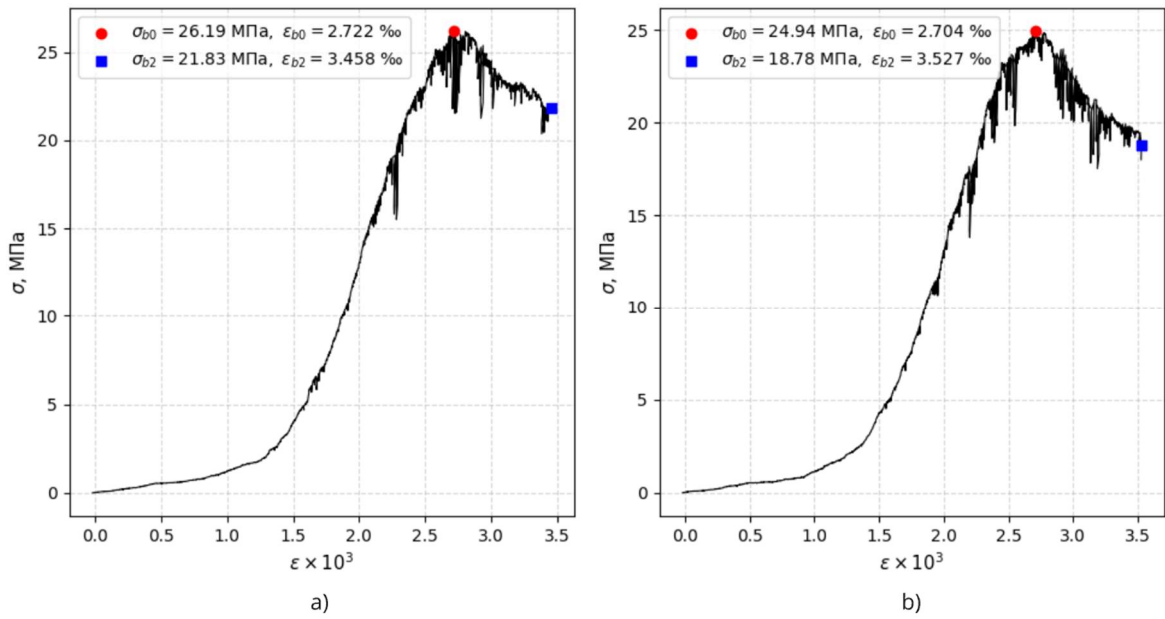


Рисунок 2.14 – Экспериментальные диаграммы деформирования при сжатии обеих половинок образца № 29 (нормальные условия): *a* – № 29.1; *b* – № 29.2

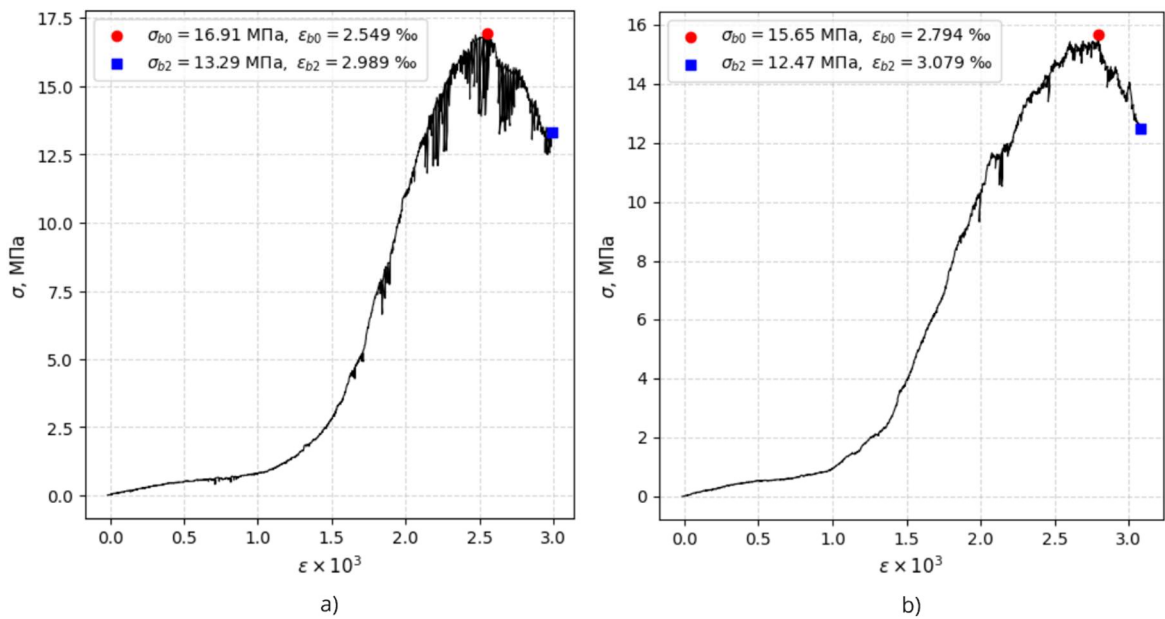


Рисунок 2.15 – Экспериментальные диаграммы деформирования при сжатии обеих половинок образца № 34 (нормальные условия): *a* – № 34.1; *b* – № 34.2

Предельные напряжения при сжатии (σ_{b0}), относительные деформации (ϵ_{b0}) при достижении σ_{b0} , предельные относительные деформации (ϵ_{b2}), при которых наступает полное разрушение образца, а также напряжения сжатия (σ_{b2}) при ϵ_{b2} определены и представлены в таблице 2.9.

Таблица 2.9 – Экстремумы экспериментальных диаграмм деформирования

№ образца	σ_{b0} , МПа	ε_{b0}	σ_{b2} , МПа	ε_{b2}
1	2	3	4	5
21.1	26.9244	0.0015	21.1124	0.0018
21.2	26.4340	0.0025	22.0832	0.0029
29.1	26.1944	0.0027	21.8300	0.0035
29.2	24.9396	0.0027	18.7756	0.0035
34.1	16.9064	0.0025	13.2924	0.0030
34.2	15.6516	0.0028	12.4680	0.0031

Все образцы 2022 года были испытаны в возрасте 7, 28 и 60 суток (вариативно) в нормальных условиях.

Нелинейный характер диаграмм деформирования, представленных на рисунках 2.6, 2.7, 2.10-2.12 и 2.13-2.15, необходимо учитывать при выборе оптимальной модели аппроксимации, интегрируемой в численные методы расчета напряженно-деформированного состояния балок, например, методы конечных разностей или конечных элементов.

Полученные ранее экспериментальные диаграммы деформирования бетона отражают действительную работу материала под нагрузкой. Однако прямое внедрение этих диаграмм в расчетные модели для определения НДС балок приведет к большим ошибкам, так как они имеют нехарактерный изгиб в зоне линейной и нелинейно-упругой работы материала. Диаграммы требуют корректировки посредством приведения к нормативному виду.

2.2 Приведение экспериментальных диаграмм деформирования к нормативному виду

Исследованию криволинейных диаграмм деформирования посвящены многочисленные работы отечественных исследователей: Н.И. Карпенко, С.Н. Карпенко, О.В. Радайкина [174-177]; Г.В. Мурашкина, В.Г. Мурашкина [178-179]; И.В. Федорова [180]; О.В. Кавериной, А.А. Крючкова [181]; и

других [182-186]. Особое внимание авторы уделяют точности аппроксимации полных диаграмм деформирования с учетом криволинейных восходящих, а также нисходящих ветвей.

Существуют разные методы приведения экспериментальных диаграмм деформирования к нормативному виду. Так, например, согласно п. 6.1.20 СП 63.13330.2018 значение предела упругости бетона принимают: $\sigma_{b1} = 0,6 \cdot \sigma_{b0}$ (трехлинейная диаграмма), значения относительных деформаций принимают равными: $\varepsilon_{b1} = \sigma_{b1} E_b^{-1}$, а значения предельных относительных деформаций принимают: $\varepsilon_{b0} = 0,002$ (при осевом сжатии и непродолжительном действии нагрузки).

Однако, многие авторы, например, В.Н. Байков, С.В. Горбатов, З.А. Димитров считают [212], что напряжение бетона, отвечающее предельному относительному сжатию, для всех марок составляет 85 % от максимального значения. Для повышения точности расчетных моделей требуется применять дифференциальный подход в определении граничных условий отдельных фаз нагружения материала.

На примере образца-цилиндра № 06 (см. рисунок 2.16, а) представим метод приведения диаграммы деформирования к нормативному виду. Для решения подобной задачи была разработана и зарегистрирована программа для ЭВМ «*Reduction of experimental discrete-continuous stress-strain diagrams of concrete to a standard form (version 1.0)*» (свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2025660991) [233].

Метод реализуется следующим образом:

1. Экспериментальная диаграмма деформирования аппроксимируется функцией $\sigma_i = a\varepsilon_i^5 + b\varepsilon_i^4 + c\varepsilon_i^3 + d\varepsilon_i^2 + e\varepsilon_i$, коэффициенты при неизвестных определяются методом наименьших квадратов.

2. Определяются точки перегиба функции (IP_i) (см. рисунок 2.16, а), как корни 2-й производной полинома: $\sigma_i'' = 20a\varepsilon_i^3 + 12b\varepsilon_i^2 + 6c\varepsilon_i + 2d$. Точки перегиба имеют важное значение при анализе диаграмм напряжение-

деформация, так как они указывают на переход от упругой к пластической деформации.

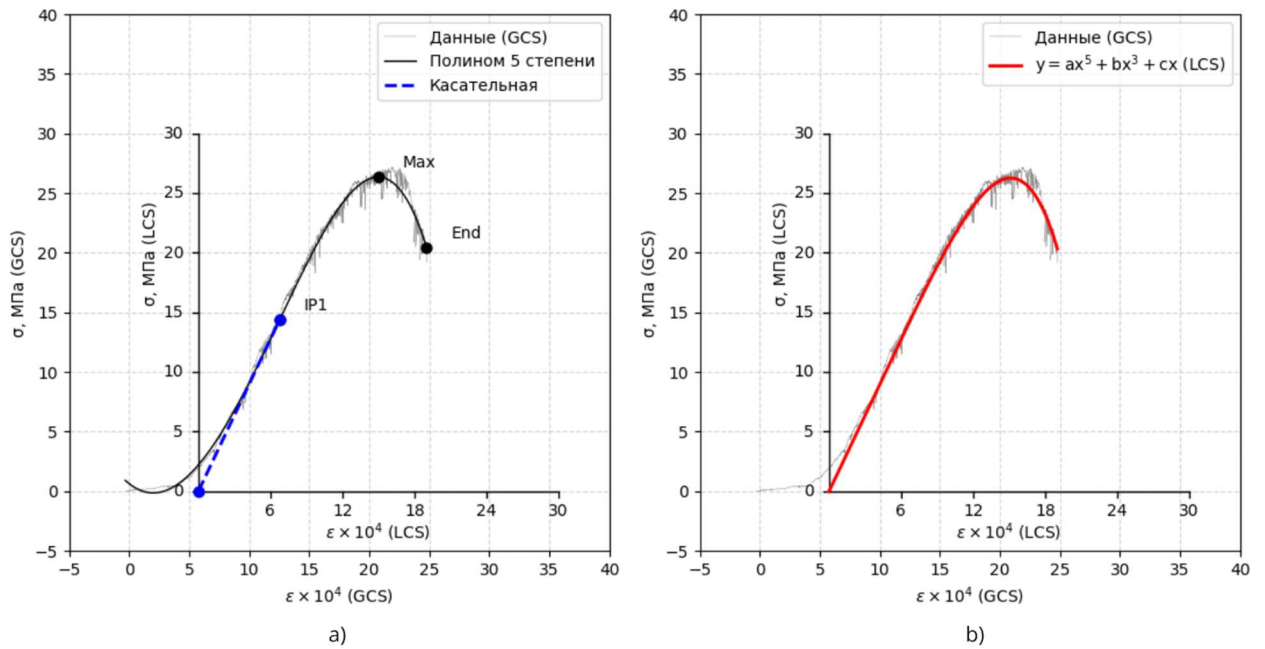


Рисунок 2.16 – Приведение экспериментальной диаграммы деформирования образца цилиндра № 06 к нормативному виду: *a* – введение локальной системы координат (*LCS*); *b* – аппроксимация нормированной диаграммы функцией (2.14)

3. Определяются точки экстремума полинома: *Max* – максимального напряжения (σ_{max}); *End* – предельных деформаций (ϵ_{end}).

4. Через точку перегиба (IP_1) проводится касательная к графику функции. Уравнение касательной имеет вид:

$$f_2(\epsilon_i) = f_1(\epsilon_{IP_1}) + f_1'(\epsilon_{IP_1})(\epsilon_i - \epsilon_{IP_1}), \quad (2.1)$$

где $f_1(\epsilon_{IP_1})$ – значение функции полинома от ϵ_{IP_1} ;

$f_1'(\epsilon_{IP_1})$ – значение производной функции полинома от ϵ_{IP_1} .

Из формулы (2.1) следует, что $f_2(\epsilon_i) = 0$ при $\epsilon_i = \epsilon_{LC}$, где ϵ_{LCS} – точка пересечения касательной оси абсцисс (начало локальной системы координат, *LCS*), тогда:

$$\epsilon_{LCS} = \left(f_1'(\epsilon_{IP_1})\epsilon_{IP_1} - f_1(\epsilon_{IP_1}) \right) \cdot \left(f_1'(\epsilon_{IP_1}) \right)^{-1}. \quad (2.2)$$

5. После нахождения величины ε_{LCS} по формуле (2.2) вводится локальная система координат, с началом в точке с координатами $(\varepsilon_{LCS}; 0)$. Диаграмма деформирования получает необходимое смещение (см. рисунок 2.16). При этом, начальный модуль деформации материала определяется, как угловой коэффициент касательной $\operatorname{tg}(\alpha) = k = E_b$.

6. Аппроксимируется скорректированная диаграмма (см. рисунок 2.16, *b*) функцией (2.14), а затем определяются коэффициенты при неизвестных методом наименьших квадратов. Параметры аппроксимирующей функции записаны в таблицу А.2, Приложения А.

Из представленного графика (см. рисунок 2.16) следует, что функция (2.14) с высокой точностью аппроксимирует экспериментальную диаграмму деформирования и может быть использована при решении задачи изгиба балок с учетом работы бетона за пределом упругости [229].

2.3 Аналитическое описание экспериментальных диаграмм деформирования бетона

Расчет конструкций по предельным состояниям производят с учетом неупругих деформаций бетона и арматуры (физической нелинейности) [187], он позволяет рациональнее использовать ресурс материала конструкции [188], приводит к принятию наиболее экономичных решений [189-192, 223, 225]. Требования представлены в нормативах: СП 63.13330.2018 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. СНиП 52-01-2003 (с Изменениями N 1, 2)»; EN 1992-1-1 «Eurocode 2: Design of concrete structures».

Так, в основе нелинейного расчета конструкций лежат криволинейные и кусочно-линейные диаграммы деформирования (см. рисунки 2.17 и 2.18).

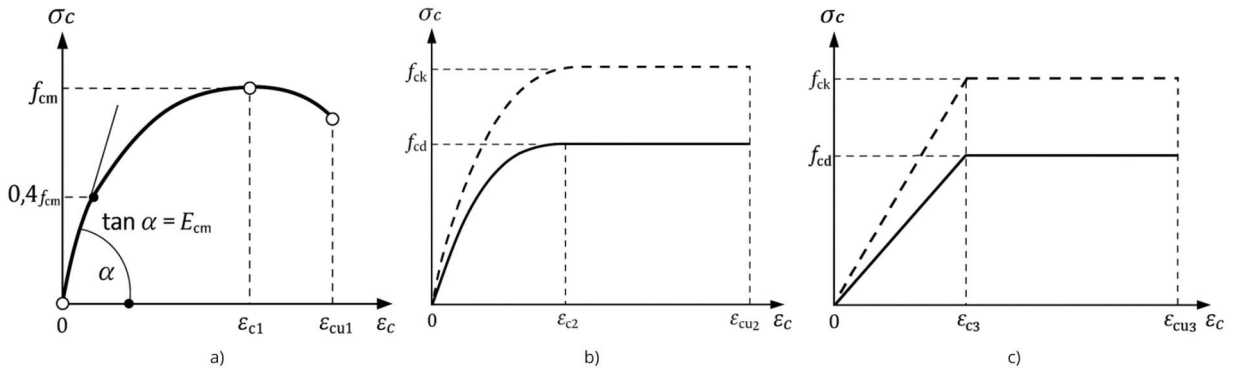


Рисунок 2.17 – Диаграммы деформирования сжатого бетона [193]:

a – криволинейная; *b* – параболически-линейная диаграмма;

c – билинейная диаграмма

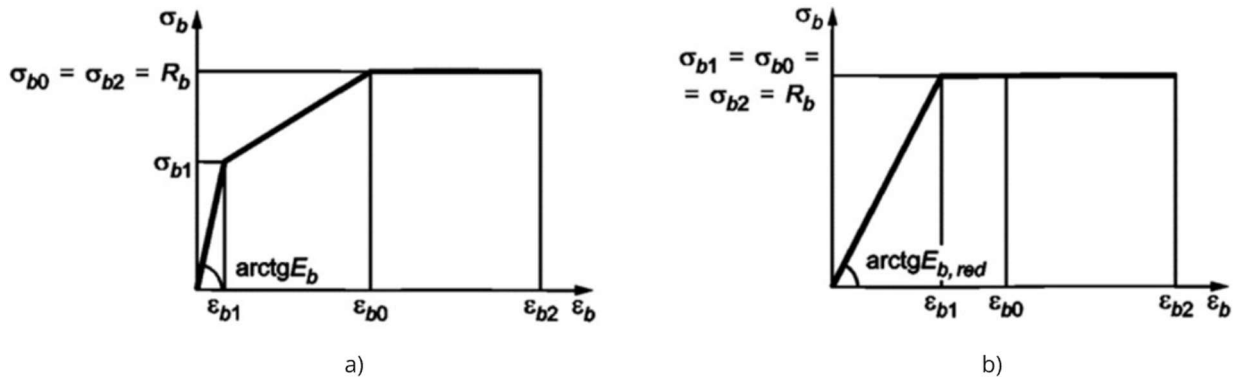


Рисунок 2.18 – Диаграммы деформирования бетона [187]:

a – трехлинейная; *b* – двухлинейная

Для повышения точности расчетов, диаграммы деформирования могут быть аппроксимированы аналитическими функциями с любой заданной точностью.

Среди часто применяемых функций аппроксимации можно выделить комбинированные степенные зависимости вида:

$$\sigma_i = \alpha \cdot \varepsilon_i - \beta \cdot \varepsilon_i^n. \quad (2.3)$$

Кроме комбинированных степенных зависимостей применяют также полиномиальные зависимости:

$$\sigma_i = a \cdot \left(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{b0}}\right) + b \cdot \left(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{b0}}\right)^2 + c \cdot \left(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{b0}}\right)^3 + d \cdot \left(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{b0}}\right)^4 + e \cdot \left(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{b0}}\right)^5. \quad (2.4)$$

Коэффициенты при неизвестных функции (2.3), подобранные методом нормируемых параметров [194], представлены в таблице 2.10.

Таблица 2.10 – Коэффициенты при неизвестных функции (2.3)

№ п/п	Название функции / автор(ы)	Показатель степени	Граничные условия	
			$\varepsilon_i \rightarrow 0$	$\varepsilon_i = \varepsilon_{b0}$
		n	α	β
1	Ф.И. Герстнер	2	E_b	$\frac{\alpha \cdot \varepsilon_{b0} - \sigma_{b0}}{\varepsilon_{b0}^2}$
2	А.Р. Ржаницын, П.А. Лукаш	3	E_b	$\frac{\alpha \cdot \varepsilon_{b0} - \sigma_{b0}}{\varepsilon_{b0}^3}$
3	Комбинированная степенная зависимость 4-ой степени	4	E_b	$\frac{\alpha \cdot \varepsilon_{b0} - \sigma_{b0}}{\varepsilon_{b0}^4}$
4	Комбинированная степенная зависимость 5-ой степени	5	E_b	$\frac{\alpha \cdot \varepsilon_{b0} - \sigma_{b0}}{\varepsilon_{b0}^5}$

Коэффициенты при неизвестных функции (2.4), с учетом того же метода нормируемых параметров [195], определяются из решения системы уравнений, состоящей из формул (2.5-2.9):

$$a = \varepsilon_{b0} \cdot E_b, \quad (2.5)$$

$$b = -0,5 \cdot (a + 3c + 4d + 5e), \quad (2.6)$$

$$c = -2\sigma_{b0} + a - 2d - 3e, \quad (2.7)$$

$$d = (k_1 - e \cdot k_3) \cdot (k_2)^{-1}, \quad (2.8)$$

$$e = (k_4 \cdot k_2 - k_1 \cdot k_5) \cdot (k_6 \cdot k_2 - k_3 \cdot k_5)^{-1}. \quad (2.9)$$

В уравнениях (2.5-2.9) вспомогательные коэффициенты определяются:

$$\varphi = \frac{\sigma_{b2}}{\sigma_{b0}}; \quad \omega = \frac{\varepsilon_{b2}}{\varepsilon_{b0}};$$

$$k_1 = 3 \cdot (2 \cdot \sigma_{b0} - a) \cdot (\omega - 1); \quad k_2 = 6 \cdot \omega \cdot (\omega - 1);$$

$$k_3 = 10\omega^3 - 9\omega - 1; \quad k_4 = \sigma_{b0} \cdot (2\omega^3 - 3\omega^2 + \varphi) - a \cdot \omega \cdot (\omega - 1)^2;$$

$$k_5 = \omega^2 \cdot (\omega - 1)^2; \quad k_6 = \omega^2 \cdot (\omega^3 - 3\omega + 2).$$

Результаты аппроксимации функциями (2.3) и (2.4) экспериментальной диаграммы деформирования образца-цилиндра № 11 представлены на рисунке 2.19.

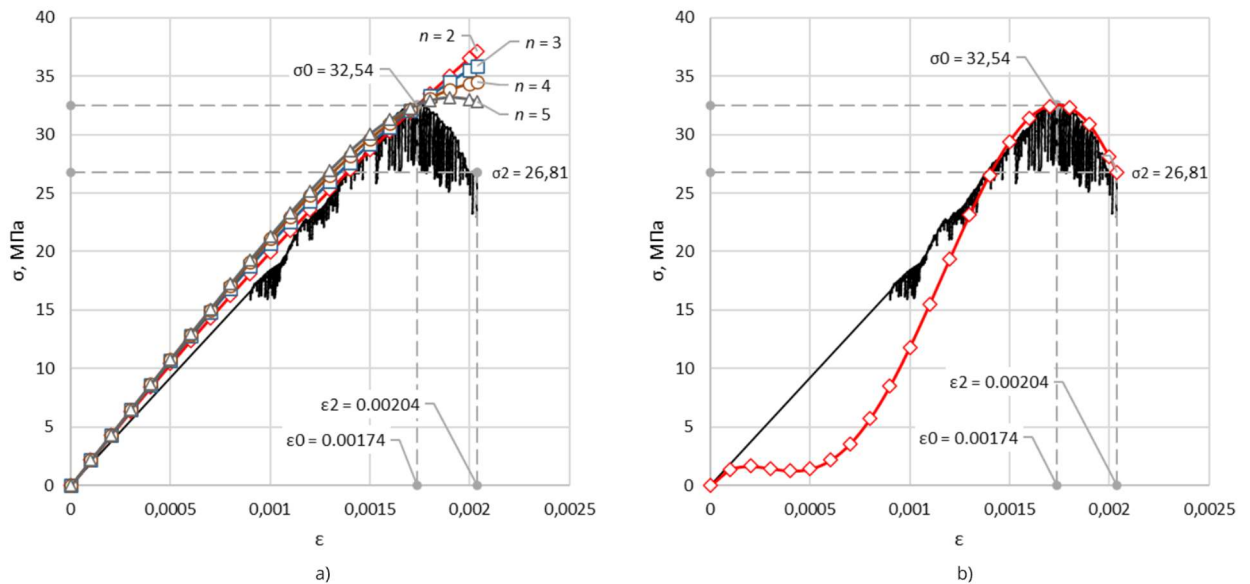


Рисунок 2.19 – Аппроксимация экспериментальной диаграммы деформирования образца-цилиндра № 11: *a* – функцией (2.3); *b* – функцией (2.4)

Анализируя результаты аппроксимации, можно сделать следующие выводы. Функция (2.3) относительно точно описывает участок диаграммы от 0 до ε_{b0} при значениях n от 2 до 5, однако участок разрушения структуры материала данная функция аппроксимирует плохо, кроме того, экстремумы σ_{b0} смещаются в сторону увеличения до 20 %, что не соответствует работе бетона в действительности. Это также может привести к критическим ошибкам при вычислении НДС балок. Аппроксимация диаграммы функцией (2.4) с высокой степенью точности позволяет зафиксировать экстремумы деформирования, однако в зоне линейной работы материала образуется нелинейно-восходящая ветвь диаграммы, что не соответствует действительной работе материала в линейно-упругой стадии.

Перечисляя недостатки представленных функций, отметим, что при расчете балок численными методами можно столкнуться с серьезными ошибками в расчетах из-за применения четных показателей степени n в значениях ε_i^n .

Например, при определении прогибов балки вариационными методами, например, методом Ритца-Тимошенко (МРТ), необходимо (при вычислении

полной потенциальной энергии изгиба балки) определить моменты инерции сечения высших порядков по формуле [223, 225]:

$$I_n = \int_{-h/2}^{h/2} (-z)^k b dz, \quad (2.10)$$

где b – ширина поперечного сечения балки;

$-z$ – координата сечения по высоте поперечного сечения балки, которая при справедливости гипотезы плоских сечений определяется из уравнения связи нормальных напряжений и деформаций: $\varepsilon_x = -zw''$, здесь w'' – кривизна оси балки.

Интегрируя $\varepsilon_x = -zw''$ по ε для нахождения переменной по длине балки жесткости, получим выражение (2.10), в котором $k = n + 1$, где n – показатель степени ε_i^n в аппроксимирующих функциях.

Рассмотрим алгоритм определения полной потенциальной энергии изгиба балки, при аппроксимации диаграммы деформирования функцией, которую предложил Ф.И. Герстнер:

$$\sigma_i = \alpha \cdot \varepsilon_i - \beta \cdot \varepsilon_i^2. \quad (2.11)$$

Удельная потенциальная энергия изгиба определяется по формуле:

$$\begin{aligned} dV = \int_0^\varepsilon \sigma(\varepsilon) d\varepsilon = \int_0^\varepsilon (\alpha\varepsilon - \beta\varepsilon^2) d\varepsilon = \frac{1}{2}\alpha\varepsilon^2 - \frac{1}{3}\beta\varepsilon^3 = \frac{1}{2}\alpha(-zw'')^2 - \\ - \frac{1}{3}\beta(-zw'')^3 = \frac{1}{2}\alpha(-z)^2(w'')^2 - \frac{1}{3}\beta(-z)^3(w'')^3. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Тогда по формуле (2.10):

$$\begin{aligned} I_1 = \int_{-h/2}^{h/2} (-z)^2 b dz = \frac{1}{3} b \left[\left(\frac{h}{2} \right)^3 - \left(-\frac{h}{2} \right)^3 \right] = \frac{1}{3} b \frac{2h^3}{8} = \frac{bh^3}{12}; \\ I_2 = \int_{-h/2}^{h/2} (-z)^3 b dz = -\frac{1}{4} b \left[\left(\frac{h}{2} \right)^4 - \left(-\frac{h}{2} \right)^4 \right] = 0. \end{aligned}$$

То есть при аппроксимации нелинейной зависимости $\sigma(\varepsilon)$ функцией (2.11) решение нелинейной задачи будет сведено к ее линейной постановке. Исходя из данных рассуждений при любых четных n значение моментов инерции высших порядков I_n будет равно 0.

При решении аналогичной задачи методом конечных разностей (МКР) необходимо определять эпюру секущего (E_c), или касательного (E_k) модулей

деформации по высоте поперечного сечения изогнутой оси балки, при этом эпюра должна быть симметричной относительно нейтральной оси. Однако, при четных показателях степени n в значениях ε_i^n искомая эпюра не является симметричной.

Рассмотрим данный случай на примере аппроксимации диаграммы деформирования функцией (2.4), при этом касательный модуль определяется по формуле:

$$\frac{d\sigma_i}{d\varepsilon_i} = a \left(\frac{1}{\varepsilon_{b0}} \right) + 2b\varepsilon_i \left(\frac{1}{\varepsilon_{b0}} \right)^2 + 3c\varepsilon_i^2 \left(\frac{1}{\varepsilon_{b0}} \right)^3 + 4d\varepsilon_i^3 \left(\frac{1}{\varepsilon_{b0}} \right)^4 + 5e\varepsilon_i^4 \left(\frac{1}{\varepsilon_{b0}} \right)^5. \quad (2.13)$$

С учетом того, что при изгибе балки ε_i по высоте поперечного сечения будет являться знакопеременной величиной, четные степени в формуле (2.13) внесут погрешность в вычислениях касательного модуля.

Исходя из всего вышеизложенного, при решении задачи изгиба балки с учетом физической нелинейности работы материала, необходимо подобрать комбинированную степенную зависимость высшего порядка без четных показателей степени n в значениях ε_i^n .

Для решения подобной задачи предлагается использовать следующую функцию аппроксимации:

$$\sigma_i = a\varepsilon_i^5 + b\varepsilon_i^3 + c\varepsilon_i. \quad (2.14)$$

Далее на рисунках 2.20-2.25 представлены результаты аппроксимации функцией (2.14) некоторых диаграмм деформирования контрольных образцов.

Корректное определение коэффициентов данной функции может быть осуществлено с помощью ряда математических подходов. Следует отметить, что при аппроксимации экспериментальных данных метод наименьших квадратов может приводить к локализации экстремумов экспериментальной зависимости за пределами аппроксимирующей кривой. Однако данное отклонение не оказывает существенного влияния на точность расчета самих коэффициентов. Ключевым преимуществом метода наименьших квадратов в данном контексте является его способность обеспечивать повышенную точность аппроксимации на остальных участках диаграммы.

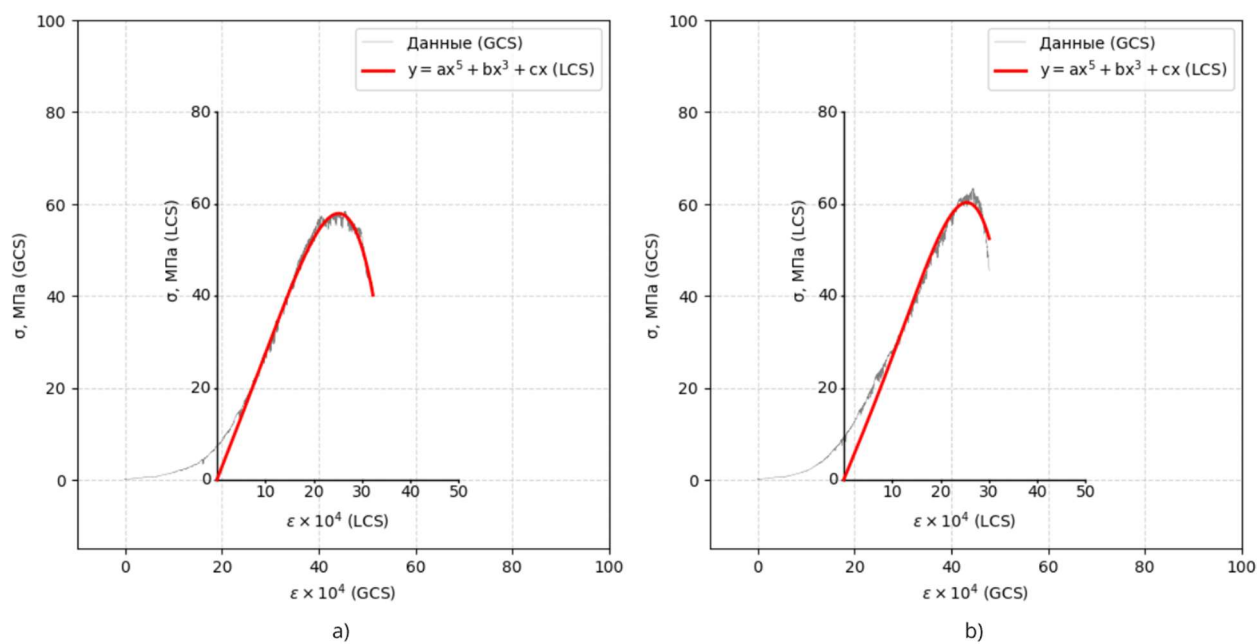


Рисунок 2.20 – Результаты аппроксимации функцией (2.14) нормированных диаграмм деформирования контрольных образцов:

a – № 16.1; b – № 16.2 (см. рисунок 2.11)

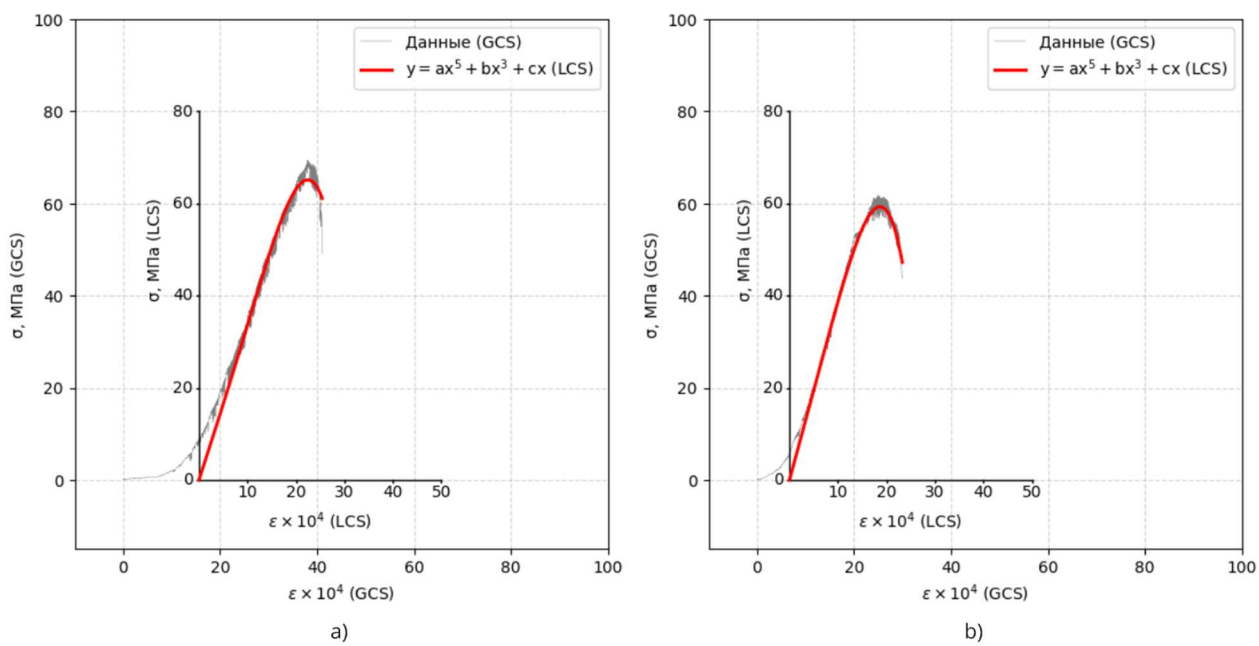


Рисунок 2.21 – Результаты аппроксимации функцией (2.14) нормированных диаграмм деформирования контрольных образцов:

a – № 19.1; b – № 19.2 (см. рисунок 2.10)

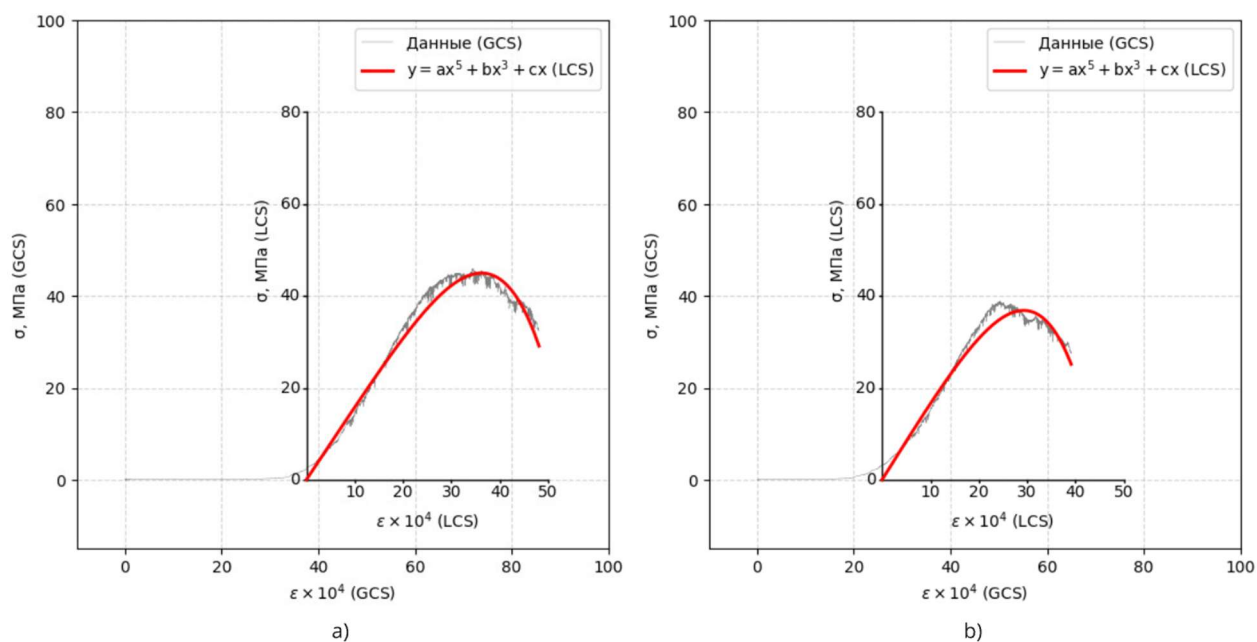


Рисунок 2.22 – Результаты аппроксимации функцией (2.14) нормированных диаграмм деформирования контрольных образцов:

a – № 28.1; b – № 28.2 (см. рисунок 2.12)

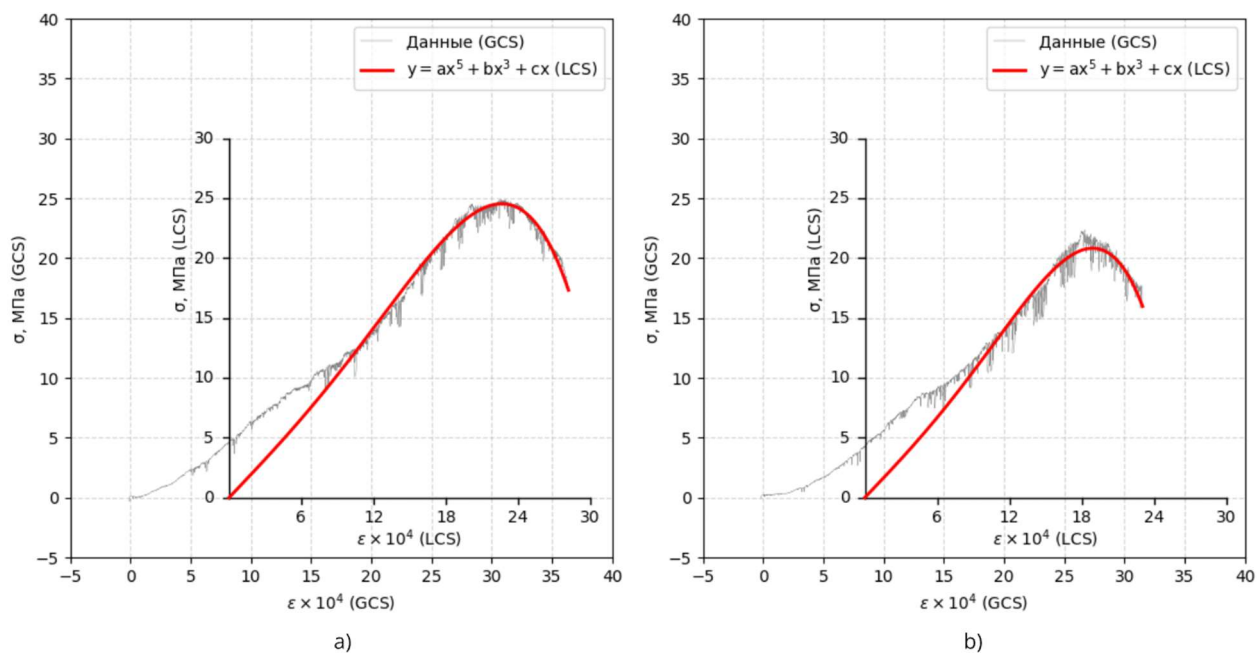


Рисунок 2.23 – Результаты аппроксимации функцией (2.14) нормированных диаграмм деформирования контрольных образцов:

a – № 09; b – № 12 (см. рисунок 2.7)

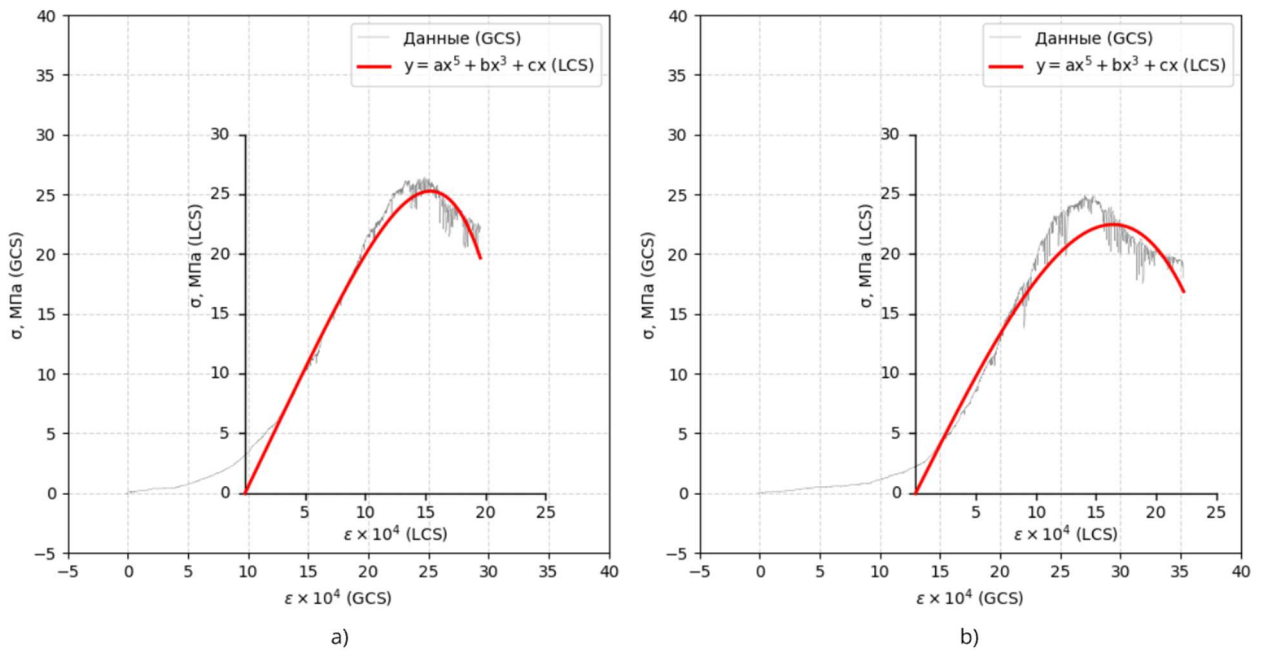


Рисунок 2.24 – Результаты аппроксимации функцией (2.14) нормированных диаграмм деформирования контрольных образцов:
 a – № 21.2 (см. рисунок 2.13); b – № 29.2 (см. рисунок 2.14)

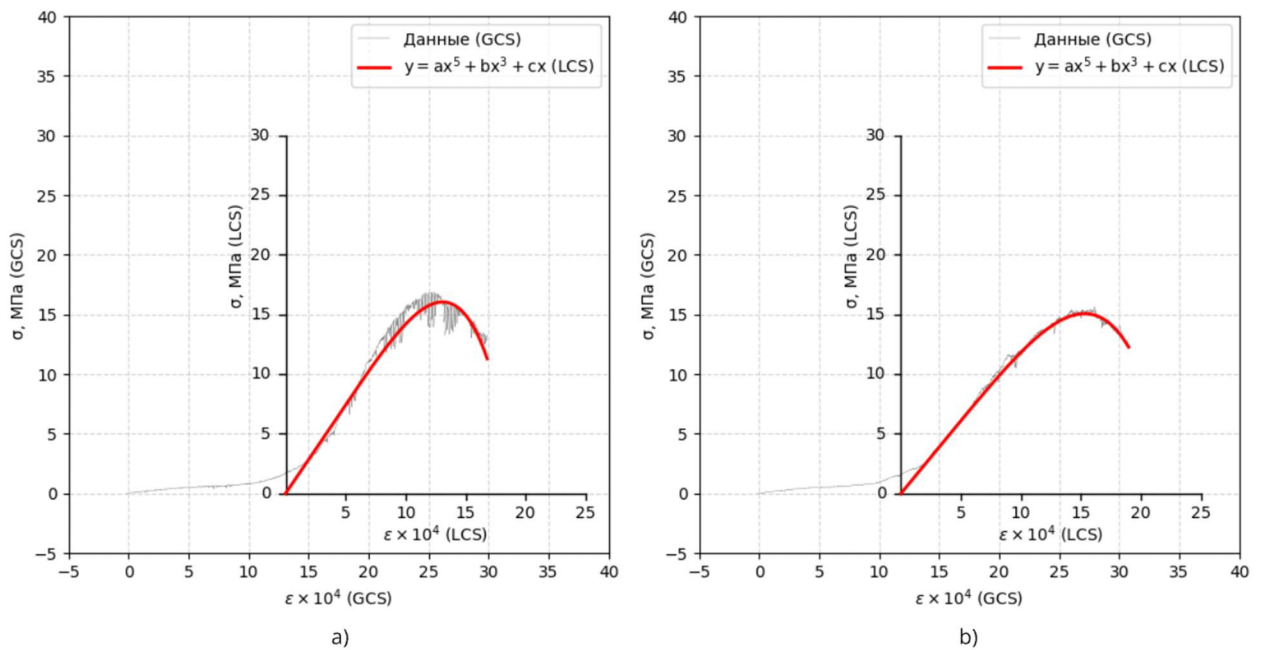


Рисунок 2.25 – Результаты аппроксимации функцией (2.14) нормированных диаграмм деформирования контрольных образцов:
 a – № 34.1; b – № 34.2 (см. рисунок 2.15)

Из представленных графиков следует, что функция (2.14) с высокой точностью аппроксимирует экспериментальные диаграммы деформирования

и может быть использована при решении задачи изгиба балок с учетом работы бетона за пределом упругости.

2.4 Выводы по 2 главе

1. Проведено подробное экспериментальное исследование прочностных и деформационных характеристик бетонных балок со стеклокомпозитной арматурой, подвергавшихся воздействию жидких агрессивных сред (20%-го раствора NaCl). Методы неразрушающего контроля показали уменьшение скорости прохождения УЗ-сигнала на 5-15 % и снижение поверхностной прочности на 20-40 % у балок, экспонированных в NaCl, по сравнению с контрольными. При изгибе наблюдалось уменьшение несущей способности на 30-50 % и более высокая деформативность экспонированных балок (прогиб возрос до 50 %). Результаты подтверждают сильное негативное влияние хлоридной среды на структуру бетона и общий ресурс конструкции.

2. Испытания контрольных образцов-цилиндров, отобранных из ранее исследованных балок, позволили уточнить закономерности изменения физико-механических свойств бетона. Экспонирование в 20%-м растворе NaCl привело к снижению предельных напряжений на сжатие в среднем на 10-15 %, при этом, относительные деформации увеличились на 40-80 %. Экспериментальные диаграммы деформирования показывают более выраженную нелинейность для образцов, выдержанных в агрессивных средах, что подтверждает факт деградации структуры.

3. Исследовано влияния иных агрессивных сред (дистиллированной воды и слабого раствора серной кислоты) на бетонные образцы-балочки. Часть образцов экспонировалась в водопроводной воде, дистиллированной воде и растворе H_2SO_4 (2,34 %); другая часть находилась в нормальных условиях (контроль). При длительном нахождении в кислотной среде прочность снизилась до 50 % от исходной, а деформативность существенно возросла. Для

сравнения, в воде (особенно дистиллированной) образцы поначалу набирали прочность за счет продолжения гидратации, но затем, при длительном контакте, началось выщелачивание компонентов цементного камня.

4. Разработан и обоснован метод приведения экспериментальных диаграмм деформирования к нормативному (или расчетному) виду для последующего использования в численных методах. Показано, что реальные диаграммы деформирования в ряде случаев имеют нехарактерные участки на стадии линейно-упругой работы, что может приводить к погрешностям при прямом внедрении в расчет. Предложена методика ввода локальной системы координат (LCS) путем построения касательной в точке перегиба диаграммы с дальнейшим нормированием графика. Полученные диаграммы имеют более адекватную линейную и нелинейную части, согласующиеся с физикой деформации бетона и принятыми в нормативах этапами работы материала.

5. Проанализированы различные функции аппроксимации диаграмм деформирования. Комбинированные степенные функции, полиномиальные зависимости могут хорошо описывать восходящую ветвь диаграммы, но нередко искажают стадию разрушения или экстремумы. При использовании их численном моделировании важна корректность вычисления жесткостных характеристик, которая может нарушаться из-за четных степеней.

6. Предложена комбинированная степенная аппроксимация без четных показателей, позволяющая точно описать всю диаграмму, не порождая асимметричных «артефактов» в расчетах и обеспечивая высокую сходимость результатов.

7. В работе накоплен обширный массив экспериментальных данных по деформированию бетона в различных агрессивных средах и при нормальных условиях. Собранная экспериментальная база служит основой для разработки и обучения моделей машинного обучения в более поздних разделах работы, где выполняется прогнозирование поведения бетонных конструкций в агрессивных условиях эксплуатации.

ГЛАВА 3. РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ ФРАКТАЛЬНЫХ СВОЙСТВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДИАГРАММ ДЕФОРМИРОВАНИЯ БЕТОНА

Фрактальный анализ представляет собой мощный инструмент для изучения сложных, нерегулярных структур и процессов, которые возникают при деформировании материалов. В данной работе при определении величины фрактальной размерности экспериментальных диаграмм деформирования применяли стандартный (для подобных задач) метод покрытия сеткой (*BSM, box counting method*).

3.1 Метод определения величины фрактальной размерности

Метод определения величины фрактальной размерности диаграммы деформирования рассмотрен на примере образца-цилиндра № 06. Диаграмма деформирования выбранного образца представлена на рисунке 2.6, *b*.

Испытания образцов разрушающимися методами (на сжатие) выполняли с применением программно-аппаратного комплекса *Wille Geotechnik* (модель 13-PD/401). При построении диаграмм данные считывались в автоматическом режиме с интервалом 0,1 с при скорости деформирования образца 0,5 мм/мин. Значения сжимающих напряжений (σ , МПа) и относительных деформаций (ε) построчно записывались для каждого шага (n) нагружения в табличном виде (см. рисунок 3.1, *a*). При этом важно отметить, что применение метода *BSM* для плоских двумерных объектов (диаграмм деформирования) возможно только при условии одинаковых осевых размерностей σ и ε . Для этого выполнили нормализацию экспериментальных данных (см. рисунок 3.1, *b*) по формулам $\tilde{\sigma}_i = \sigma_i / \sigma_{bo}$ и $\tilde{\varepsilon}_i = \varepsilon_i / \varepsilon_{b2}$. Таким образом, все значения привели к диапазону от 0 до 1, а затем умножили их на 1000 и выделили целые части для преобразования в целочисленные индексы i и j , принадлежащие диапазону $[0, 1000]$.

n	σ , МПа	ϵ	n	$\tilde{\sigma}$, МПа	$\tilde{\epsilon}$
1	0 (min)	0 (min)	1	0 (min)	0 (min)
...	...	...	...	...	...
1349	27.0949	0.002185	1349	0.9963	0.881404
1350	27.1960 (max)	0.002187	1350	1 (max)	0.882211
1351	27.1433	0.002190	1351	0.9981	0.883421
...	...	...	...	...	...
1527	19.9544	0.002477	1527	0.7337	0.999193
1528	19.5129	0.002478	1528	0.7175	0.999597
1529	19.1931	0.002479 (max)	1529	0.7057	1 (max)

a)
b)

Рисунок 3.1 – Экспериментальные данные (для образца-цилиндра № 06) сжимающих напряжений (σ) и относительных деформаций (ϵ), построчно записанные для каждого шага (n) нагружения: a – исходные значения; b – нормализованные значения

Таким образом, нормализация данных позволила покрыть диаграмму сеткой с квадратными ячейками размерностью $\delta(s)$, где s – масштабный уровень, а затем получить квадратную матрицу плотности $A_{m \times n}^s$ при $m = n$.

Матрица плотности представляет собой дискретное распределение данных в двумерном пространстве, исходя из условия, что, если $\sigma_i = f(\epsilon_i)$ принадлежит элементу $a_{i,j}^s$ матрицы $A_{m \times n}^s$, выполняется условие, при котором $a_{i,j}^s$ приравнивается 1. Тогда следует, что каждая ячейка матрицы показывает, количество экспериментальных точек, принадлежащих соответствующему сегменту пространства при заданном масштабном уровне s . То есть, матрица плотности является гистограммой двумерного распределения данных.

Важно отметить, что масштабный уровень s определяет разрешение сетки матрицы. При малых значениях s (например, $s = 1$) сетка имеет высокое разрешение, и каждая ячейка покрывает небольшую область пространства (сегмент). При больших значениях s (например, $s = 50$) сетка становится более крупной, и каждая ячейка покрывает большую область пространства. Это позволяет анализировать данные при разных уровнях детализации.

Если обозначить количество экспериментальных точек, принадлежащих элементу $a_{i,j}^s$ матрицы $A_{m \times n}^s$ как $n_{i,j}$, то сумма всех элементов матрицы будет равна общему количеству данных (*Data*):

$$Data = \sum_{i=0}^{1000/s} \sum_{j=0}^{1000/s} n_{i,j}. \quad (3.1)$$

Тогда количество уникальных сегментов (*Segments*) определяется, как число N_s ненулевых значений элементов $a_{i,j}^s$ матрицы плотности $A_{m \times n}^s$.

Для графической интерпретации данных (см. рисунок 3.1) нормализованную диаграмму аппроксимировали гладкой полиномиальной функцией $\sigma_i = a\varepsilon_i^5 + b\varepsilon_i^4 + c\varepsilon_i^3 + d\varepsilon_i^2 + e\varepsilon_i$, таким образом, в зависимости от условий поставленной задачи физическая нелинейность деформирования материала может быть описана идеализированной математической моделью или реальной.

Основной характеристикой данных моделей является величина их топологической размерности. Для идеализированной модели, представленной графиком гладкой функции это значение будет стремиться к 1, а для реальной модели с фрактальными свойствами будет находиться в пределе от 1 до 2, и иметь нецелочисленное значение (величина фрактальной размерности).

Алгоритм определения величины фрактальной размерности диаграммы деформирования основан на определении количества N_s ненулевых значений элементов $a_{i,j}^s$ матрицы плотности $A_{m \times n}^s$ на каждом масштабном уровне $s = 1, 2, 3 \dots 100$ по формуле:

$$N_s = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{i,j}^s = cs^{-D}, \quad (3.2)$$

где $m = n = (10^3 s^{-1} + 1)$ – размерность матрицы плотности $A_{m \times n}^s$;
 c – безразмерный коэффициент смещения, при условии $\forall c \in \mathbb{Q}$.

Для графической интерпретации предложенного выше алгоритма была разработана и зарегистрирована программа для ЭВМ «*Fractal analysis of experimental discrete-continuous stress-strain diagram of material (version 1.0)*» (свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ 2025618038) [232].

Результаты расчетов N_s (*Segments*) представлены на рисунках 3.2 и 3.3.

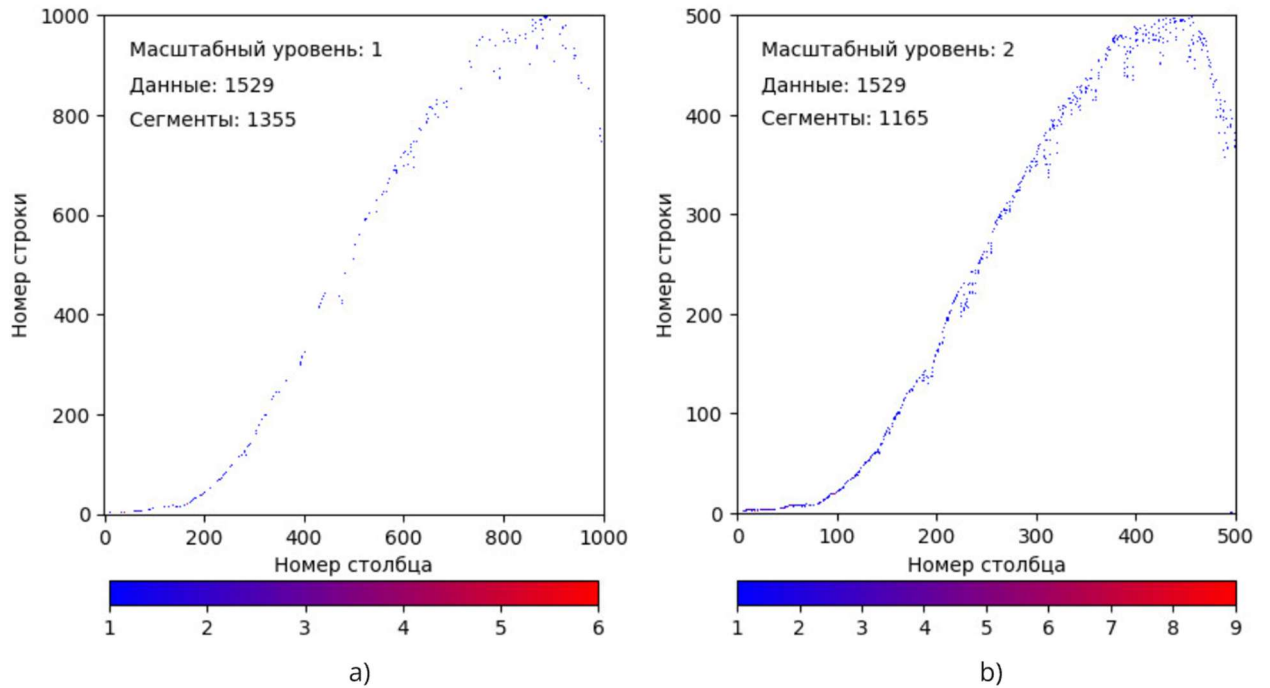


Рисунок 3.2 – Матрицы плотности для масштабных уровней (s): $a - 1$; $b - 2$

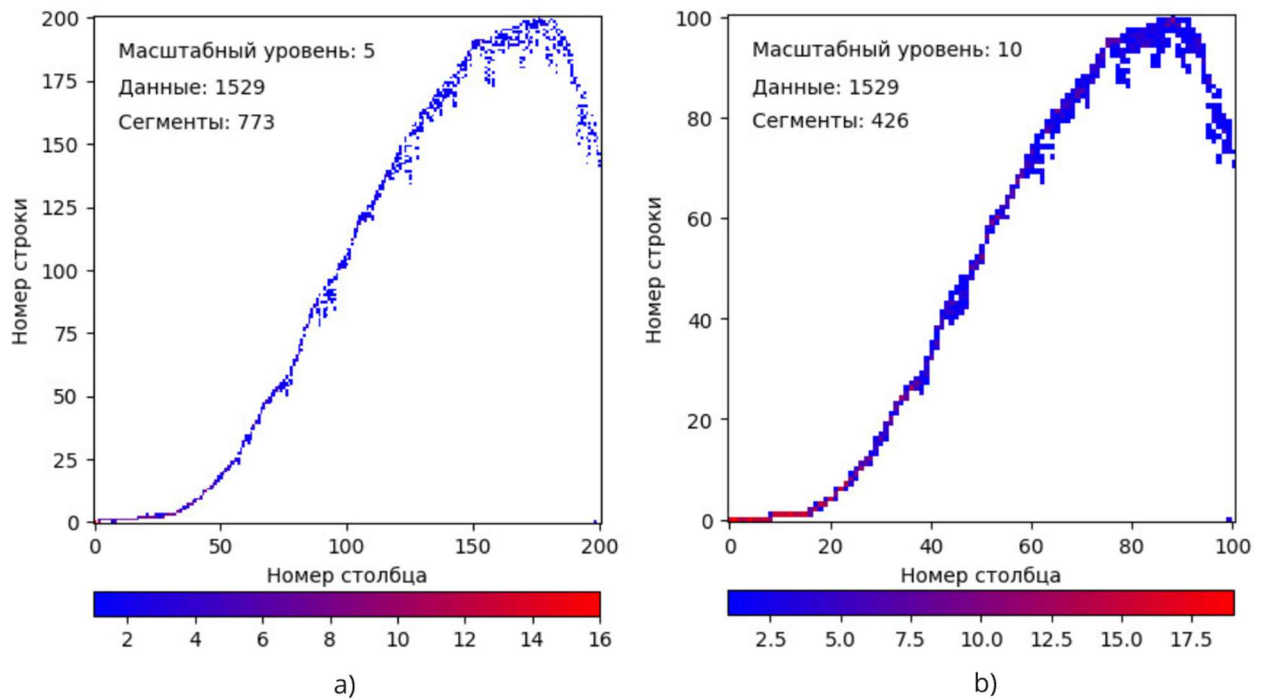


Рисунок 3.3 – Матрицы плотности для масштабных уровней (s): $a - 5$; $b - 10$

Определим по формуле (3.2) количество ненулевых значений элементов матриц на каждом масштабном уровне, задав количество итераций решения I_s равное количеству масштабных уровней $s = 100$. При этом, важно отметить,

что изменение масштабного уровня ведет к изменению размерности матрицы, а, следовательно, и размерности ячеек $\delta(s)$ сетки на графике. Размерность ячеек определяется по формуле $\delta = 10^{-3}s$.

График функции $N_s(s)$ представлен на рисунке 3.4, а, согласно которому при значении масштабного уровня $s \rightarrow 0$ количество $N_s \rightarrow \infty$. При этом, стандартной процедурой, позволяющей определить величину фрактальной размерности D , является операция логарифмирования уравнения (3.2) по формуле:

$$\log(N_s) = \log(cs^{-D}) = \log(c) - D \cdot \log(s). \quad (3.3)$$

Формула (3.3) фактически является уравнением прямой в дважды логарифмированных координатах, при этом, угол наклона прямой к оси абсцисс будет равен величине D (см. рисунок 3.4, б).

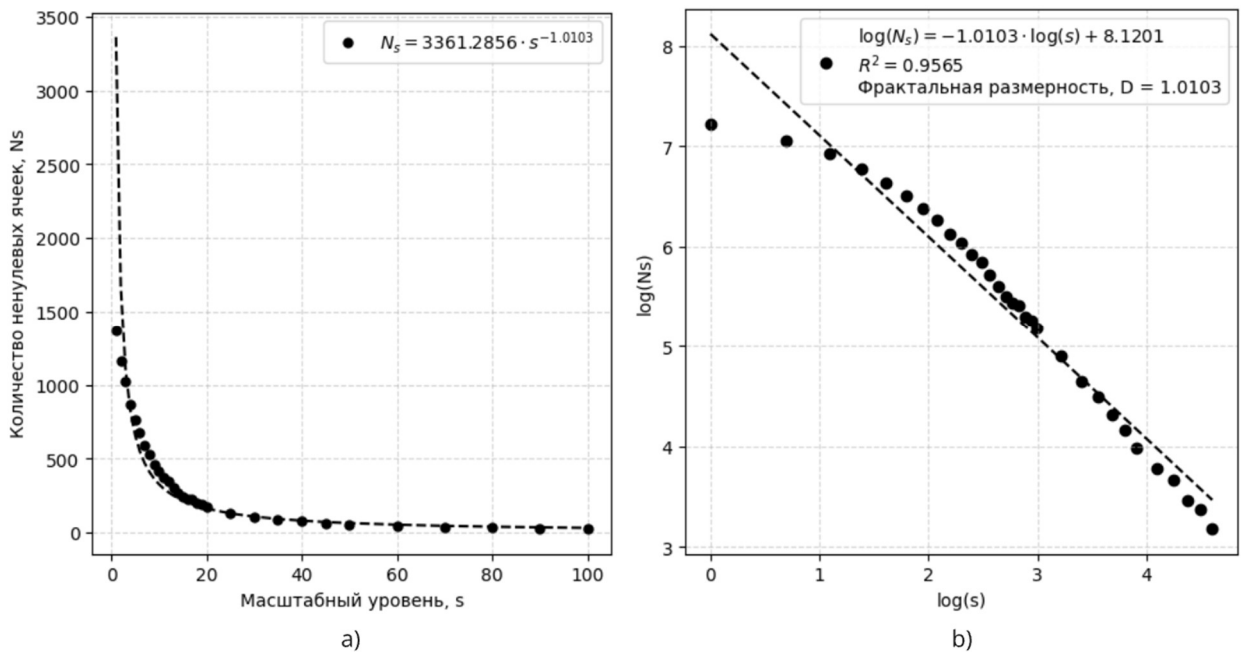


Рисунок 3.4 – Графики функции $N_s(s)$ для диаграммы деформирования

Дальнейшее исследование показало, что диаграммы деформирования на некоторых малых масштабных уровнях приобретают свойство дискретности, вызванное физическими ограничениями экспериментальной установки при

фиксации данных, проявляющиеся в виде локальных разрывов в матрицах плотностей (см. рисунки 3.2 и 3.3).

Описание подобного явление впервые встречается в работе [196]. Автор утверждает, что фрактальная модель является лишь аппроксимацией реального объекта и применима только в определенном диапазоне масштабов. На малых масштабах дискретная природа объекта нарушает масштабную инвариантность, приводя к отклонениям от степенной зависимости (3.2).

3.2 Оценка влияния дискретности экспериментальных данных на величину фрактальной размерности

Исследование локальных разрывов в матрицах плотностей (см. рисунки 3.2 и 3.3) [228] позволило разработать новый алгоритм корректировки масштабных уровней, который заключается в исключении первых k -масштабов ($s_1, s_2, \dots, s_k$) из анализа. Корректировка масштабных уровней является важным этапом фрактального анализа, особенно при использовании *ВСМ*. Данный процесс направлен на минимизацию влияния дискретности данных, возникающей на малых масштабах. Такая корректировка позволяет получить более точную оценку фрактальной размерности (D) объекта, исключив ненадежные данные из анализа.

Алгоритм состоит из следующих шагов:

1. По формуле (3.2) определяется количество N_s ненулевых значений элементов $a_{i,j}^s$ матрицы плотности $A_{m \times n}^s$ на каждом масштабном уровне $s = 1, 2, 3 \dots 100$.
2. По формуле (3.3) строятся линейные регрессии $\log(N_s) - \log(s)$ при последовательном исключении из расчетов D масштабных уровней, начиная с $s = 1$.
3. Для каждой регрессии вычисляется коэффициент детерминации по формуле $R^2 = 1 - (RSS/TSS)$, где RSS – сумма квадратов остатков, а TSS – общая сумма квадратов.

4. Выбирается такое значение s_k , при котором R^2 достигает максимума. Это обеспечивает наиболее линейную зависимость между $\log(N_s)$ и $\log(s)$.

Данный алгоритм также был реализован в программе для ЭВМ «*Fractal analysis of experimental discrete-continuous stress-strain diagram of material (version 1.0)*» [231], а также на данный способ был получен патент на изобретение РФ № 2848142 «Способ определения фрактальной размерности экспериментальной диаграммы деформирования твердого тела» [234].

Результат корректировки величины фрактальной размерности исключением дискретности данных представлен на рисунке 3.5, а.

На графиках были введены следующие обозначения: D_a – величина фрактальной размерности диаграммы, определенная для всех масштабных уровней (*all scales*); R_a^2 – коэффициент детерминации линейной регрессии для D_a ; D_b – величина фрактальной размерности диаграммы, определенная для масштабных уровней без дискретности данных (*best scales*); R_b^2 – коэффициент детерминации линейной регрессии для D_b ; s – количество исключенных из расчетов масштабных уровней.

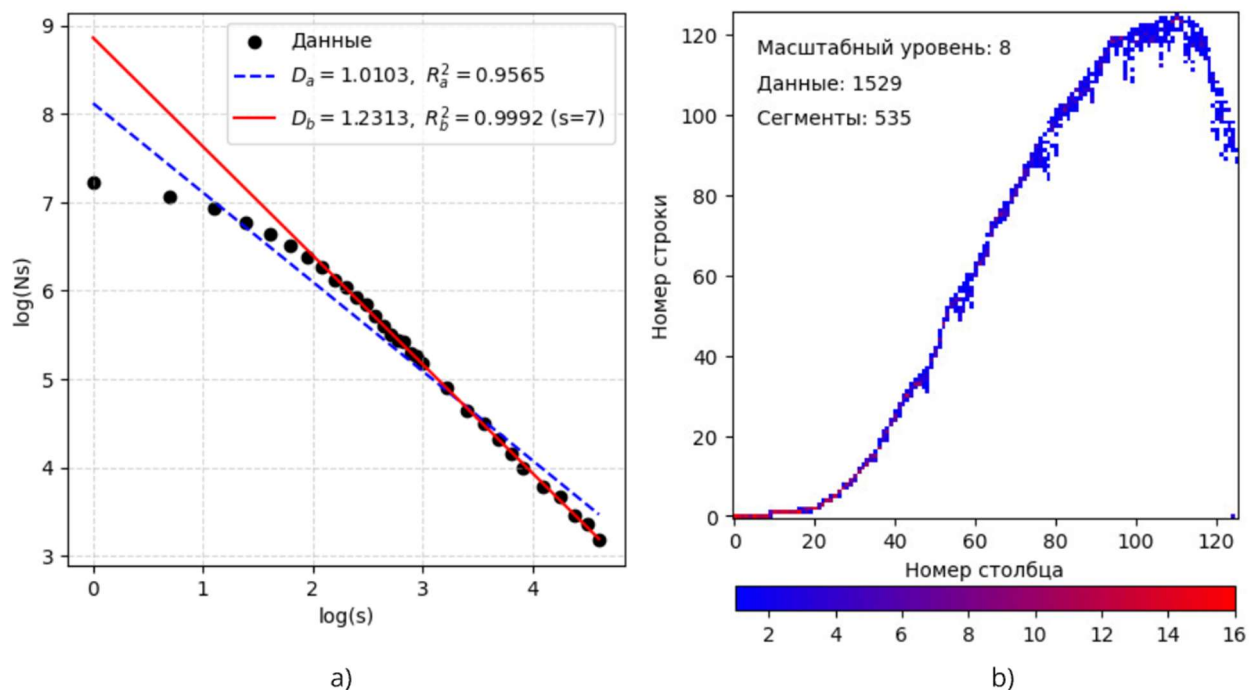


Рисунок 3.5 – Результаты корректирующего расчета величины фрактальной размерности:

a – построение линейных регрессий для D_a и D_b ; b – матрица плотности $s = 8$

На рисунке 3.5, b представлена матрица плотности для масштабного уровня 8, с которого начинается учет s в расчетах (локальных разрывов нет).

Данные расчеты были выполнены для всех диаграмм деформирования, полученных в результате испытаний образцов при сжатии (см. таблица А.2, Приложение А).

В таблице 3.1 представлены результаты для некоторых диаграмм, показанных на рисунках 2.6, 2.7, 2.10-2.15.

Таблица 3.1 – Результаты корректировки величины фрактальной размерности

Номер диаграммы	D_a	R_a^2	D_b	R_b^2	s	$\Delta D, \%$
1	2	3	4	5	6	7
16.1	1.0744	0.9836	1.1818	0.9993	5	9.5172
16.2	1.0683	0.9853	1.1063	0.9996	21	3.4887
19.1	1.0729	0.959	1.2414	0.9990	16	14.5611
19.2	1.0121	0.9612	1.2053	0.9989	7	17.4270
28.1	1.1185	0.9908	1.1925	0.9993	4	6.4027
28.2	1.0909	0.9878	1.1767	0.9987	4	7.5702
21.1	0.8867	0.9142	1.2801	0.9992	17	36.3077
21.2	0.9724	0.9685	1.1531	0.9992	9	17.0015
29.1	0.9915	0.9692	1.1712	0.9990	8	16.6164
29.2	0.9917	0.9598	1.2147	0.9986	9	20.2134
34.1	0.9721	0.9506	1.2426	0.9983	11	24.4326
34.2	0.9887	0.9818	1.1003	0.9990	6	10.6786
03	0.9974	0.9426	1.2530	0.9980	8	22.7180
06	1.0103	0.9565	1.2313	0.9992	8	19.7216
09	1.0964	0.9713	1.2762	0.9996	8	15.1564
12	1.0567	0.9474	1.3423	0.9995	11	23.8092
ср. знач.	1.0251	0.9643	1.2105	0.9990	9.5	16.6014

Таким образом получены результаты, демонстрирующие значительное влияние корректировки масштабных уровней на точность оценки фрактальной размерности диаграмм деформирования. После корректировки фрактальная

размерность увеличилась для всех диаграмм. Процент изменения варьируется от 3,49 % до 36,31 %. При этом, среднее значение изменения составляет 16,6 %. Это указывает на то, что исходные величины фрактальной размерности (D_a) были занижены из-за влияния шума на малых масштабах, а корректировка позволила получить более реалистичные значения фрактальной размерности.

Коэффициент детерминации (R^2), характеризующий качество линейной регрессии $\log(N_s) - \log(s)$, существенно улучшился после корректировки масштабных уровней. Среднее значение коэффициента детерминации для исходных данных (R_a^2) составило 0,9643, тогда как после корректировки (R_b^2) оно достигло высокого уровня 0,9990.

Параметр s , определяющий количество исключенных масштабных уровней, варьируется от 4 до 17. Наиболее часто встречающиеся значения параметра s – это 8 и 9 (по три случая для каждого значения). Это указывает на то, что для большинства диаграмм оптимальный диапазон масштабов находится вблизи этих значений. Такое единство в выборе s может быть связано с общими свойствами исследуемых материалов или особенностями их деформационного поведения, что также можно использовать, как начальное приближение для анализа новых данных.

Увеличение фрактальной размерности ($D_b > D_a$) свидетельствует о том, что диаграммы деформирования обладают более сложной структурой, чем это казалось при анализе всех масштабов. Высокие значения D_b могут быть связаны с микроструктурными изменениями в материалах, такими как образование микротрещин, перераспределение напряжений или развитие пластической деформации. Эти процессы проявляются как фрактальные свойства, которые становятся более очевидными после исключения «шумных» масштабов [228].

Зарегистрированные объекты интеллектуальной собственности по данной технологии представлены в Приложении Б.

3.3 Мультифрактальный анализ диаграмм деформирования

Под термином «мультифрактальный анализ» следует понимать обобщение традиционного фрактального анализа, в котором учитывается, что различные части исследуемого объекта (например, диаграммы деформирования) могут обладать неодинаковыми масштабными свойствами. Другими словами, вместо одной величины фрактальной размерности, характерной для всего объекта, в мультифрактальных структурах рассматривают совокупность локальных фрактальных размерностей, описывающих, как «слои» или части объекта изменяются в пространстве и/или во времени.

Основная идея мультифрактального анализа заключается в разложении поведения сложного объекта на набор статистических «режимов», каждый из которых характеризуется собственной регулярностью или неравномерностью, и оценивать, с какой интенсивностью каждый такой режим проявляется.

Такой подход помогает глубже понять структуру процессов с переменными свойствами (например, турбулентные потоки, финансовые временные ряды или диаграммы деформирования), где классические методы, основанные на одной характерной масштабной размерности, дают слишком грубое приближение.

Так, в статье [197] впервые детально рассмотрен мультифрактальный формализм и дана общая методика расчета спектра мультифрактальных размерностей. В работе [198] так же собраны исследования, связанные с мультифрактальностью и шумами вида $1/f$. В книге [199] важная роль уделяется мультифрактальным свойствам турбулентных потоков, автор развивает идеи Колмогорова о масштабной инвариантности и переменной «жесткости» турбулентных структур. В работе [200] описывается применение мультифрактального анализа в экономике и финансах. Здесь авторы вводят мультифрактальные модели временных рядов для описания волатильности на финансовых рынках. Также важно отметить работу [149], которая содержит

большое количество практических рекомендаций по использованию методов фрактальной геометрии (включая элементы мультифрактального подхода).

Далее в работе подробно рассматривается мультифрактальный анализ при исследовании фрагментированных диаграмм деформирования.

Несмотря на то, что величина фрактальной размерности диаграмм деформирования является сложной интегральной характеристикой, описывающей всю совокупность слабо детерминированных нелинейных процессов, происходящих в материале при его деформировании, можно заметить, что для разных фрагментов диаграммы величина D будет отличаться.

Поскольку характер рассматриваемых диаграмм деформирования схож и содержит ряд характерных участков деформирования, например, таких как: участок уплотнения структуры; участок развития пластических деформаций; участок разрушения структуры материала; которые в свою очередь могут содержать дополнительные неявные паттерны, возникла задача сравнения величин фрактальных размерностей отдельных обособленных фрагментов диаграмм. Для удобства анализа диаграмм предлагается делить их на равное количество фрагментов $f = 1, 2, 3, \dots, 50$.

Результаты фрагментирования диаграммы для образца-цилиндра № 06 показаны на рисунках 3.6 и 3.7. Красными прямоугольниками обозначены фрагменты диаграммы. Вертикальные границы фрагментов определяются из условия деления диаграммы на равные части, а горизонтальные границы (верх и низ фрагмента) из определения максимальных и минимальных значений (σ) сжимающих напряжений (соответственно), принадлежащих рассматриваемой области диаграммы.

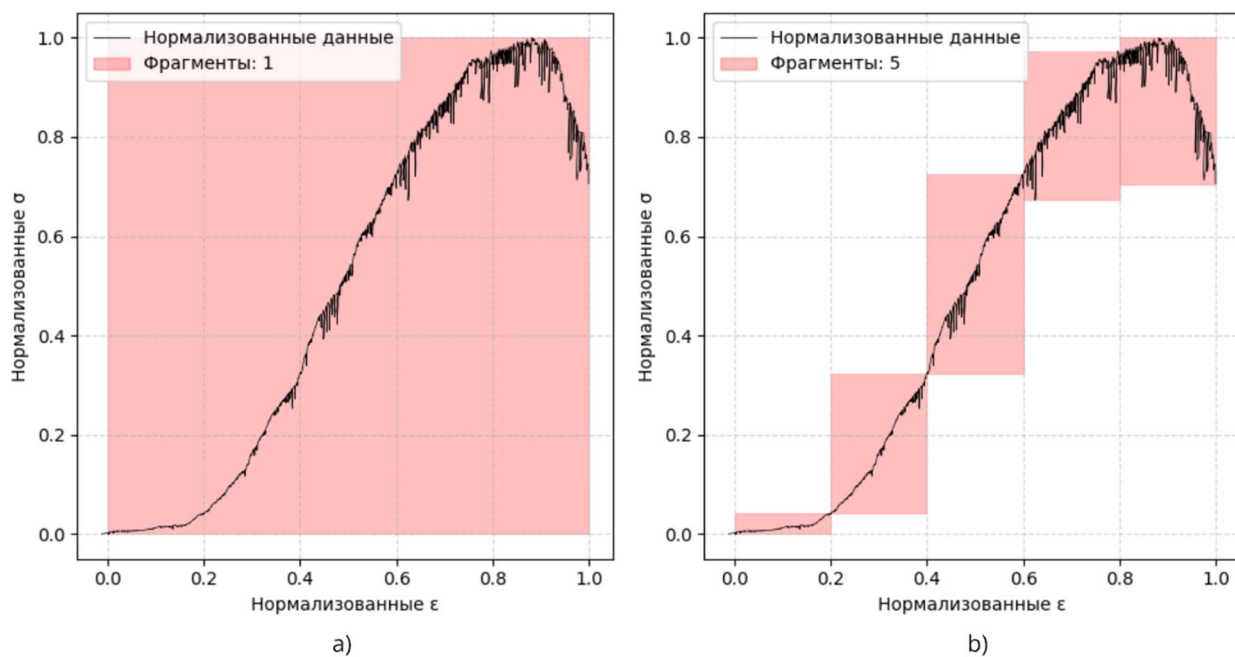


Рисунок 3.6 – Фрагментация диаграммы деформирования образца-цилиндра № 06:

a – 1 фрагмент (диаграмма целиком); b – 5 фрагментов

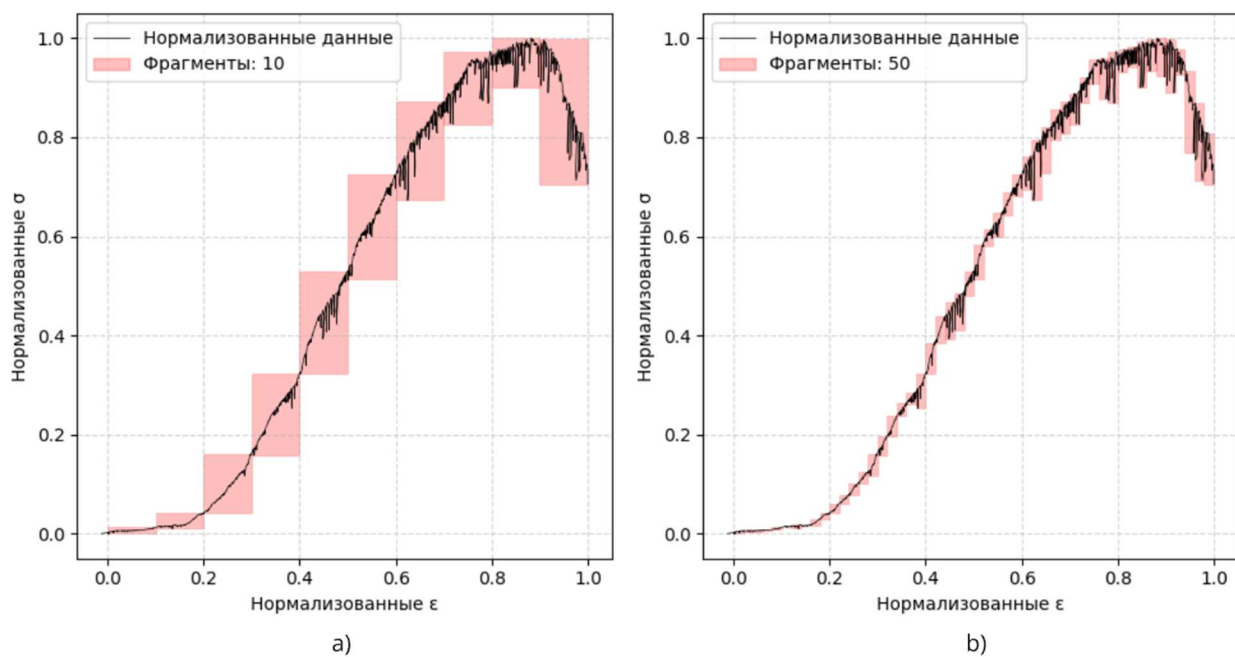


Рисунок 3.7 – Фрагментация диаграммы деформирования образца-цилиндра № 06:

a – 10 фрагментов; b – 50 фрагментов

Опытным путем установлено, что деление диаграмм на большее число фрагментов нецелесообразно и может приводить к ошибкам, вызванным

недостаточностью экспериментальных данных. Результаты определения $D_{b,f}$ для $f = 1 \dots 10$ (см. рисунок 3.7, *a*) представлены на рисунках 3.8-3.12.

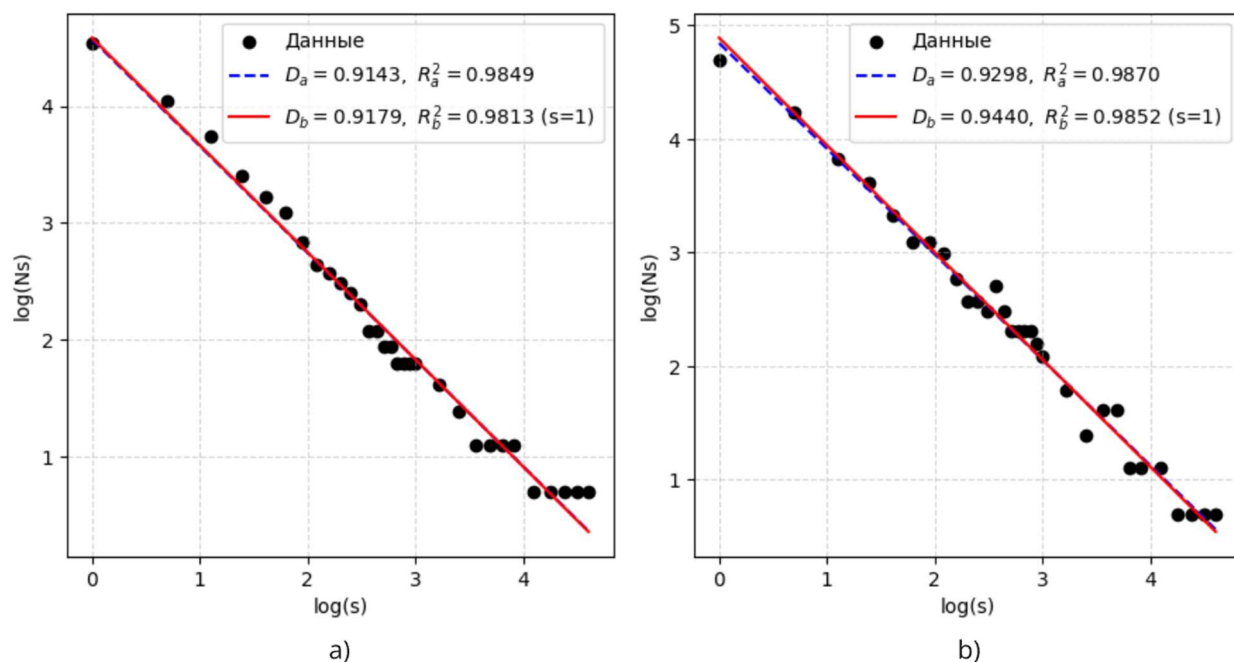


Рисунок 3.8 – Результаты корректирующего расчета величины фрактальной размерности при фрагментации 10 для: *a* – фрагмента 1; *b* – фрагмента 2

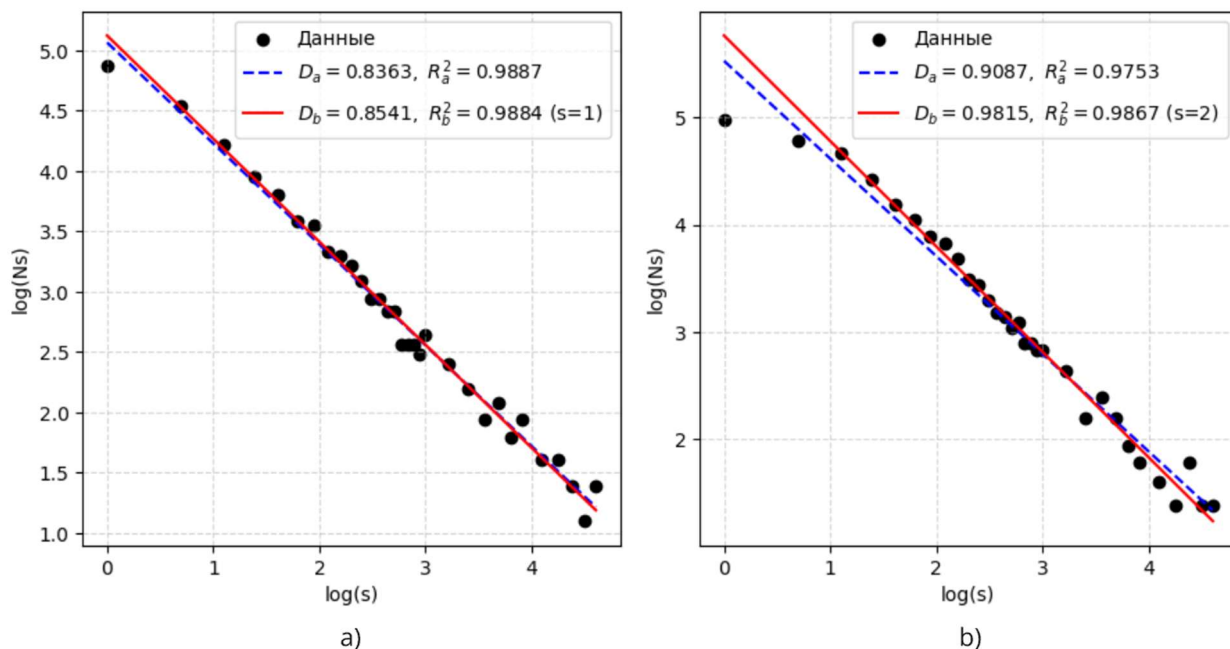


Рисунок 3.9 – Результаты корректирующего расчета величины фрактальной размерности при фрагментации 10 для: *a* – фрагмента 3; *b* – фрагмента 4

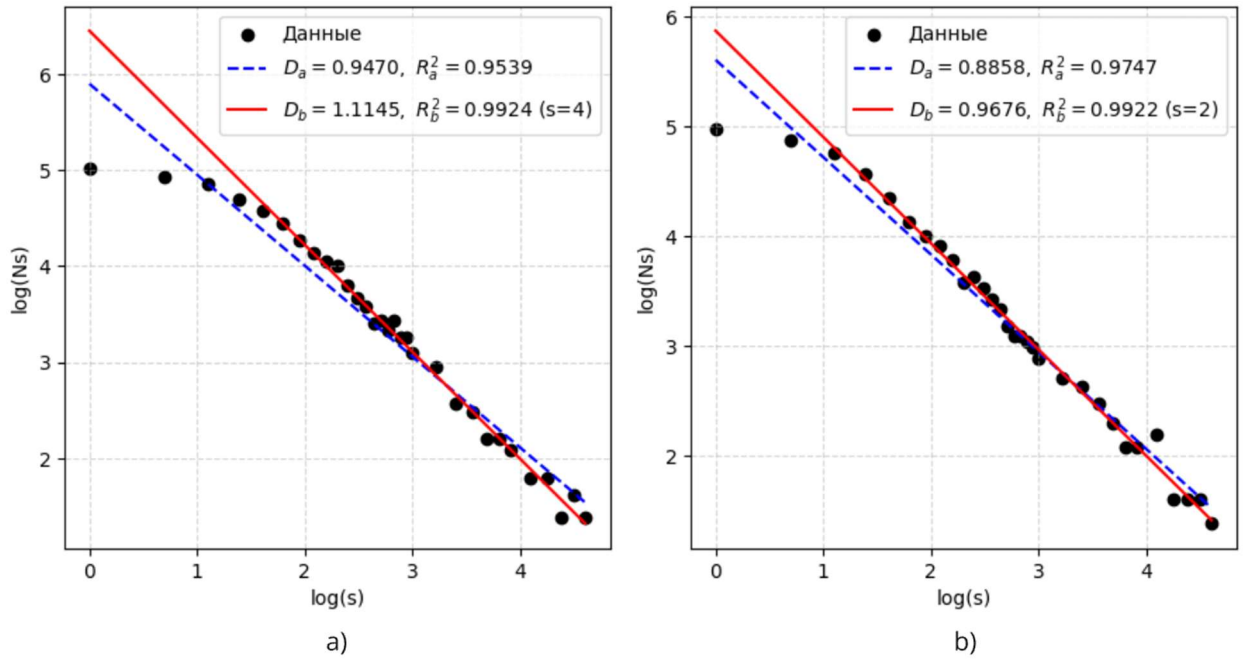


Рисунок 3.10 – Результаты корректирующего расчета величины фрактальной размерности при фрагментации 10 для: a – фрагмента 5; b – фрагмента 6

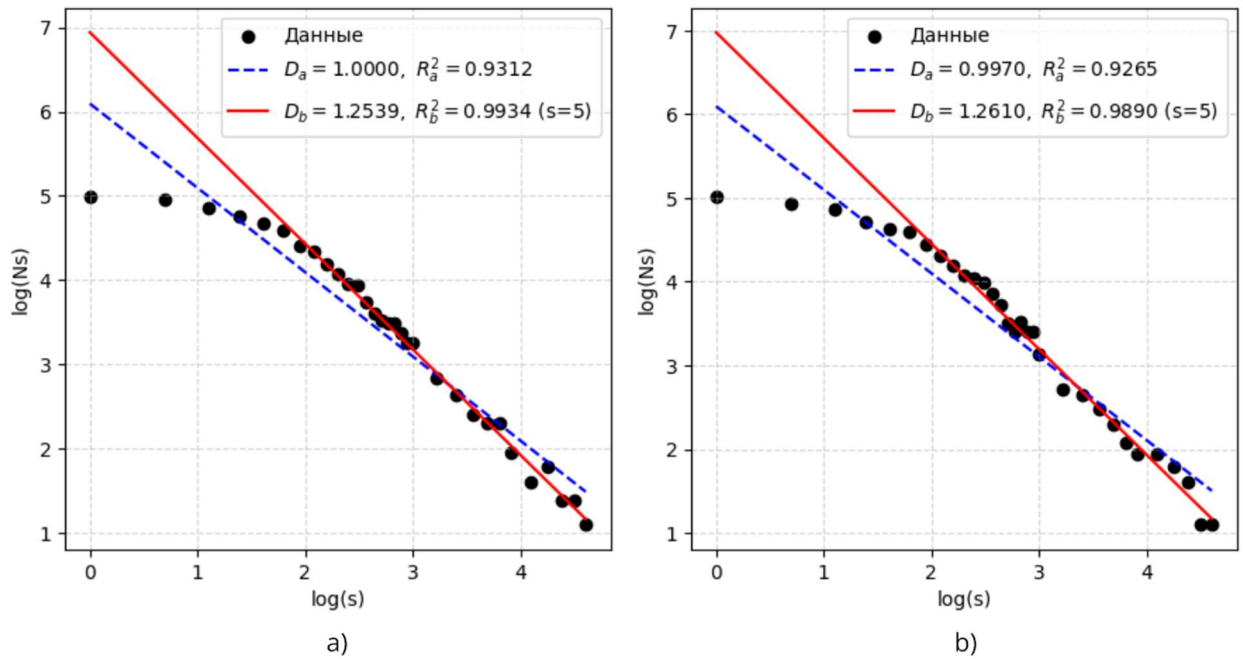


Рисунок 3.11 – Результаты корректирующего расчета величины фрактальной размерности при фрагментации 10 для: a – фрагмента 7; b – фрагмента 8

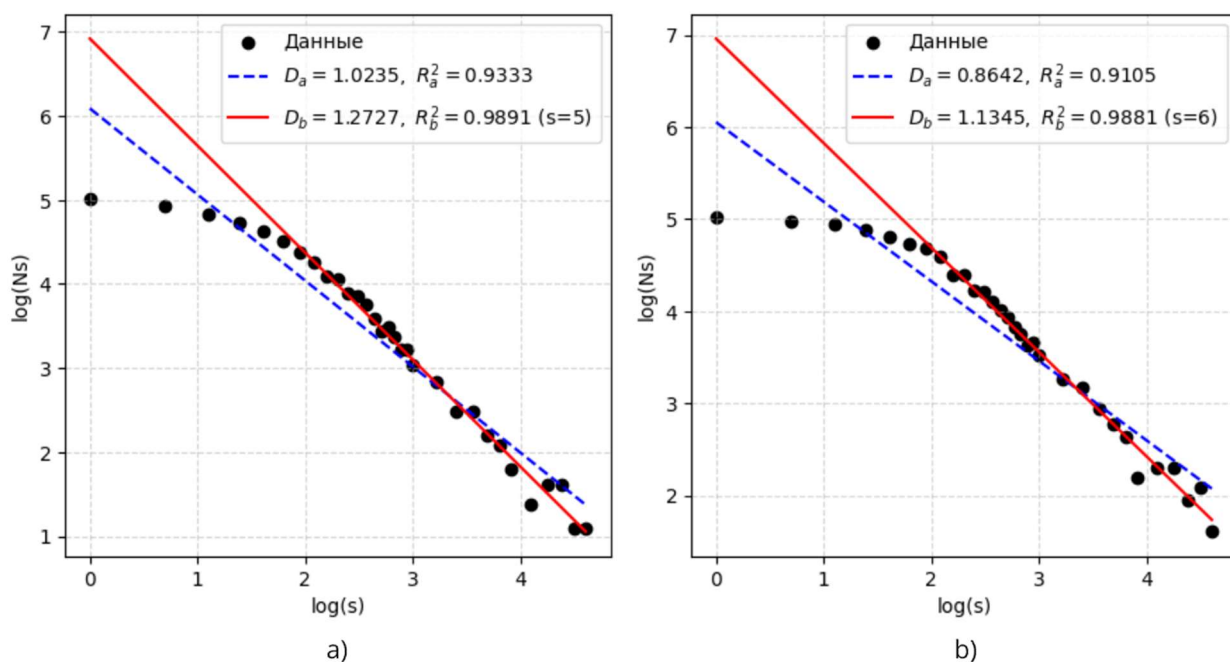


Рисунок 3.12 – Результаты корректирующего расчета величин фрактальных размерностей при фрагментации 10 для: *a* – фрагмента 9; *b* – фрагмента 10

Для 1, 2 и 3 фрагментов произошло исключение только лишь первого масштабного уровня, при этом величина коэффициента детерминации R_b^2 уменьшилась по отношению к R_a^2 , а фрактальная размерность D_b увеличилась незначительно по отношению к D_a . Это в первую очередь говорит о том, что исходные данные надежные, и при детальном рассмотрении матрицы плотности заметны незначительные разрывы (либо их вовсе нет). Исключение масштабов не требуется. Величина фрактальной размерности стремится к единице, петель (выбросов напряжений) на диаграмме деформирования не наблюдается, то есть диаграмма относительно однородна.

Начиная с 4 фрагмента и до 9 включительно (по мере роста напряжений) можно заметить постепенное увеличение количества выбросов напряжений на диаграмме, которые также напрямую отражаются на результатах определения величины фрактальной размерности D_b . На данных фрагментах происходит активное разрушение элементов структуры материала.

Таким образом, величина фрактальной размерности $D_{b,f}$, определенная на каждом фрагменте f может стать своеобразным маркером, показывающим,

что именно происходит с нагруженным материалом при различных условиях эксплуатации, если иметь достаточную базу значений таких маркеров.

Далее был выполнен расчет величины фрактальной размерности $D_{b,f}$ для каждого из 10 фрагментов, для всех 200 экспериментальных диаграмм деформирования, полученных в рамках диссертационной работы.

На основании представленных расчетов можно сделать следующие выводы.

Более прочные и жесткие образцы имеют более гладкие диаграммы, тогда как у образцов с пониженной прочностью кривая более нерегулярна (большее значение D_b). Например, для тяжелого бетона без повреждений ($\sigma_{b0} \approx 50 \div 55$ МПа) – $D_b \approx 1,17 \div 1,36$, а для экспонированных образцов с низкой прочностью ($\sigma_{b0} \approx 25 \div 30$ МПа) – $D_b \approx 1,30 \div 1,46$. Эти наблюдения согласуются, например, с работой [201], в которой утверждается, что бетон с худшей прочностью обладает более высокой фрактальной размерностью.

Фрактальный анализ фрагментированных диаграмм деформирования показал, что фрактальная размерность для участка уплотнения структуры равна 0,8-1,0, а для участка нелинейной деформации, фактически для стадии разрушения достигает максимальных значений до 1,7.

3.4 Количественная оценка изменения структурной неоднородности бетона

Предложенная в предыдущем параграфе методика мультифрактального анализа экспериментальных диаграмм деформирования позволяет произвести количественную оценку изменения структурной неоднородности бетона, на которую в свою очередь влияет большое количество факторов эксперимента.

Для примера рассмотрим два различных состояния структуры материала одной конструкции в разные моменты времени: точка t_0 на числовой прямой соответствует начальному моменту времени; t_k – конечному (или моменту времени обследования конструкции). Тогда, формула для оценки изменения

структурной неоднородности материала может быть записана следующим образом:

$$H_b = \frac{D_{b,f,mean}(t_k) - D_{b,f,mean}(t_0)}{D_{b,f,mean}(t_0)} \cdot 100 \%, \quad (3.4)$$

где $D_{b,f,mean}(t_0)$ – среднее значение величин фрактальной размерности f -фрагментов для каждой из n рассматриваемых экспериментальных диаграмм деформирования в момент времени t_0 ;

$D_{b,f,mean}(t_k)$ – среднее значение величин фрактальной размерности f -фрагментов для каждой из n рассматриваемых экспериментальных диаграмм деформирования в момент времени t_k .

При $D_{b,f,mean}(t_0) < D_{b,f,mean}(t_k)$ величина $H_b > 0$, откуда следует, что структурная неоднородность материала увеличилась. В случаях, когда $H_b < 0$, можно утверждать об уменьшении структурной неоднородности.

На основании вышеизложенного была выполнена оценка структурной неоднородности экспериментальных образцов из одного и того же материала – тяжелого бетона, цилиндрической и призматической форм, находившихся в одинаковых условиях эксплуатации (см. таблица 3.2, рисунок 3.13, а). Зафиксирована незначительная разница структурных неоднородностей $H_b = |-2,13 \, \%| < 5 \, \%$, связанная с фактором различия формы экспериментальных образцов. В таблице 3.3, а также на рисунке 3.13, б представлены результаты оценки структурной неоднородности тяжелого и мелкозернистого бетонов.

Таблица 3.2 – Результаты количественной оценки структурной неоднородности бетона

f	Цилиндр			Призма			$H_b, \%$
	$D_{b,f,min}$	$D_{b,f,max}$	$D_{b,f,mean}$	$D_{b,f,min}$	$D_{b,f,max}$	$D_{b,f,mean}$	
1	0.8519	1.0388	0.9682	0.8384	0.9603	0.8955	-7.51
2	0.8247	1.0899	0.9440	0.7829	0.9629	0.8717	-7.66
3	0.8541	1.0199	0.9295	0.7749	1.0901	0.9139	-1.68
4	0.9337	1.2605	1.0795	0.8651	1.3382	1.0308	-4.51
5	0.9609	1.2539	1.0942	0.9095	1.3122	1.0185	-6.92

Окончание таблицы 3.2

1	2	3	4	5	6	7	8
6	0.9676	1.4778	1.1653	0.9970	1.3931	1.1497	-1.34
7	1.0153	1.3445	1.2115	1.0029	1.3594	1.1871	-2.01
8	1.0844	1.2610	1.1804	1.0500	1.4944	1.2283	4.06
9	1.1835	1.3591	1.2724	1.0877	1.4493	1.2956	1.82
10	1.0345	1.4105	1.1752	1.0190	1.4619	1.2280	4.49
Ср. знач.	0.9711	1.2516	1.1020	0.9327	1.2822	1.0819	-2.13

Примечание к таблице 3.2: $f = 1 \dots 10$ – фрагмент фрагментированной экспериментальной диаграммы деформирования; $D_{b,f,min}, D_{b,f,max}$ – минимальная и максимальная величины фрактальных размерностей f -фрагментов рассматриваемой выборки n экспериментальных диаграмм деформирования; $D_{b,f,mean}$ – средняя арифметическая величина фрактальных размерностей f -фрагментов рассматриваемой выборки n экспериментальных диаграмм деформирования; H_b – разница структурной неоднородности экспериментальных образцов материала цилиндрической и призматической форм.

Таблица 3.3 – Результаты количественной оценки структурной неоднородности бетона

f	Тяжелый			Мелкозернистый			$H_b, \%$
	$D_{b,f,min}$	$D_{b,f,max}$	$D_{b,f,mean}$	$D_{b,f,min}$	$D_{b,f,max}$	$D_{b,f,mean}$	
1	0.8384	0.9603	0.8955	0.8299	1.3589	0.9576	6.93
2	0.7829	0.9629	0.8717	0.8258	1.3691	0.9217	5.74
3	0.7749	1.0901	0.9139	0.8000	1.3894	0.9126	-0.14
4	0.8651	1.3382	1.0308	0.8084	1.3804	0.9361	-9.19
5	0.9095	1.3122	1.0185	0.8101	1.2910	0.9557	-6.17
6	0.9970	1.3931	1.1497	0.8490	1.4416	1.0555	-8.19
7	1.0029	1.3594	1.1871	0.9080	1.4020	1.1008	-7.27
8	1.0500	1.4944	1.2283	0.8519	1.4207	1.1386	-7.30
9	1.0877	1.4493	1.2956	0.9793	1.4949	1.1731	-9.46
10	1.0190	1.4619	1.2280	0.8370	1.4341	1.1480	-6.51
Ср. знач.	0.9327	1.2822	1.0819	0.8499	1.3982	1.0300	-4.16

Примечание к таблице 3.3: $f = 1 \dots 10$ – фрагмент фрагментированной экспериментальной диаграммы деформирования; $D_{b,f,min}, D_{b,f,max}$ – минимальная и максимальная величины фрактальных размерностей f -фрагментов рассматриваемой выборки n экспериментальных

диаграмм деформирования; $D_{b,f,mean}$ – средняя арифметическая величина фрактальных размерностей f -фрагментов рассматриваемой выборки n экспериментальных диаграмм деформирования; H_b – разница структурной неоднородности экспериментальных образцов призматической формы из тяжелого и мелкозернистого бетонов.

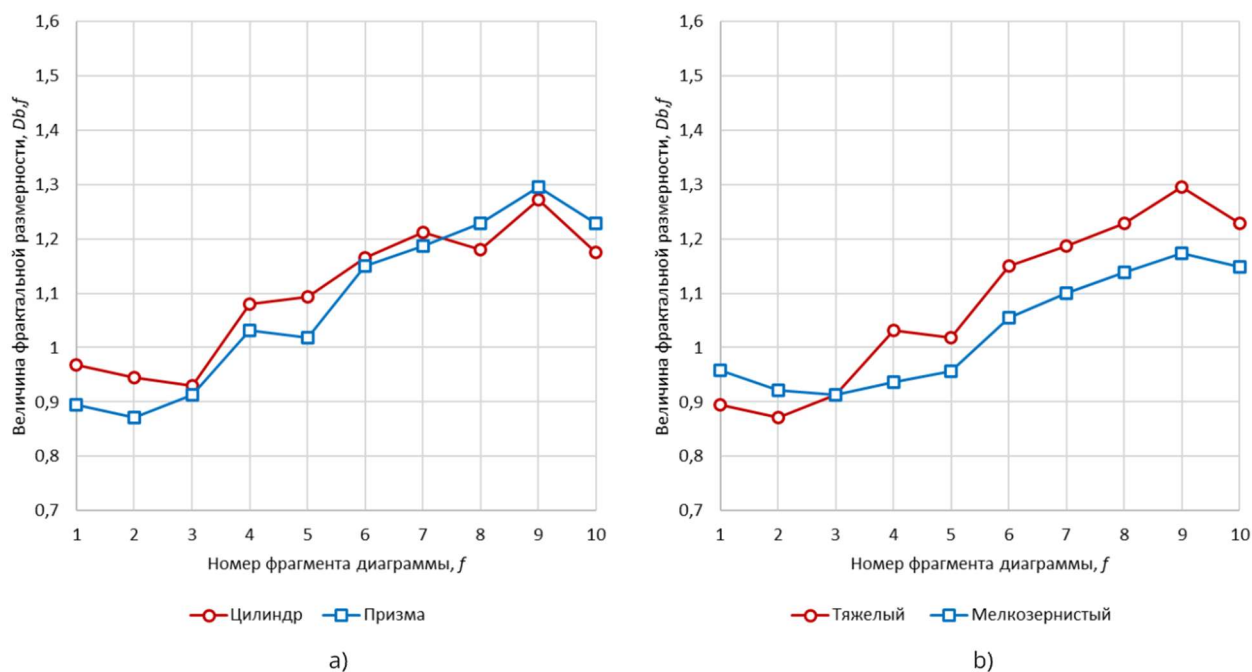


Рисунок 3.13 – Оценка влияния на фрактальную размерность:

a – формы экспериментальных образцов; b – состава материала

В таблицах 3.4 и 3.5, а также на рисунке 3.14, a представлены результаты оценки изменения структурной неоднородности экспериментальных образцов призматической формы из тяжелого бетона, вызванного воздействием различных эксплуатационных сред.

Таблица 3.4 – Результаты количественной оценки структурной неоднородности бетона

f	Нормальные условия			H ₂ SO ₄			H_b , %
	$D_{b,f,min}$	$D_{b,f,max}$	$D_{b,f,mean}$	$D_{b,f,min}$	$D_{b,f,max}$	$D_{b,f,mean}$	
1	0.8384	0.9603	0.8955	0.8519	0.9628	0.8913	-0.47
2	0.7829	0.9629	0.8717	0.8247	1.0060	0.8970	2.90
3	0.7749	1.0901	0.9139	0.8095	0.9803	0.8965	-1.90
4	0.8651	1.3382	1.0308	0.8246	1.2201	0.9742	-5.49
5	0.9095	1.3122	1.0185	0.8808	1.2556	1.0103	-0.81

Окончание таблицы 3.4

1	2	3	4	5	6	7	8
6	0.9970	1.3931	1.1497	0.9709	1.3801	1.1347	-1.30
7	1.0029	1.3594	1.1871	0.9377	1.2668	1.0837	-8.71
8	1.0500	1.4944	1.2283	1.0396	1.2958	1.1856	-3.48
9	1.0877	1.4493	1.2956	1.0748	1.4279	1.1986	-7.49
10	1.0190	1.4619	1.2280	1.1109	1.3455	1.1737	-4.42
Ср. знач.	0.9327	1.2822	1.0819	0.9325	1.2141	1.0446	-3.12

Примечание к таблице 3.4: $f = 1 \dots 10$ – фрагмент фрагментированной экспериментальной диаграммы деформирования; $D_{b,f,min}$, $D_{b,f,max}$ – минимальная и максимальная величины фрактальных размерностей f -фрагментов рассматриваемой выборки n экспериментальных диаграмм деформирования; $D_{b,f,mean}$ – средняя арифметическая величина фрактальных размерностей f -фрагментов рассматриваемой выборки n экспериментальных диаграмм деформирования; H_b – разница структурной неоднородности экспериментальных образцов призматической формы из тяжелого бетона, находившихся в нормальных условиях и под воздействием H_2SO_4 .

Таблица 3.5 – Результаты количественной оценки структурной неоднородности бетона

f	Нормальные условия			H ₂ O (дистиллированная)			H_b , %
	$D_{b,f,min}$	$D_{b,f,max}$	$D_{b,f,mean}$	$D_{b,f,min}$	$D_{b,f,max}$	$D_{b,f,mean}$	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.8384	0.9603	0.8955	0.8498	0.8672	0.8590	-4.08
2	0.7829	0.9629	0.8717	0.8149	0.8396	0.8301	-4.77
3	0.7749	1.0901	0.9139	0.7846	0.8653	0.8150	-10.82
4	0.8651	1.3382	1.0308	0.8042	0.9542	0.9016	-12.53
5	0.9095	1.3122	1.0185	0.8890	1.0773	0.9487	-6.85
6	0.9970	1.3931	1.1497	0.9553	1.1227	1.0215	-11.15
7	1.0029	1.3594	1.1871	0.9697	1.2227	1.0990	-7.42
8	1.0500	1.4944	1.2283	0.9880	1.3162	1.1315	-7.88
9	1.0877	1.4493	1.2956	1.0498	1.2505	1.1578	-10.64
10	1.0190	1.4619	1.2280	1.1033	1.2074	1.1422	-6.99

Окончание таблицы 3.5

1	2	3	4	5	6	7	8
Ср. знач.	0.9327	1.2822	1.0819	0.9209	1.0723	0.9906	-8.31

Примечание к таблице 3.5: $f = 1 \dots 10$ – фрагмент фрагментированной экспериментальной диаграммы деформирования; $D_{b,f,min}, D_{b,f,max}$ – минимальная и максимальная величины фрактальных размерностей f -фрагментов рассматриваемой выборки n экспериментальных диаграмм деформирования; $D_{b,f,mean}$ – средняя арифметическая величина фрактальных размерностей f -фрагментов рассматриваемой выборки n экспериментальных диаграмм деформирования; H_b – разница структурной неоднородности экспериментальных образцов призматической формы из тяжелого бетона, находившихся в нормальных условиях и под воздействием H_2O (дистиллированная).

В таблице 3.6, а также на рисунке 3.14, b представлены результаты оценки изменения структурной неоднородности экспериментальных образцов цилиндрической формы из тяжелого бетона, вызванного воздействием $NaCl$.

Таблица 3.6 – Результаты количественной оценки структурной неоднородности бетона

f	Нормальные условия			NaCl			$H_b, \%$
	$D_{b,f,min}$	$D_{b,f,max}$	$D_{b,f,mean}$	$D_{b,f,min}$	$D_{b,f,max}$	$D_{b,f,mean}$	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.8519	1.0388	0.9682	0.7968	1.1466	0.9638	-0.45
2	0.8247	1.0899	0.9440	0.9044	1.0900	0.9882	4.68
3	0.8541	1.0199	0.9295	0.9037	1.0521	0.9780	5.22
4	0.9337	1.2605	1.0795	0.9454	1.2217	1.0598	-1.82
5	0.9609	1.2539	1.0942	0.9744	1.2499	1.1320	3.45
6	0.9676	1.4778	1.1653	1.0695	1.2847	1.1415	-2.04
7	1.0153	1.3445	1.2115	1.1038	1.2787	1.1931	-1.52
8	1.0844	1.2610	1.1804	1.1265	1.3048	1.2152	2.95
9	1.1835	1.3591	1.2724	1.1477	1.4691	1.3325	4.72
10	1.0345	1.4105	1.1752	1.1120	1.4777	1.2583	7.07

Окончание таблицы 3.6

1	2	3	4	5	6	7	8
Ср. знач.	0.9711	1.2516	1.1020	1.0084	1.2575	1.1262	2.23

Примечание к таблице 3.6: $f = 1 \dots 10$ – фрагмент фрагментированной экспериментальной диаграммы деформирования; $D_{b,f,min}, D_{b,f,max}$ – минимальная и максимальная величины фрактальных размерностей f -фрагментов рассматриваемой выборки n экспериментальных диаграмм деформирования; $D_{b,f,mean}$ – средняя арифметическая величина фрактальных размерностей f -фрагментов рассматриваемой выборки n экспериментальных диаграмм деформирования; H_b – разница структурной неоднородности экспериментальных образцов цилиндрической формы из тяжелого бетона, находившихся в нормальных условиях и под воздействием NaCl.

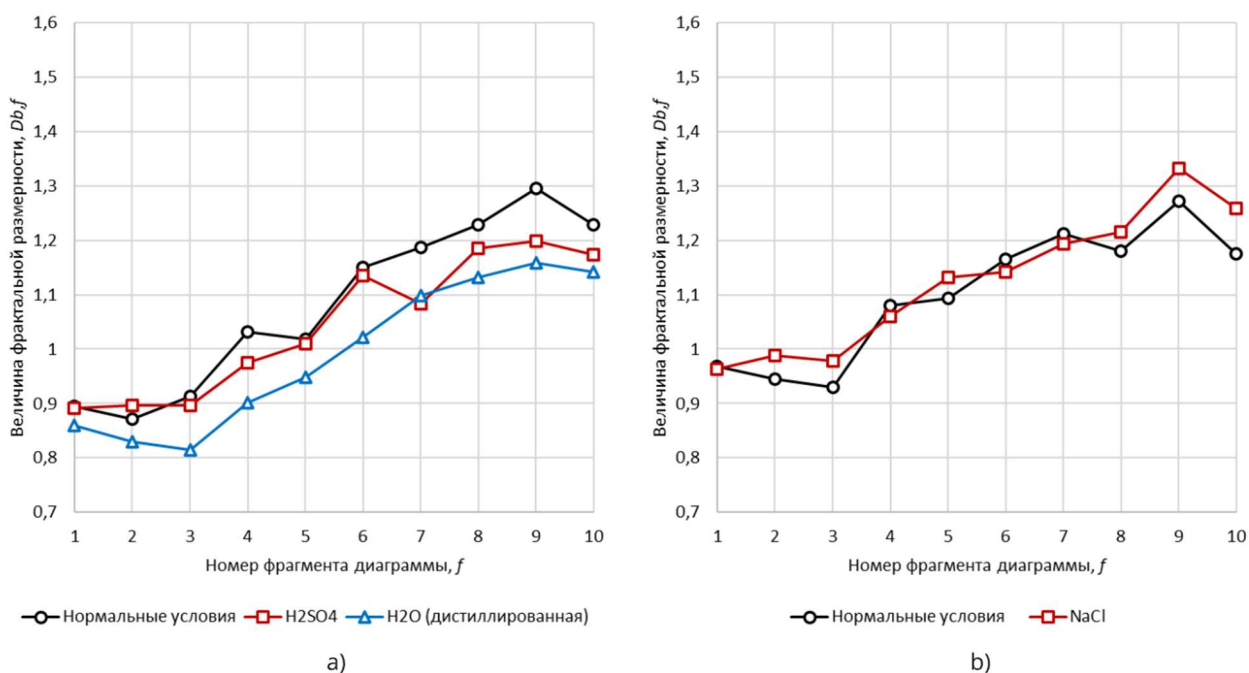


Рисунок 3.14 – Оценка влияния на фрактальную размерность среды экспонирования экспериментальных образцов из тяжелого бетона: a – призматической формы; b – цилиндрической формы

Представленные на рисунках 3.13 и 3.14, а также в таблицах 3.2-3.6 результаты количественной оценки структурной неоднородности бетонов, подтверждают гипотезу о влиянии условий эксплуатации на фрактальные и

мультифрактальные характеристики, которые могут быть использованы для оценки остаточного ресурса строительных конструкций.

3.5 Разработка моделей машинного обучения для классификации механизмов деградации структуры бетона и определения длительности воздействия агрессивной среды

В данном разделе рассматриваются вопросы, связанные с практическим применением результатов мультифрактального анализа экспериментальных диаграмм деформирования бетона, при решении задач классификации механизмов деградации структуры бетона и определения длительности воздействия агрессивной среды. Рассмотрено четыре алгоритма машинного обучения: обычный многослойный перцептрон (*Neural Network*); градиентный бустинг (*Gradient Boosting*); случайный лес (*Random Forest*); логистическая регрессия (*Logistic Regression*).

Многоклассовая классификация является одной из наиболее важных и востребованных задач, с решением которой успешно справляются методами машинного обучения [230].

Сущность данной разработки заключается в использовании значений величин фрактальных размерностей отдельных фрагментов диаграмм ($D_{b,f}$), в качестве самостоятельных признаков наборов данных, образующих структуру базы данных. То есть, классификация каждого объекта (экспериментального образца) выполняется на основании 10 обособленных фрагментов, каждый из которых в свою очередь являются самостоятельным набором признаков (X), а целевая переменная (Y) принимает одно из четырех возможных значений:

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_{11}) \rightarrow Y = (y_1, y_2, y_3, y_4) \in \{0, 1, 2, 3\}. \quad (3.5)$$

В качестве входных параметров (X) выбраны: x_1 – номер фрагмента диаграммы деформирования ($f = 1 \dots 10$); x_2 – величина фрактальной размерности $D_{b,f}$ фрагмента диаграммы; x_3 – геометрическая форма образца (призма или цилиндр); x_4 – тип бетона (тяжелый или мелкозернистый); x_5 –

удельный вес материала, кг/м^3 ; x_6 – возраст образца на дату разрушения, дни; x_7 – σ_{b0} (LCS), МПа; x_8 – ε_{b0} (LCS); x_9 – σ_{b2} (LCS), МПа; x_{10} – ε_{b2} (LCS); x_{11} – начальный модуль деформации материала E_b (LCS), МПа.

Выходными параметрами являются кодировки целевых классов среды, действующей на конструкцию: y_1 – воздух; y_2 – дистиллированная вода; y_3 – 2,34%-й раствор H_2SO_4 ; y_4 – 20%-й раствор NaCl .

Перечисленные параметры представлены в полном объеме в таблице А.2, Приложения А. В базе данных, состоящей из 1552 наборов обучающей выборки и 60 наборов тестовой выборки, существует следующее распределение данных по классам: обучающая выборка – класс 0 (1426), класс 2 (70), класс 3 (31), класс 1 (25); тестовая выборка – класс 0 (30), классы 1, 2, 3 (по 10). Из всего объема обучающей выборки было выделено 20 % данных на валидацию.

Результаты расчетов для всех четырех моделей методов машинного обучения представлены на рисунках 3.15-3.18 в виде матриц ошибок (*Confusion Matrix*) для обучающего набора данных (*Train*) и тестового набора данных (*Test*).

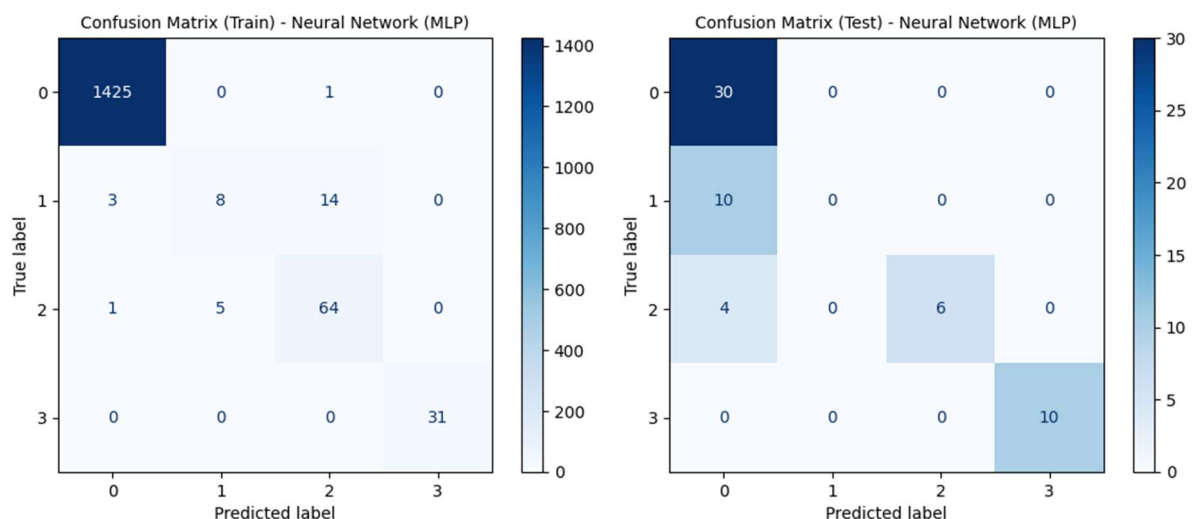
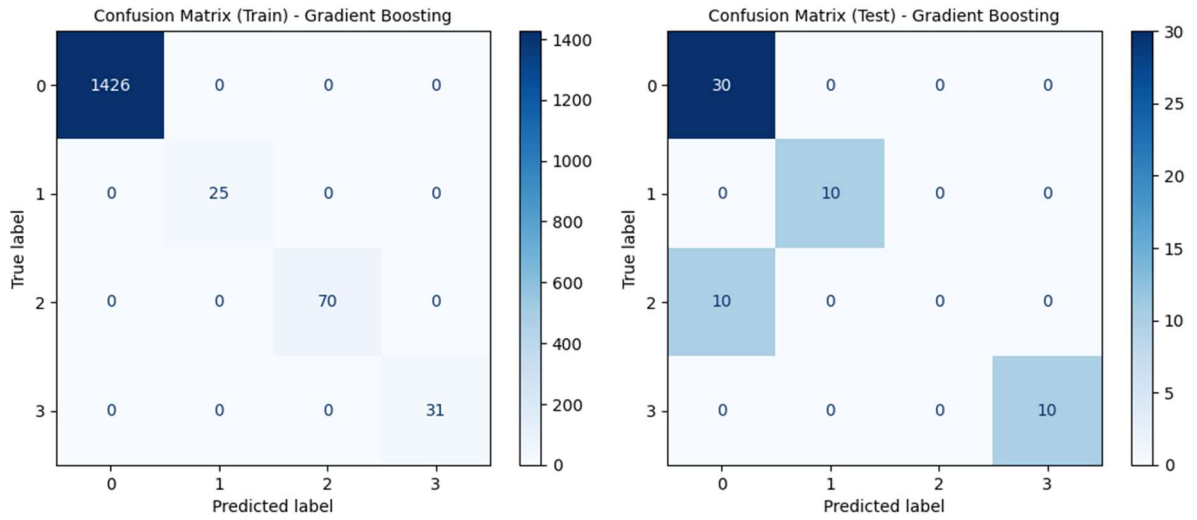
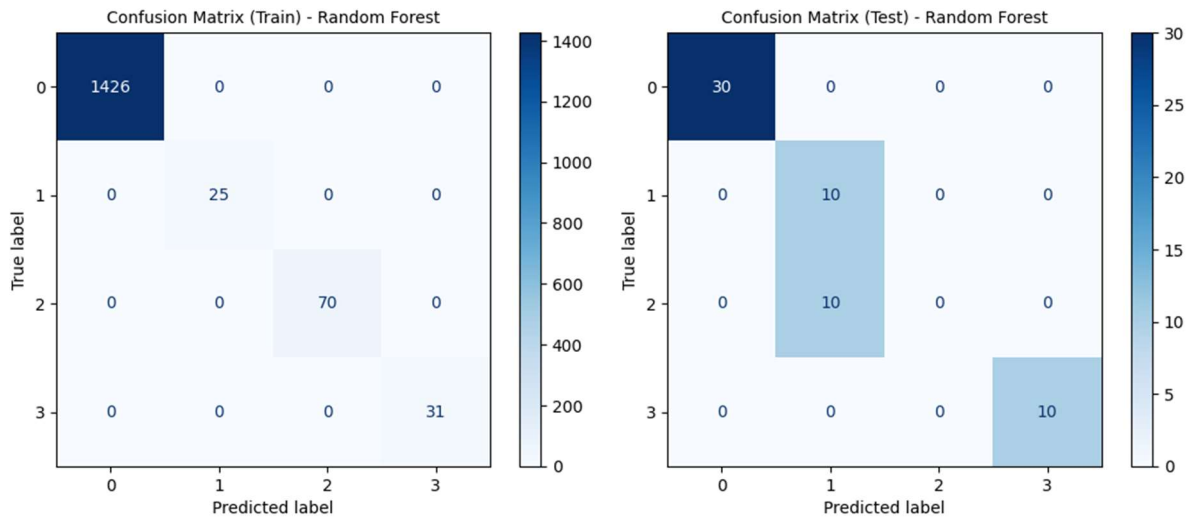
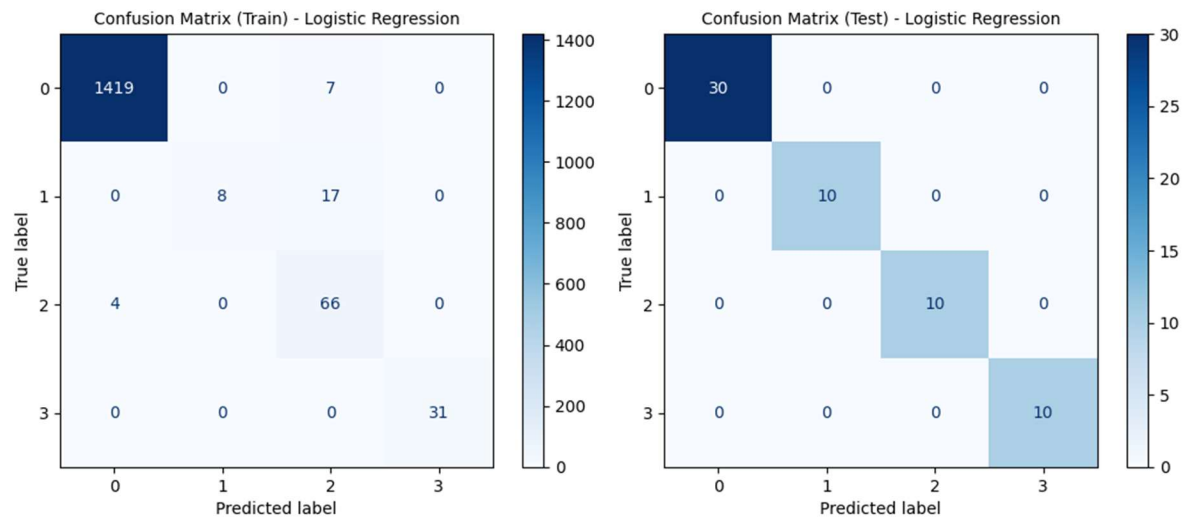


Рисунок 3.15 – Матрицы ошибок для метода – *Neural Network (MLP)*

Рисунок 3.16 – Матрицы ошибок для метода – *Gradient Boosting*Рисунок 3.17 – Матрицы ошибок для метода – *Random Forest*Рисунок 3.18 – Матрицы ошибок для метода – *Logistic Regression*

Для наиболее точной модели важность признаков (X) (*Feature Importance*) представлена на гистограмме (см. рисунок 3.19).

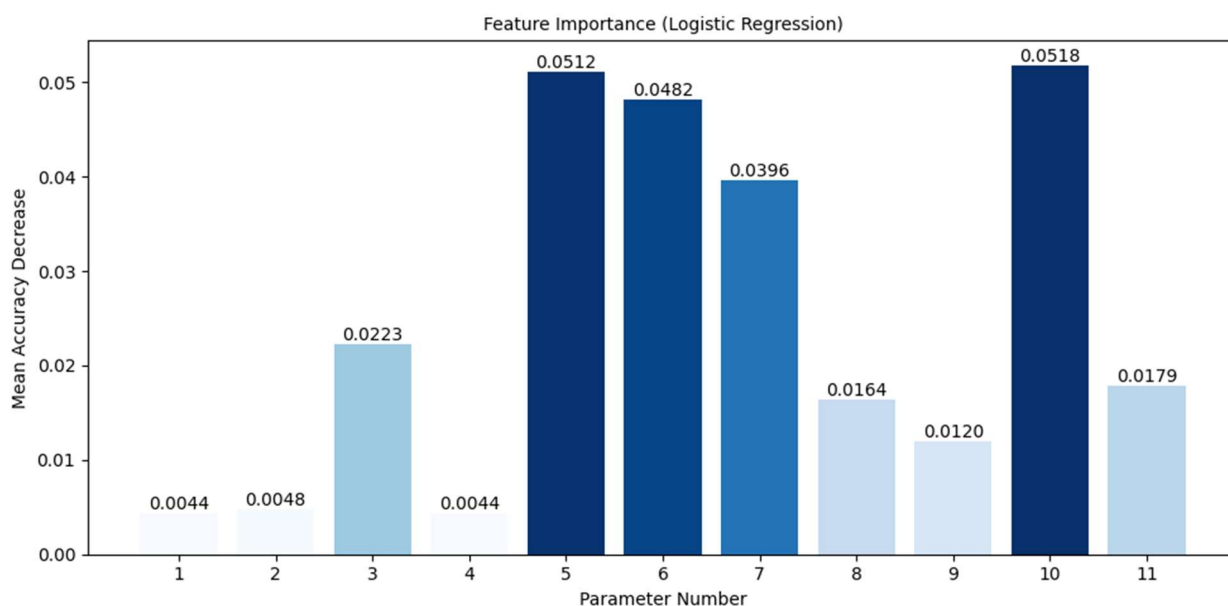


Рисунок 3.19 – Важность признаков (*Feature Importance*) для метода – *Logistic Regression*

Таким образом, была решена задача многоклассовой классификации механизмов деградации структуры бетона на 11 признаках, среди которых ключевую роль играет признак x_2 – величина фрактальной размерности фрагмента диаграммы деформирования. Этот признак позволяет учесть сложные нелинейные эффекты, которые не всегда становятся очевидными при использовании классических параметров.

Включение фрактальной размерности в набор признаков повышает способность моделей более точно дифференцировать объекты и влияет на общую эффективность классификации.

Результаты показали, что при использовании признака x_2 совместно с остальными данными алгоритмы достигают высокой точности классификации – вплоть до 100 % в случае логистической регрессии (возможно, из-за идеальной отделимости тестовой выборки или специфики данных), в то время как ансамблевые методы (*RF* и *GB*) и нейронная сеть (*MLP*) демонстрируют конкурентные результаты (83.3 % и 76.7 % соответственно). Анализ важности

признаков также подтвердил, что параметр, связанный с фрактальной размерностью, входит в число наиболее существенных.

Немного иначе решается задача прогнозирования величины целевой переменной – построение регрессионных моделей на основе многофакторного набора данных с целью прогнозирования длительности воздействия агрессивной среды на конструкции по результатам наблюдений.

Принципиальная особенность данной задачи заключается в том, что целевая переменная (Y) принимает всего одно значение:

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_{11}) \rightarrow Y = (y_1). \quad (3.6)$$

В качестве входных параметров (X) выбраны: x_1 – номер фрагмента диаграммы деформирования ($f = 1 \dots 10$); x_2 – величина фрактальной размерности $D_{b,f}$ фрагмента диаграммы; x_3 – геометрическая форма образца (призма или цилиндр); x_4 – тип бетона (тяжелый или мелкозернистый); x_5 – удельный вес материала, кг/м^3 ; x_6 – возраст образца на дату разрушения, дни; $x_7 - \sigma_{b0} (LCS)$, МПа; $x_8 - \varepsilon_{b0} (LCS)$; $x_9 - \sigma_{b2} (LCS)$, МПа; $x_{10} - \varepsilon_{b2} (LCS)$; x_{11} – начальный модуль деформации материала $E_b (LCS)$, МПа.

Выходным параметром y_1 является длительность (в днях) воздействия агрессивной среды (дистиллированная вода, раствор H_2SO_4 , раствор NaCl) на конструкцию. В остальном структура базы данных аналогична, описанной выше, при решении задачи многоклассовой классификации.

Анализ точности моделей представлен в таблице 3.7.

Таблица 3.7 – Результаты анализа точности моделей регрессии

Модель	MSE	MAE	R^2
<i>Neural Network</i>	0.054947	0.183349	0.688876
<i>Gradient Boosting</i>	0.028193	0.087406	0.840365
<i>Random Forest</i>	0.019238	0.096298	0.891067
<i>Linear Regression</i>	0.095260	0.261382	0.460616

Для некоторых моделей важность признаков (X) (*Feature Importance*) представлена на гистограммах ниже (см. рисунки 3.20 и 3.21).

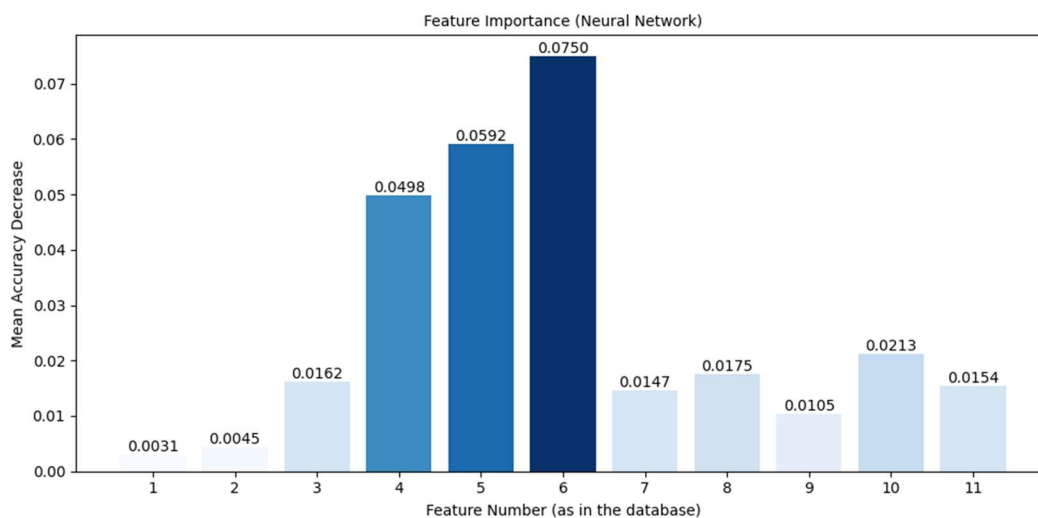


Рисунок 3.20 – Важность признаков (*Feature Importance*) для метода – *Neural Network*

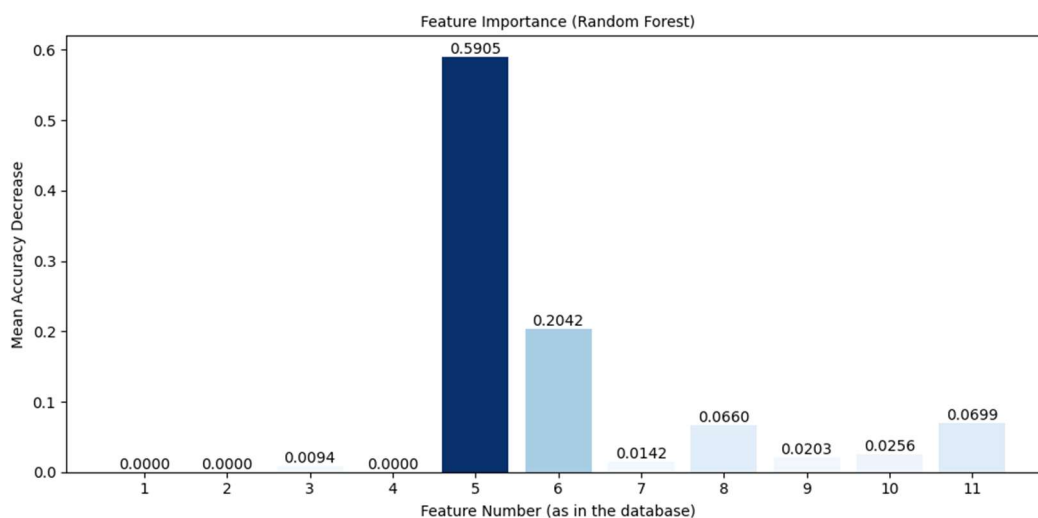


Рисунок 3.21 – Важность признаков (*Feature Importance*) для метода – *Random Forest*

Анализ важности признаков указал, что некоторые факторы демонстрируют формально низкую оценку вклада, однако исключать подобные признаки из модели не рекомендуется в силу требований к структуре базы данных и сохранению согласованности методологии обработки данных.

3.6 Выводы по 3 главе

На основании выполненной работы в данном разделе можно сделать следующие выводы:

1. Разработан способ определения величины фрактальной размерности экспериментальных диаграмм деформирования бетона, в основу которого был заложен метод покрытия сеткой (*ВСМ*). При этом удалось выполнить оценку влияния дискретности экспериментальных данных на величину фрактальной размерности. Предложен алгоритм корректировки количества масштабных уровней, используемых при определении величины фрактальной размерности. Показано, что данный алгоритм повышает точность оценки фрактальной размерности и улучшает линейную регрессию $\log(N_s) - \log(s)$ (повышается коэффициент детерминации).

2. Впервые выполнен мультифрактальный анализ экспериментальных диаграмм деформирования бетона при одноосном сжатии. Предложенный способ фрагментации диаграмм позволил выявить локальные зоны с разной фрактальной размерностью, отражающей реальное воздействие на материал условий эксплуатации. Участки уплотнения структуры обладают близкими к 1 значениями D , а в зонах интенсивного разрушения D может достигать до 1,5-1,7. Такой мультифрактальный анализ дает дополнительную информацию о механизмах повреждения материала на разных стадиях деформации.

3. Была выполнена количественная оценка изменения структурной неоднородности бетона, вызванного воздействием различных агрессивных сред на материал. Установлено, что при длительном воздействии водного раствора H_2SO_4 структурная неоднородность сначала увеличивается, а затем снижается по завершении процесса гидратации. Увеличение структурной неоднородности связано с ростом сети микроструктурных дефектов, что в явном виде проявляется при воздействии на материал конструкции водного раствора $NaCl$.

4. Разработанные алгоритмы для комплексной количественной оценки степени повреждения структуры бетона в конструкциях, позволяют получить фрактальные и мультифрактальные модели деградации. При этом, основной ценностью данного подхода является физическая обоснованность данных о состоянии материала, используемых для получения итоговых математических зависимостей.

ГЛАВА 4. ОСТАТОЧНЫЙ РЕСУРС АРМИРОВАННЫХ БЕТОННЫХ БАЛОК, ПОДВЕРЖЕННЫХ ВОЗДЕЙСТВИЮ ЖИДКИХ АГРЕССИВНЫХ СРЕД

В соответствии со вторым законом термодинамики процесс деградации высокоупорядоченной структурированной системы является необратимым и развивается от порядка к беспорядку, который в случае бесконтрольного накопления повреждений может привести к преждевременному наступлению предельных состояний. Результаты исследований подтверждают сложность и нелинейность процессов деградации, в результате которых изменяются цвет, средняя плотность, прочность, химический и элементный составы материала, а также фрактальность структуры.

4.1 Разработка фрактальных и мультифрактальных моделей деградации структуры бетона

Под термином «фрактальная деградационная функция $\phi(t) = f(D_b(t))$ » следует понимать изменение величины фрактальной размерности структуры материала с течением времени, а, следовательно, термин «мультифрактальная деградационная функция $\phi_m(t) = f\left(\sum_{f=1}^F(D_{b,f})(t)\right)$ » – мультифрактальной размерности.

Экспериментальное значение фрактальной деградационной функции в момент времени t может быть записано как:

$$\phi_t = 1/D_{b,t}, \quad (4.1)$$

где $D_{b,t}$ – фрактальная размерность экспериментальной диаграммы деформирования в момент времени t .

Исходя из того утверждения, что для двумерных объектов величина фрактальной размерности изменяется в пределах от 1 до 2, можно установить граничные условия для фрактальной деградационной функции: $0,5 \leq \phi_t \leq 1$.

Откуда следует, что при значении $\phi_t \rightarrow 0,5$ происходит процесс увеличения структурной неоднородности материала – снижение его упруго-прочностных характеристик, вызванное, в том числе, воздействием жидких агрессивных сред.

Для более детального анализа изменения структурной неоднородности бетона во времени может быть применена мультифрактальная деградационная функция, экспериментальное значение которой в момент времени t записано как:

$$\phi_{m,t} = F^{-1} \cdot \sum_{f=1}^F (1/D_{b,f,t}), \quad (4.2)$$

где $D_{b,f,t}$ – фрактальная размерность f -фрагмента фрагментированной диаграммы деформирования в момент времени t ;

F – фрагментация экспериментальной диаграммы деформирования.

Мультифрактальный анализ, представленный в предыдущем разделе диссертации, объясняет случаи, когда величины фрактальных размерностей начальных фрагментов диаграммы $D_{b,f} < 1$. Однако, при вычислении $\phi_{m,t}$ данные значения округляются до $D_{b,f} = 1$. Это выполняется для сохранения диапазона граничных условий: $0,5 \leq \phi_{m,t} \leq 1$.

Исходя из анализа количественной оценки изменения структурной неоднородности бетона, а также влияния различных факторов эксперимента, определяем выборку экспериментальных образцов, позволяющую построить фрактальные и мультифрактальные модели деградации структуры бетона $\phi(t)$ и $\phi_m(t)$, соответственно. Данные представлены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Экспериментальные данные

№	Среда	t , сут	σ_{b0} , МПа	ε_{b0}	σ_{b2} , МПа	ε_{b2}	E_b , МПа	ϕ	ϕ_m
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2.1 (2021)	O ₂	0	51.13	0.0025	37.79	0.0032	23542.14	0.7377	0.8711
2.2 (2021)	O ₂	0	53.61	0.0021	44.77	0.0026	29410.22	0.7370	0.8896
3.1 (2021)	H ₂ O	363	63.75	0.0026	61.59	0.0029	27853.47	0.8300	0.9257

Продолжение таблицы 4.1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3.2 (2021)	H ₂ O	363	70.57	0.0031	70.46	0.0032	27149.72	0.8844	0.9614
4.1 (2021)	H ₂ SO ₄	180	52.93	0.0031	45.60	0.0037	20356.73	0.7889	0.9019
7.2 (2021)	H ₂ SO ₄	180	48.17	0.0025	36.04	0.0032	22671.56	0.7383	0.9035
9.1 (2021)	H ₂ O	363	66.49	0.0021	66.11	0.0022	36209.01	0.8834	0.9624
9.2 (2021)	H ₂ O	363	68.96	0.0023	67.70	0.0025	34478.59	0.8462	0.9454
11.1 (2021)	O ₂	0	30.86	0.0038	26.00	0.0046	9197.77	0.6976	0.8578
11.2 (2021)	O ₂	0	29.26	0.0033	22.88	0.0040	10113.46	0.6735	0.7999
16.1 (2021)	H ₂ SO ₄	270	58.12	0.0025	40.37	0.0032	26989.16	0.8462	0.9417
16.2 (2021)	H ₂ SO ₄	270	60.36	0.0025	52.20	0.0030	25653.45	0.9039	0.9455
18.1 (2021)	O ₂	0	47.60	0.0020	44.45	0.0023	26553.83	0.8723	0.9651
18.2 (2021)	O ₂	0	52.64	0.0021	42.08	0.0026	27646.76	0.8832	0.9640
19.1 (2021)	O ₂	0	65.23	0.0023	60.97	0.0025	32613.30	0.8055	0.8989
19.2 (2021)	O ₂	0	59.56	0.0018	47.57	0.0023	39024.62	0.8297	0.9248
20.2 (2021)	O ₂	0	54.10	0.0028	44.59	0.0034	22081.01	0.8578	0.9493
21.1 (2021)	H ₂ O	363	70.50	0.0023	70.50	0.0023	31919.50	0.9152	0.9828
21.2 (2021)	H ₂ O	363	60.17	0.0025	53.39	0.0030	27351.28	0.8295	0.9304
22.1 (2021)	H ₂ SO ₄	270	39.13	0.0037	34.85	0.0045	12922.89	0.8280	0.9236
22.2 (2021)	H ₂ SO ₄	270	46.02	0.0035	32.22	0.0047	16612.48	0.8564	0.9333
23.1 (2021)	O ₂	0	43.89	0.0028	35.12	0.0035	18734.42	0.7838	0.8982
23.2 (2021)	O ₂	0	38.51	0.0030	31.55	0.0037	14621.62	0.7741	0.9079
24.1 (2021)	H ₂ O	363	46.15	0.0031	36.68	0.0039	17182.40	0.8332	0.9394
24.2 (2021)	H ₂ O	363	56.00	0.0025	43.99	0.0031	25753.93	0.8598	0.9536
25.1 (2021)	H ₂ SO ₄	376	51.75	0.0028	38.09	0.0034	20697.57	0.8449	0.9362
25.2 (2021)	H ₂ SO ₄	376	55.26	0.0025	44.70	0.0031	25123.09	0.8753	0.9628
28.1 (2021)	H ₂ SO ₄	376	45.41	0.0036	29.65	0.0048	15837.15	0.8386	0.9342
28.2 (2021)	H ₂ SO ₄	376	37.39	0.0028	25.86	0.0039	16865.71	0.8498	0.9373
1.1 (2024)	O ₂	0	26.62	0.0018	20.68	0.0021	14992.60	0.7674	0.8753
3.1 (2024)	O ₂	0	31.38	0.0014	23.79	0.0017	22114.48	0.7981	0.9077
4.1 (2024)	O ₂	0	27.44	0.0015	23.99	0.0017	18178.70	0.8127	0.9332
6.1 (2024)	O ₂	0	26.35	0.0015	20.43	0.0019	21226.55	0.8121	0.9155
7.3 (2024)	O ₂	0	19.18	0.0014	13.61	0.0017	13347.78	0.7646	0.8881

Окончание таблицы 4.1.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10.1 (2024)	NaCl	443	20.18	0.0024	19.29	0.0030	11319.63	0.7207	0.8758
10.3 (2024)	NaCl	443	27.50	0.0022	26.80	0.0023	13133.48	0.7665	0.8708
11.1 (2024)	NaCl	443	24.47	0.0023	16.89	0.0028	10587.32	0.7836	0.9021
11.2 (2024)	NaCl	443	20.84	0.0019	15.52	0.0023	10542.27	0.7450	0.8796
11.3 (2024)	NaCl	443	29.30	0.0016	24.97	0.0019	20566.02	0.7867	0.9237

Представленные в таблице расчеты, дают возможность визуализировать зависимости $\phi(t)$ и $\phi_m(t)$, которые позволяют оценить влияние на материал конструкции 20 %-го раствора NaCl (см. рисунок 4.1) и 2,34 %-го раствора H₂SO₄ (см. рисунок 4.2).

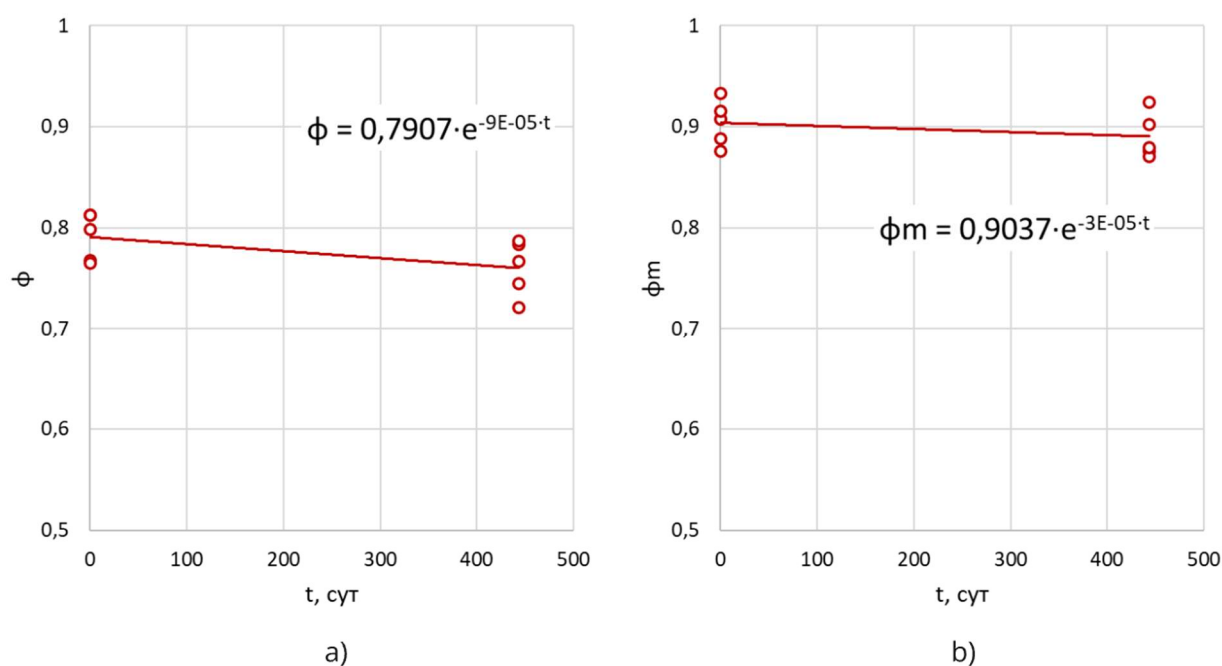


Рисунок 4.1 – Графики изменения во времени фрактальной (a) и мультифрактальной (b) деградационных функций при воздействии на материал конструкции 20%-го раствора NaCl

При аппроксимации экспериментальных значений ϕ_t и $\phi_{m,t}$ (см. рисунок 4.1) были получены следующие зависимости:

$$\phi^{NaCl}(t) = \phi_0 \cdot e^{\gamma t} = 0,7907 \cdot e^{-9 \cdot 10^{-5} \cdot t}, \quad (4.3)$$

$$\phi_m^{NaCl}(t) = \phi_{m,0} \cdot e^{\delta t} = 0,9037 \cdot e^{-3 \cdot 10^{-5} \cdot t}, \quad (4.4)$$

где ϕ_0 и $\phi_{m,0}$ – начальные значения фрактальной и мультифрактальной деградационных функций;

γ и δ – коэффициенты интенсивности деградации.

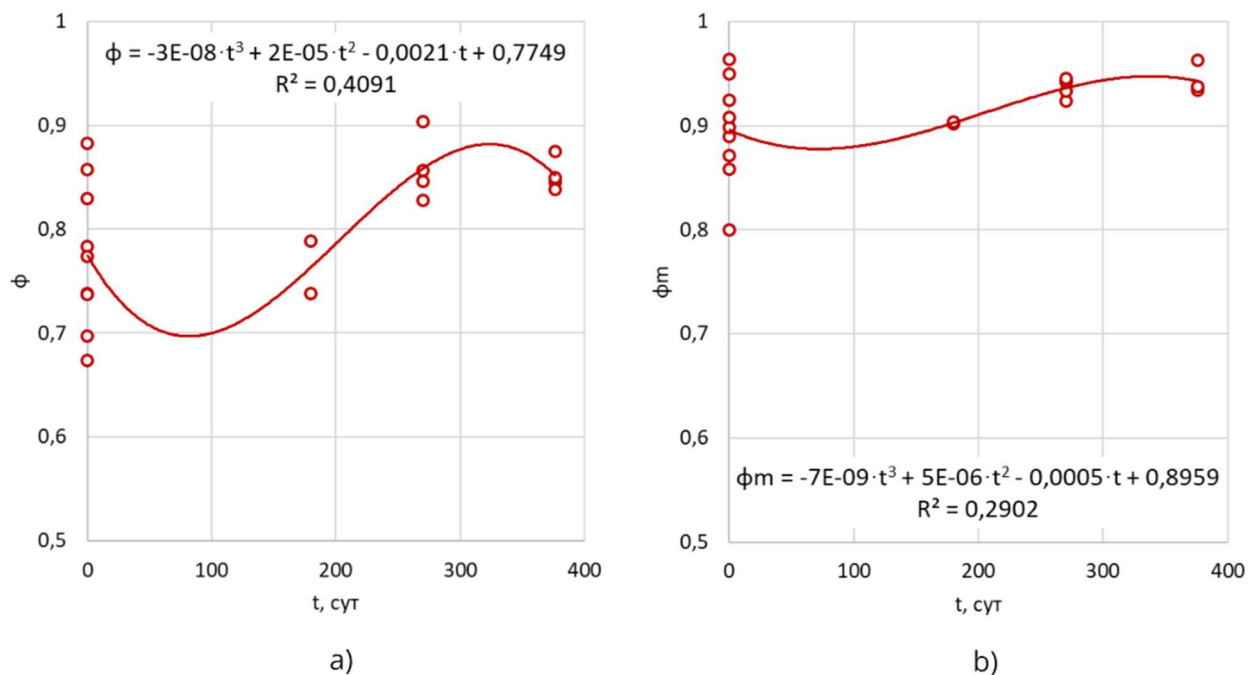


Рисунок 4.2 – Графики изменения во времени фрактальной (a) и мультифрактальной (b) деградационных функций при воздействии на материал конструкции 2,34%-го раствора H_2SO_4

При аппроксимации экспериментальных значений ϕ_t и $\phi_{m,t}$ (см. рисунок 4.2) были получены следующие зависимости:

$$\begin{aligned} \phi^{H_2SO_4}(t) &= a_1 t^3 + b_1 t^2 + c_1 t + \phi_0 = \\ &= -3 \cdot 10^{-8} t^3 + 2 \cdot 10^{-5} t^2 - 0,0021 t + 0,7749, \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} \phi_m^{H_2SO_4}(t) &= a_2 t^3 + b_2 t^2 + c_2 t + \phi_{m,0} = \\ &= -7 \cdot 10^{-9} t^3 + 5 \cdot 10^{-6} t^2 - 0,0005 t + 0,8959, \end{aligned} \quad (4.6)$$

где ϕ_0 и $\phi_{m,0}$ – начальные значения фрактальной и мультифрактальной деградационных функций;

$a_{1,2}$, $b_{1,2}$ и $c_{1,2}$ – коэффициенты интенсивности деградации.

Зная экспериментальные значения ϕ и ϕ_m построим графики функций $E_b(\phi)$, $E_b(\phi_m)$, $R_b(\phi)$, $R_b(\phi_m)$, $\sigma_{b0}(\phi)$, $\sigma_{b0}(\phi_m)$, $\varepsilon_{b0}(\phi)$, $\varepsilon_{b0}(\phi_m)$, $\sigma_{b2}(\phi)$, $\sigma_{b2}(\phi_m)$, $\varepsilon_{b2}(\phi)$, $\varepsilon_{b2}(\phi_m)$ (см. рисунки 4.3-4.8).

Данные функции позволяют построить криволинейные диаграммы деформирования бетона, характер которых зависит от времени воздействия агрессивной среды.

При аппроксимации (см. рисунок 4.3) получены следующие зависимости:

$$E_b(\phi) = \alpha_1 \cdot e^{\beta_1 \phi} = 682,87 \cdot e^{4,1692 \cdot \phi}, \quad (4.7)$$

$$E_b(\phi_m) = \mu_1 \cdot e^{\omega_1 \phi_m} = 40,535 \cdot e^{6,7601 \cdot \phi_m}, \quad (4.8)$$

где α_1 , β_1 , μ_1 , ω_1 – коэффициенты интенсивности деградации.

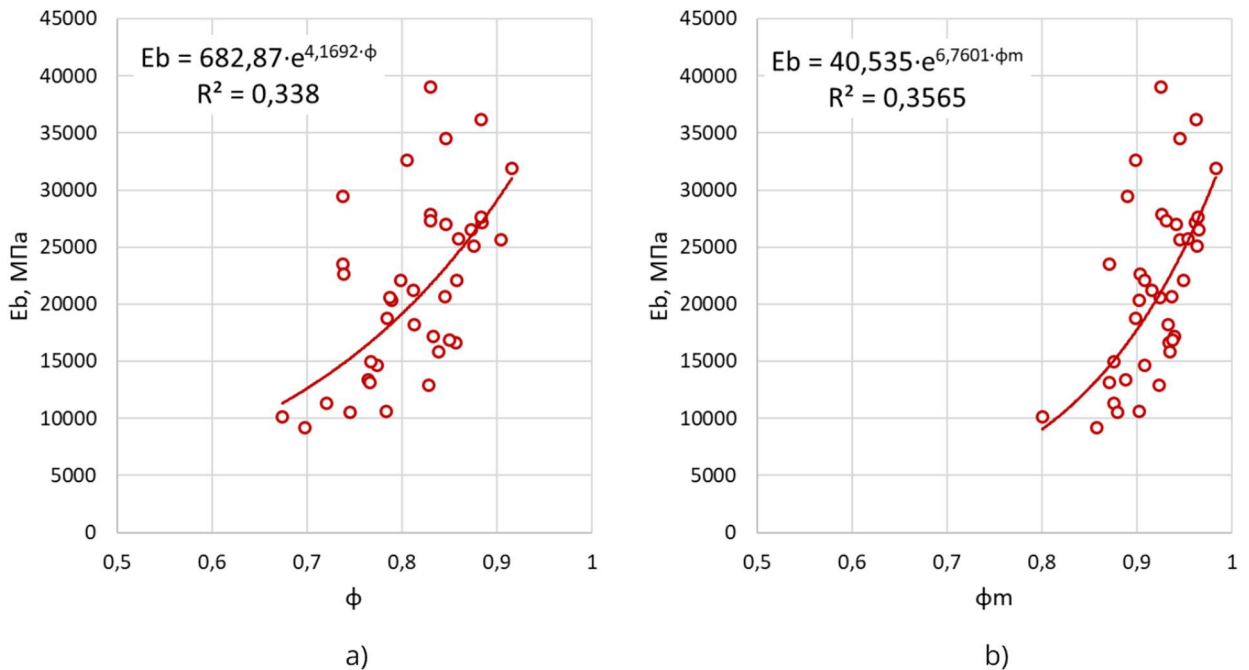


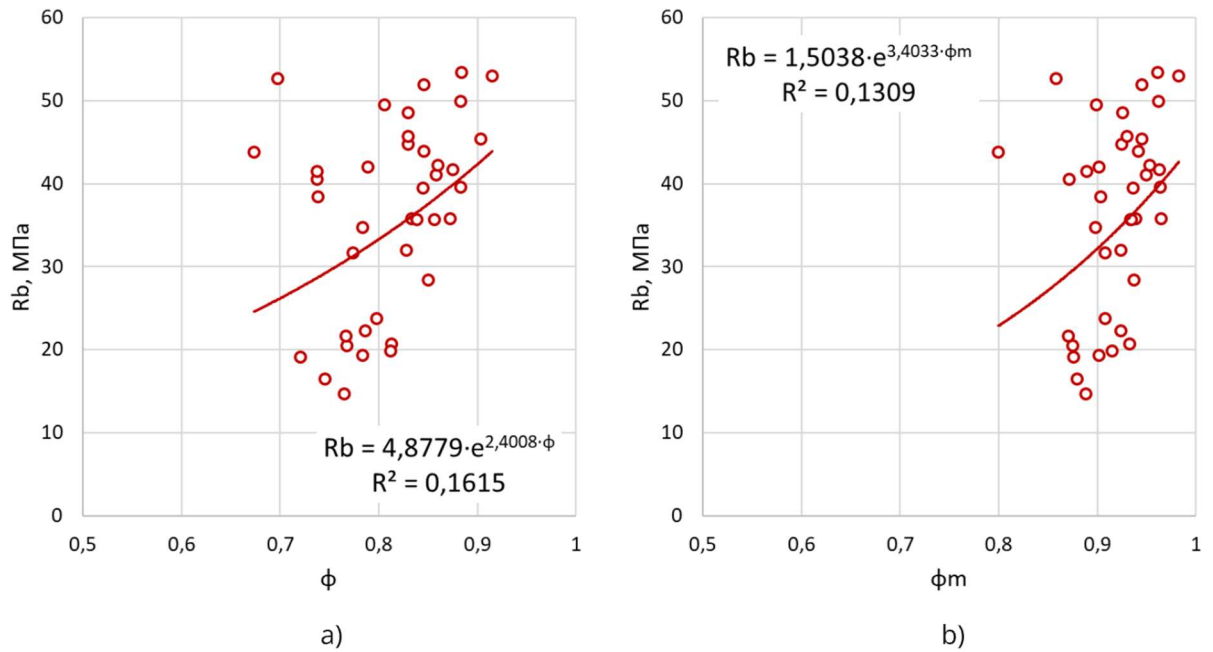
Рисунок 4.3 – Графики функций $E_b(\phi)$ (a) и $E_b(\phi_m)$ (b)

При аппроксимации (см. рисунок 4.4) получены следующие зависимости:

$$R_b(\phi) = \alpha_2 \cdot e^{\beta_2 \phi} = 4,8779 \cdot e^{2,4008 \cdot \phi}, \quad (4.9)$$

$$R_b(\phi_m) = \mu_2 \cdot e^{\omega_2 \phi_m} = 1,5038 \cdot e^{3,4033 \cdot \phi_m}, \quad (4.10)$$

где α_2 , β_2 , μ_2 , ω_2 – коэффициенты интенсивности деградации.

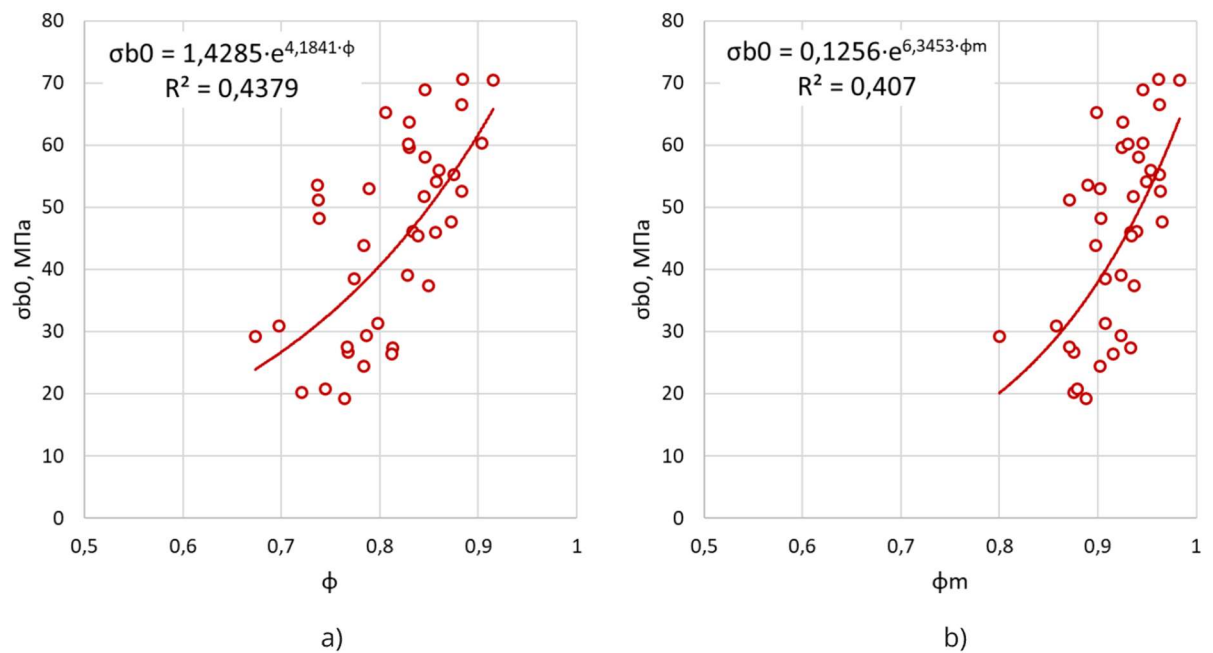
Рисунок 4.4 – Графики функций $R_b(\phi)$ (a) и $R_b(\phi_m)$ (b)

При аппроксимации (см. рисунок 4.5) получены следующие зависимости:

$$\sigma_{b0}(\phi) = \alpha_3 \cdot e^{\beta_3 \phi} = 1,4285 \cdot e^{4,1841 \cdot \phi}, \quad (4.11)$$

$$\sigma_{b0}(\phi_m) = \mu_3 \cdot e^{\omega_3 \phi_m} = 0,1256 \cdot e^{6,3453 \cdot \phi_m}, \quad (4.12)$$

где $\alpha_3, \beta_3, \mu_3, \omega_3$ – коэффициенты интенсивности деградации.

Рисунок 4.5 – Графики функций $\sigma_{b0}(\phi)$ (a) и $\sigma_{b0}(\phi_m)$ (b)

При аппроксимации (см. рисунок 4.6) получены следующие зависимости:

$$\varepsilon_{b0}(\phi) = \alpha_4 \cdot e^{\beta_4 \phi} = 0,0058 \cdot e^{-0,941 \cdot \phi}, \quad (4.13)$$

$$\varepsilon_{b0}(\phi_m) = \mu_4 \cdot e^{\omega_4 \phi_m} = 0,0135 \cdot e^{-1,752 \cdot \phi_m}, \quad (4.14)$$

где $\alpha_4, \beta_4, \mu_4, \omega_4$ – коэффициенты интенсивности деградации.

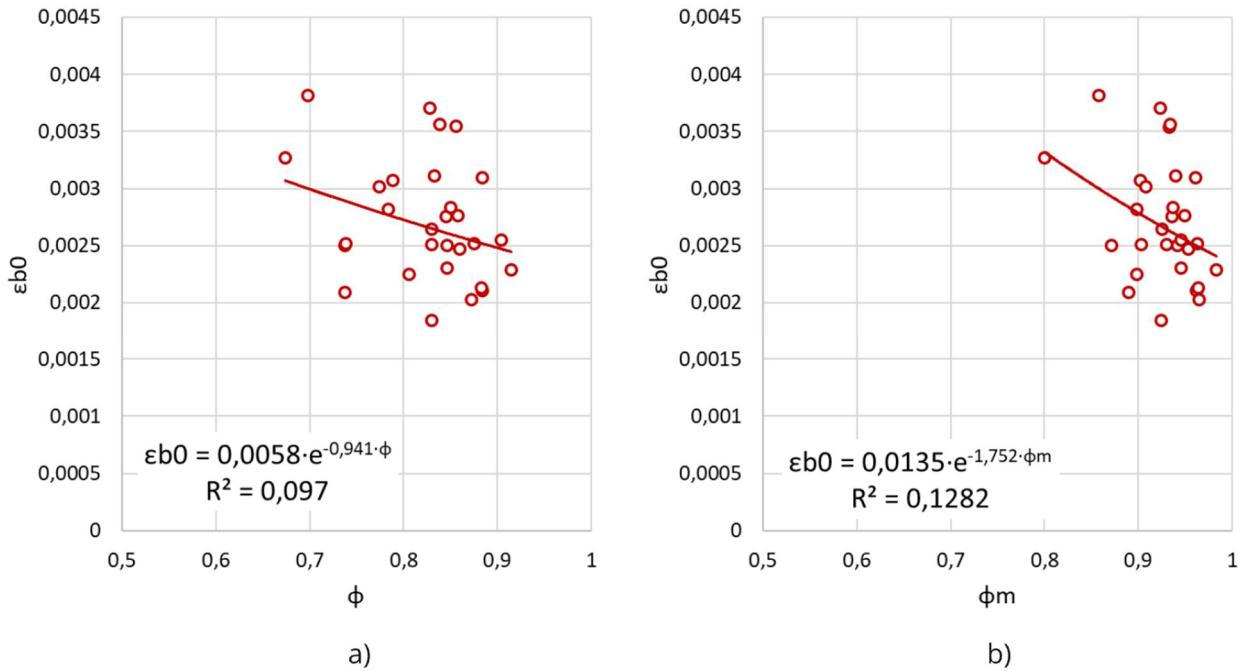


Рисунок 4.6 – Графики функций $\varepsilon_{b0}(\phi)$ (a) и $\varepsilon_{b0}(\phi_m)$ (b)

При аппроксимации (см. рисунок 4.7) получены следующие зависимости:

$$\sigma_{b2}(\phi) = \alpha_5 \cdot e^{\beta_5 \phi} = 0,8399 \cdot e^{4,5969 \cdot \phi}, \quad (4.15)$$

$$\sigma_{b2}(\phi_m) = \mu_5 \cdot e^{\omega_5 \phi_m} = 0,057 \cdot e^{6,9929 \cdot \phi_m}, \quad (4.16)$$

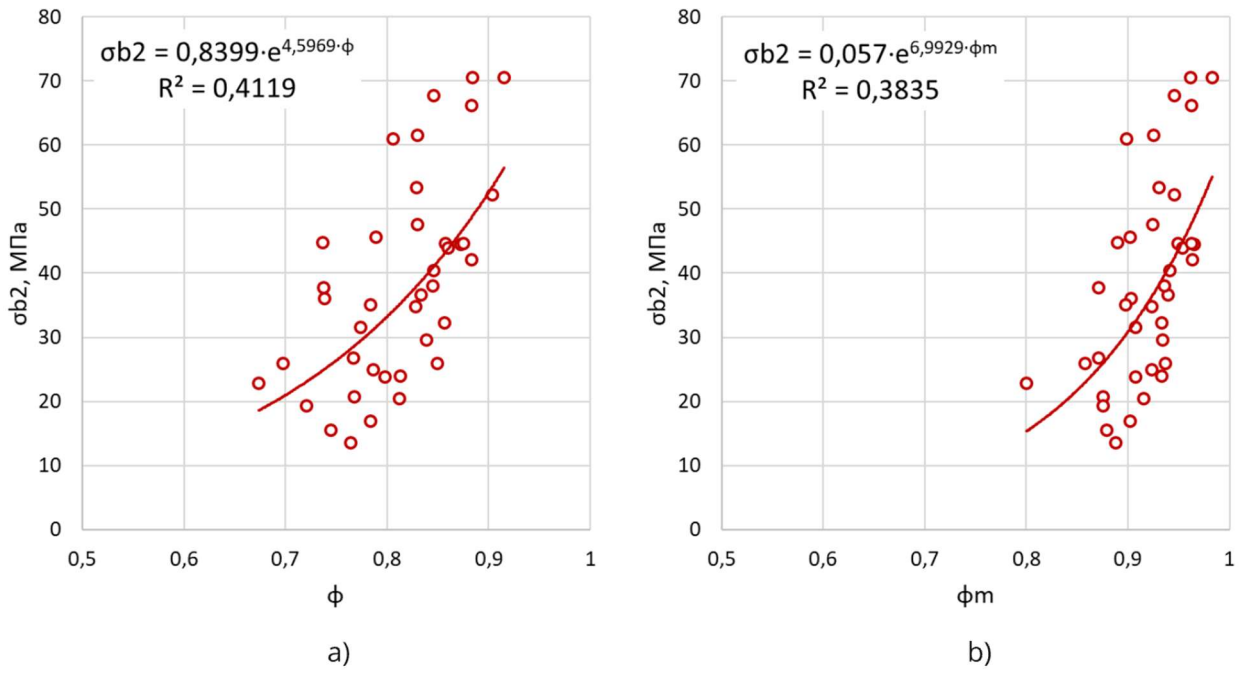
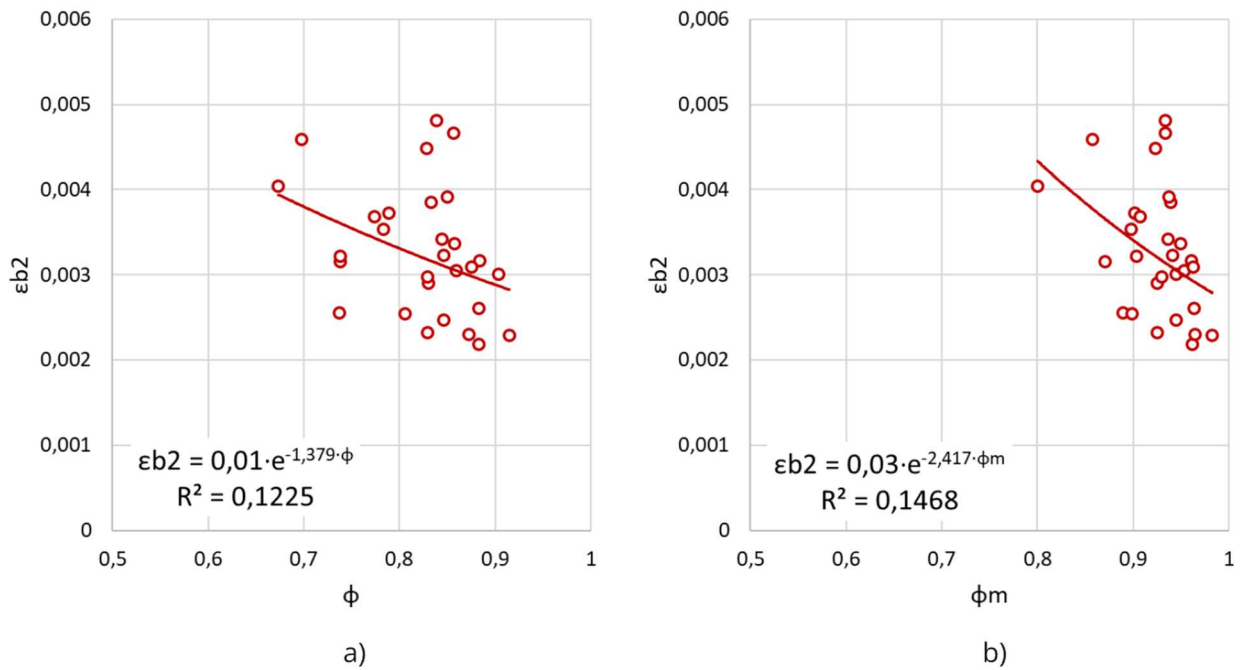
где $\alpha_5, \beta_5, \mu_5, \omega_5$ – коэффициенты интенсивности деградации.

При аппроксимации (см. рисунок 4.8) получены следующие зависимости:

$$\varepsilon_{b2}(\phi) = \alpha_6 \cdot e^{\beta_6 \phi} = 0,01 \cdot e^{-1,379 \cdot \phi}, \quad (4.17)$$

$$\varepsilon_{b2}(\phi_m) = \mu_6 \cdot e^{\omega_6 \phi_m} = 0,03 \cdot e^{-2,417 \cdot \phi_m}, \quad (4.18)$$

где $\alpha_6, \beta_6, \mu_6, \omega_6$ – коэффициенты интенсивности деградации.

Рисунок 4.7 – Графики функций $\sigma_{b2}(\phi)$ (a) и $\sigma_{b2}(\phi_m)$ (b)Рисунок 4.8 – Графики функций $\varepsilon_{b2}(\phi)$ (a) и $\varepsilon_{b2}(\phi_m)$ (b)

Представленные на рисунках 4.3-4.8 деградационные модели позволяют определить коэффициенты a , b и c при неизвестных функции (2.14) методом нормируемых параметров при любом значении ϕ или ϕ_m , а значит, получить функцию, описывающую нелинейную диаграмму деформирования материала в любой момент времени.

Пример расчета представим в виде:

$$\sigma_i = a(\phi)\varepsilon_i^5 + b(\phi)\varepsilon_i^3 + c(\phi)\varepsilon_i. \quad (4.19)$$

Коэффициенты $a(\phi)$, $b(\phi)$, $c(\phi)$ можно определить по формулам:

$$a(\phi) = (C_1B_2 - C_2B_1)(A_1B_2 - A_2B_1)^{-1}, \quad (4.20)$$

$$b(\phi) = (A_1C_2 - A_2C_1)(A_1B_2 - A_2B_1)^{-1}, \quad (4.21)$$

$$c(\phi) = E_b(\phi), \quad (4.22)$$

здесь:

$$A_1 = \varepsilon_{b0}^5(\phi), A_2 = \varepsilon_{b2}^5(\phi);$$

$$B_1 = \varepsilon_{b0}^3(\phi), B_2 = \varepsilon_{b2}^3(\phi);$$

$$C_1 = \sigma_{b0}(\phi) - E_b(\phi)\varepsilon_{b0}(\phi);$$

$$C_2 = \sigma_{b2}(\phi) - E_b(\phi)\varepsilon_{b2}(\phi).$$

На рисунке 4.9 представлены диаграммы деформирования бетона при сжатии, заданные комбинированной степенной зависимостью (4.19), с учетом значений деградационных функций $\phi^{NaCl}(t)$, $\phi_m^{NaCl}(t)$, $\phi^{H_2SO_4}(t)$ и $\phi_m^{H_2SO_4}(t)$ (см. рисунки 4.1 и 4.2) в момент времени t .

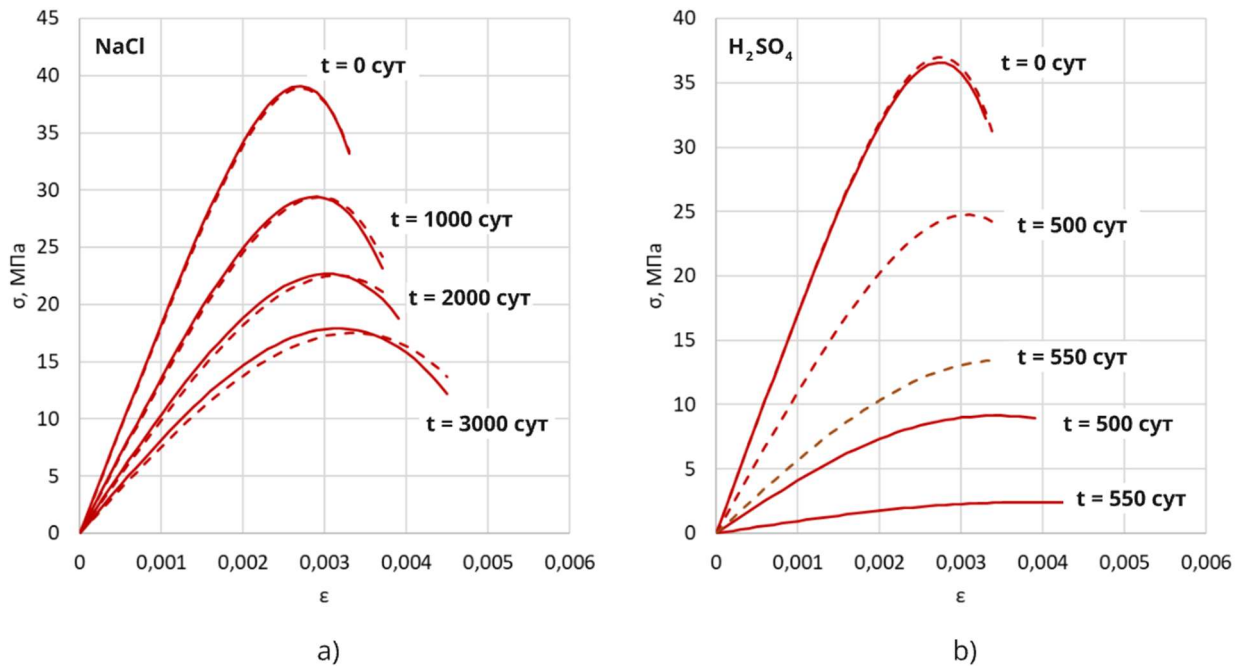


Рисунок 4.9 – Диаграммы деформирования бетона при сжатии в зависимости от времени воздействия агрессивной среды t : a – NaCl; b – H_2SO_4 (штриховая линия на графиках соответствует мультифрактальным моделям)

Представленные на рисунке 4.9, *a* диаграммы деформирования бетона, работающего в условиях воздействия 20 %-го раствора NaCl, демонстрируют ухудшение упруго-прочностных характеристик материала с течением времени t . Характер диаграмм незначительно изменяется при переходе с фрактальных на мультифрактальные (штриховая линия) деградационные функции, однако для оценки остаточного ресурса конструкций логичнее всего использовать именно мультифрактальные модели, показывающие наиболее интенсивное снижение величин E_b , σ_{b0} и σ_{b2} , при одновременном увеличении ε_{b0} и ε_{b2} .

Обратная картина наблюдается при рассмотрении диаграмм на рисунке 4.9, *b*. Здесь фрактальные модели показывают наиболее интенсивный процесс деградации структуры бетона в условиях воздействия раствора кислоты, таким образом, для дальнейшего расчета конструкций должны быть использованы именно эти модели.

4.2 Применение фрактальных и мультифрактальных деградационных функций при оценке остаточного ресурса армированных бетонных балок

Представленные в предыдущем разделе диаграммы деформирования позволяют выполнить расчет конструкций с учетом физической нелинейности бетона. Расчет конструкций из нелинейно-упругих материалов, работающих в условиях воздействия агрессивных хлорсодержащих сред, подробно раскрыт в работах под руководством В.П. Селяева [205-209]. В данных работах представлены результаты исследования негативного влияния растворов NaCl на упруго-прочностные характеристики конструкций.

Проектирование и расчет бетонных балок, армированных полимерной композитной арматурой, выполняют по СП 295.1325800.2017 «Конструкции бетонные, армированные полимерной композитной арматурой. Правила проектирования» [210].

Расчет по прочности нормальных сечений изгибаемых балок выполняют из условия:

$$M \leq M_{ult} , \quad (4.23)$$

где M – изгибающий момент от внешней нагрузки;

M_{ult} – предельный изгибающий момент, который может быть воспринят сечением балки.

Для экспериментальных балок, с вычисленными ранее параметрами, определяли значение граничной относительной высоты сжатой зоны ξ_R , при котором предельное состояние конструкции наступает одновременно с достижением в растянутой композитной полимерной арматуре напряжения, равного расчетному сопротивлению R_f по формуле:

$$\xi_R = \omega(1 + \varepsilon_f(\varepsilon_{b2})^{-1})^{-1} , \quad (4.24)$$

где $\omega = 0,8$ – характеристика сжатой зоны для тяжелых бетонов, до В60;

ε_f – расчетное значение предельных относительных деформаций композитной полимерной арматуры;

ε_{b2} – предельные относительные деформации сжатого бетона, принимаемые по результатам экспериментальных исследований.

Согласно п. 5.2.5 СП 295.1325800.2017 расчетное значение модуля упругости E_f композитной полимерной арматуры следует принимать равным его нормативному значению по таблице 1. Для стеклокомпозитной арматуры (АСК) E_f принимаем равным $E_{f,n} = 5 \cdot 10^4$ МПа.

Расчетное значение сопротивления растяжению арматуры определим по формуле:

$$R_f = \gamma_{f1} \cdot R_{f,n} \cdot (\gamma_f)^{-1} = 0,7 \cdot 800 \cdot (1,5)^{-1} = 373,33 \text{ МПа} , \quad (4.25)$$

где $\gamma_{f1} = 0,7$ – коэффициент, учитывающий условия эксплуатации конструкции с композитной полимерной арматурой, принимаемый по таблице 2 СП 295.1325800.2017;

$R_{f,n} = 800$ МПа – нормативное сопротивление растяжению по таблице 1 СП 295.1325800.2017;

$\gamma_f = 1,5$ – коэффициент надежности по материалу.

Таким образом величину ε_f в (4.24) определим по формуле:

$$\varepsilon_f = R_f/E_f = 373,33/50000 = 7,467 \cdot 10^{-3}. \quad (4.26)$$

Для проверки соответствия $x/h_0 \leq \xi_R$ необходимо определить значения предела прочности на сжатие R_b экспериментальных образцов-цилиндров. В соответствии с ГОСТ 28570-2019 «Бетоны. Методы определения прочности по образцам, отобранным из конструкций», приведем прочность каждого испытанного образца к прочности бетона в образце базового размера и формы по формуле:

$$R_b = \sigma_{b0} \alpha \eta_1, \quad (4.27)$$

где σ_{b0} – прочность образца на сжатие по;

$\alpha = 0,9$ – масштабный коэффициент, учитывающий форму и размеры поперечного сечения испытанных образцов;

η_1 – коэффициент, учитывающий отношение высоты цилиндра к его диаметру, принимаемый при испытаниях на сжатие по таблице 2 ГОСТ 28570-2019.

По результатам расчетов, условие $\xi = x/h_0 \leq \xi_R$ не выполняется ни для одной из экспериментальных балок, поэтому можно сделать вывод о том, что площадь растянутой арматуры принята больше, чем требуется. В таком случае, значение высоты сжатой зоны бетона поперечного сечения балок необходимо определять из условия:

$$x_1 = \sqrt{(0,5\mu_f\alpha_2h_0)^2 + \mu_f\alpha_2h_0^2\omega} - 0,5\mu_f\alpha_2h_0, \quad (4.28)$$

где $\mu_f = A_f b^{-1} h_0^{-1}$;

$\alpha_2 = E_f E_{b2}^{-1}$;

$E_{b2} = R_b \varepsilon_{b2}^{-1}$.

Таким образом, значение предельного момента M_{ult} , воспринимаемого сечением, определим для каждой балки по формуле:

$$M_{ult} = R_b b x_1 (h_0 - 0,5x_1). \quad (4.29)$$

Методика оценки остаточного ресурса армированных бетонных балок, работающих в условиях воздействия 20 %-го раствора NaCl, была реализована следующим образом.

Поскольку, результирующая формула (4.23) с учетом (4.28) и (4.29) содержит изменяющиеся во времени параметры $E_{b2}(t)$, $R_b(t)$ и $\varepsilon_{b2}(t)$, учет процесса деградации может быть выполнен посредством интеграции в расчет мультифрактальной деградационной функции (4.4). Таким образом, формула (4.23) примет вид:

$$M \leq M_{ult}(\phi_m), \quad (4.30)$$

где $M_{ult}(\phi_m)$ – предельный изгибающий момент, который может быть воспринят сечением балки с учетом фрактальной деградационной функции.

Формула (4.29) примет вид:

$$M_{ult}(\phi_m) = R_b(\phi_m) b x_1(\phi_m) (h_0 - 0,5 x_1(\phi_m)), \quad (4.31)$$

$$\text{где } x_1(\phi_m) = \sqrt{(0,5 \mu_f \alpha_2(\phi_m) h_0)^2 + \mu_f \alpha_2(\phi_m) h_0^2 \omega - 0,5 \mu_f \alpha_2(\phi_m) h_0};$$

$$\text{здесь } \mu_f = A_f b^{-1} h_0^{-1};$$

$$\alpha_2(\phi_m) = E_f E_{b2}^{-1}(\phi_m);$$

$$E_{b2}(\phi_m) = R_b(\phi_m) \varepsilon_{b2}^{-1}(\phi_m);$$

$$R_b(\phi_m) \text{ определяется по формуле (4.9);}$$

$$\varepsilon_{b2}(\phi_m) \text{ – по формуле (4.17).}$$

Для графической интерпретации (см. рисунок 4.10) процесса снижения величины $M_{ult}(\phi_m)$ с течением времени выполним расчет при следующих входных параметрах, соответствующих данным для экспериментальной балки № 09: $L = 0,9$ м; $b = 0,05$ м; $h = 0,1$ м; $a = 0,0026$ м.

Для удобства, расчет выполним в табличной форме (см. таблица 4.2).

Таблица 4.2 – Расчет снижения величины $M_{ult}(\phi)$ с течением времени t

t , сут	$\phi_m(t)$	$R_b(\phi_m)$, МПа	$\varepsilon_{b2}(\phi_m)$	$E_{b2}(\phi_m)$, МПа	$\alpha_2(\phi_m)$	μ_f	$x_1(\phi_m)$, м	$M_{ult}(\phi_m)$, кН·м
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Окончание таблицы 4.2

1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,9037	32,5754	0,0034	9646,58	5,18	0,0261	0,0206	2,2232
10	0,9034	32,5454	0,0034	9631,37	5,19	0,0261	0,0206	2,2223
20	0,9032	32,5154	0,0034	9616,19	5,20	0,0261	0,0206	2,2215
30	0,9029	32,4854	0,0034	9601,04	5,21	0,0261	0,0206	2,2206
40	0,9026	32,4555	0,0034	9585,92	5,22	0,0261	0,0206	2,2197
...	...	...	...	...	...	...	...	...
10910	0,6514	13,8055	0,0062	2222,03	22,50	0,0261	0,0347	1,4195
10920	0,6513	13,7963	0,0062	2219,50	22,53	0,0261	0,0347	1,4189
10930	0,6511	13,7872	0,0062	2216,98	22,55	0,0261	0,0347	1,4183
10940	0,6509	13,7780	0,0062	2214,46	22,58	0,0261	0,0347	1,4177
10950	0,6507	13,7689	0,0062	2211,95	22,60	0,0261	0,0347	1,4171

Примечание к таблице 4.2: $t = 0 \dots 10950$ сут – период наблюдения, соответствует 30 годам; $\phi_m(t)$ – мультифрактальная деградационная функция, определяемая по формуле (4.4)

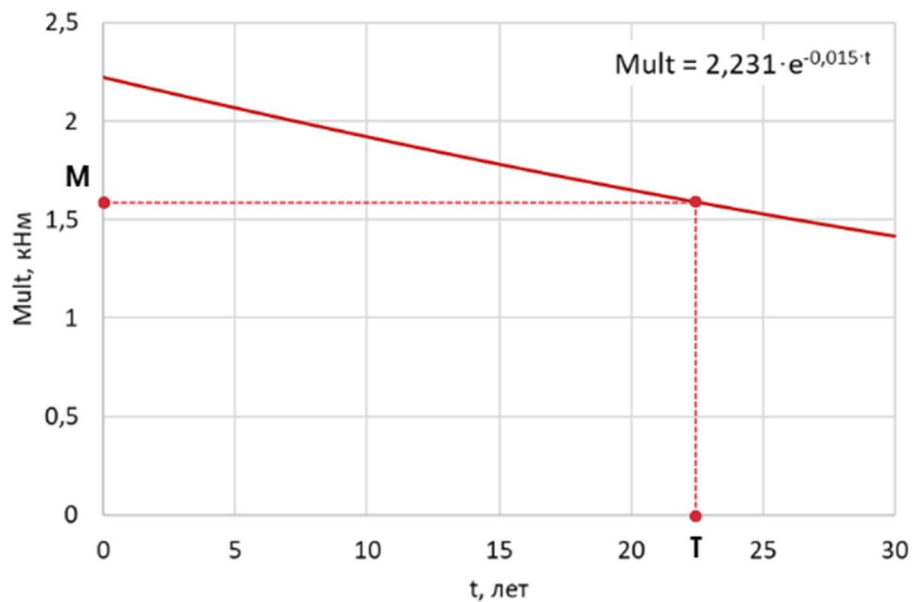


Рисунок 4.10 – Снижение величины предельного изгибающего момента во времени с обозначением момента наступления предельного состояния (T_1) при $M = M_{ult}$

Таким образом, зная величину M – изгибающего момента от внешней нагрузки, по графику (см. рисунок 4.10) можно определить момент

наступления предельного состояния T_1 по первой группе предельных состояний (1ГПС). Однако, несмотря на всю простоту представленного решения, определение остаточного ресурса по второй группе предельных состояний (2ГПС), момент наступления предельного состояния – T_2 балок с физической нелинейностью работы бетона, является нетривиальной задачей.

Расчет балок по прогибам выполняют из условия:

$$w \leq w_{ult} , \quad (4.32)$$

где w – прогиб балки от внешней нагрузки;

w_{ult} – предельный допустимый прогиб балки.

Для экспериментальных балок пролетом равным 0,9 м предельный допустимый прогиб, согласно СП 20.13330.2016 «Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85* (с Изменениями N 1-5)» [211] составляет 7,5 мм.

Согласно п. 6.2.21 СП 295.1325800.2017 для изгибаемых элементов постоянного по длине элемента сечения без трещин прогибы определяют по общим правилам строительной механики с использованием значений жесткости поперечных сечений, определяемых по формуле:

$$J = E_{b1} I_{red} , \quad (4.33)$$

где $E_{b1} = 0,85E_b$ – модуль деформации сжатого бетона;

I_{red} – момент инерции приведенного поперечного сечения относительно его центра тяжести, определяемый с учетом отсутствия трещин.

Здесь и далее E_b – начальный модуль упругости бетона, определенный экспериментально.

Момент инерции приведенного поперечного сечения определяют по формуле:

$$I_{red} = I + I_f \alpha_f , \quad (4.34)$$

где I – момент инерции бетонного сечения относительно центра тяжести приведенного поперечного сечения элемента;

I_f – момент инерции площади сечения растянутой арматуры относительно центра тяжести приведенного поперечного сечения элемента;

$\alpha_f = E_f/E_{b1}$ – коэффициент приведения арматуры к бетону. При этом, приведенный момент инерции сечения считали по формуле: $I_{red} = bh^3/12 + \alpha_f A_f (h_0 - x_1)^2$.

Для учета процесса деградации структуры бетона во времени формула (4.33) может быть представлена следующим образом:

$$J(\phi_m) = E_{b1}(\phi_m) I_{red} , \quad (4.35)$$

где $E_{b1}(\phi_m) = 0,85E_b(\phi_m)$ – модуль деформации сжатого бетона;

I_{red} – момент инерции приведенного поперечного сечения относительно его центра тяжести;

$E_b(\phi_m)$ – начальный модуль упругости бетона, определяемый по формуле (4.8).

В рамках пошаговой схемы нагружения (когда каждая последующая ступень увеличивает внешнюю нагрузку на некоторую величину ΔP , а итоговый вектор внешних сил F соответствует суммарному значению) важно на каждом уровне нагрузки обеспечить точное удовлетворение уравнений равновесия. Данные уравнения, если балка работает в упругой стадии, можно записать в виде:

$$Kw = F , \quad (4.36)$$

где K – глобальная матрица жесткости, зависящая от неизменного параметра EI .

Однако для физически нелинейной балки жесткость сечения меняется с увеличением прогиба, поэтому матрица K фактически становится функцией текущего вектора перемещений w , то есть $K = K(w)$. В таком случае равновесие описывается нелинейной системой $K(w)w = F$, решение которой за один шаг невозможно. Необходима итерационная схема, позволяющая переопределять $K(w)$ после каждого приближения к истинному решению.

Одним из самых распространенных и эффективных методов такого рода является метод Ньютона-Рафсона (*Newton-Raphson method*) [202-204], суть которого представлена решением нелинейного векторного уравнения:

$$R(w) = F - K(w)w = 0 , \quad (4.37)$$

где $R(w)$ – остаток решения – дисбаланс системы сил на текущем шаге.

Пусть $w^{(n)}$ – текущее приближение к вектору прогибов (на n -й итерации), а $K(w^{(n)})$ – соответствующая матрица жесткости. Тогда, чтобы уточнить решение, выполняют следующие действия:

1. Формируют остаток $R^{(n)} = F - K(w^{(n)})w^{(n)}$, который показывает, насколько текущий вектор $w^{(n)}$ не удовлетворяет равновесию. Если $\|R^{(n)}\|$ мало (ниже заданного порога), итерации можно завершить, но на практике обычно контролируют приращение Δw , как описано в шаге 4.

2. Проводят линеаризацию. Поскольку $K(w)$ – функция от w , прямое решение $K(w^{(n)})w^{(n)} = F$ требует учета малых приращений Δw . Метод Ньютона-Рафсона предполагает, что на n -й итерации мы берем вариацию от уравнения и приблизительно записываем:

$$\delta(K(w)w) \approx \left[\frac{\partial}{\partial w} (K(w)w) \right]_{w^{(n)}} \Delta w. \quad (4.38)$$

Во многих реализованных программах эту процедуру часто упрощают, фактически переопределяя матрицу K на каждом шаге по текущему $w^{(n)}$ (обозначим ее как $K_{lo}^{(n)}$). Тогда уравнение для приращения Δw в линейной форме запишем $K_{local}^{(n)} \Delta w = R^{(n)}$, где $R^{(n)} = F - K_{local}^{(n)} w^{(n)}$.

3. Решают систему для приращения. На практике на n -й итерации вычисляют остаток $R^{(n)}$, затем решают:

$$\Delta w^{(n)} = (K_{local}^{(n)})^{-1} R^{(n)}. \quad (4.39)$$

4. Обновляют вектор прогибов и проверяют сходимость:

$$w^{(n+1)} = w^{(n)} + \Delta w^{(n)}. \quad (4.40)$$

После этого проверяют, не слишком ли мало приращение $\Delta w^{(n)}$. Если $\|\Delta w^{(n)}\|$ (по некоторой норме, например, ∞ -норме) меньше заранее заданного уровня точности, например, $10^{-3} \dots 10^{-6}$, итерации останавливают. Если же приращение велико, переходят к шагу 2, пересчитывая матрицу $K(w^{(n+1)})$ и новый остаток $R^{(n+1)}$.

Таким образом, в итоге за несколько итераций (обычно 5-10) удастся найти $w^{(\infty)}$, удовлетворяющий нелинейной системе с заданной точностью.

Для устойчивой и быстрой сходимости требуется, чтобы начальное приближение $w^{(0)}$ было достаточно близким к реальному решению, и чтобы не происходило резких скачков жесткости. Это достигается поэтапным (инкрементным) увеличением нагрузки: на каждом шаге совокупная нагрузка $P_{current} = k\Delta P$ не слишком велика относительно предыдущей, и балка не претерпевает радикальных изменений формы за один шаг.

После завершения итераций для уровня нагрузки $k\Delta P$, определяют текущую кривизну, а затем деформацию $\varepsilon(x_i, z) \approx -zw_i$. Если на каком-либо участке $\varepsilon \geq \varepsilon_{b0}$ – расчет считают законченным и фиксируют предельное значение нагрузки.

Таким образом, итерационный метод Ньютона-Рафсона обеспечивает точное решение нелинейной задачи равновесия балок на каждом фиксированном уровне нагрузки, а инкрементный (пошаговый) характер приложения нагрузки помогает избежать больших скачков деформаций и сохранять устойчивую сходимость. В результате удастся смоделировать развитие повреждений, накопление прогибов и определить нагрузку, при которой балка перестает удовлетворять заданным критериям прочности или жесткости.

Для решения данной задачи была разработана программа для ЭВМ, которая способна выполнять расчет балок со следующими параметрами.

На вход программы подаются значения t и $\phi_m(t)$, которые позволяют определить $\sigma_{b0}(\phi_m)$, $\varepsilon_{b0}(\phi_m)$, $\sigma_{b2}(\phi_m)$, $\varepsilon_{b2}(\phi_m)$ и $E_b(\phi_m)$ по формулам (4.12), (4.14), (4.16), (4.18) и (4.8), соответственно. Затем, методом нормируемых параметров определяются коэффициенты для формулы (4.19), и запускается итерационный процесс вычисления прогибов балок (w_i) для каждого шага нагружения (ΔP_i). Таким образом, варьируя значением t , можно построить графики изменения прогибов балок от величины нагрузок, в любой момент времени.

На рисунке 4.11, а представлен результат расчета балки № 09 в моменты времени: $t_1 = 0$ сут; $t_2 = 1000$ сут; $t_3 = 2000$ сут; $t_4 = 3000$ сут.

Зная величину проектной для данной балки нагрузки ($P_{\text{проект}}$) можно определить точки на графиках, соответствующие проектным прогибам $w_{1...4}$. Из данного расчета видно, что с течением времени прогиб балки от проектной (неизменной) нагрузки будет увеличиваться. Этот процесс вызван текучестью бетона и ускорен воздействием агрессивной среды. Откуда следует, что, зная величину предельного для данной балки прогиба $w_{\text{ult}} = 7,5$ мм, можно определить момент наступления предельного состояния (см. рисунок 4.11, б).

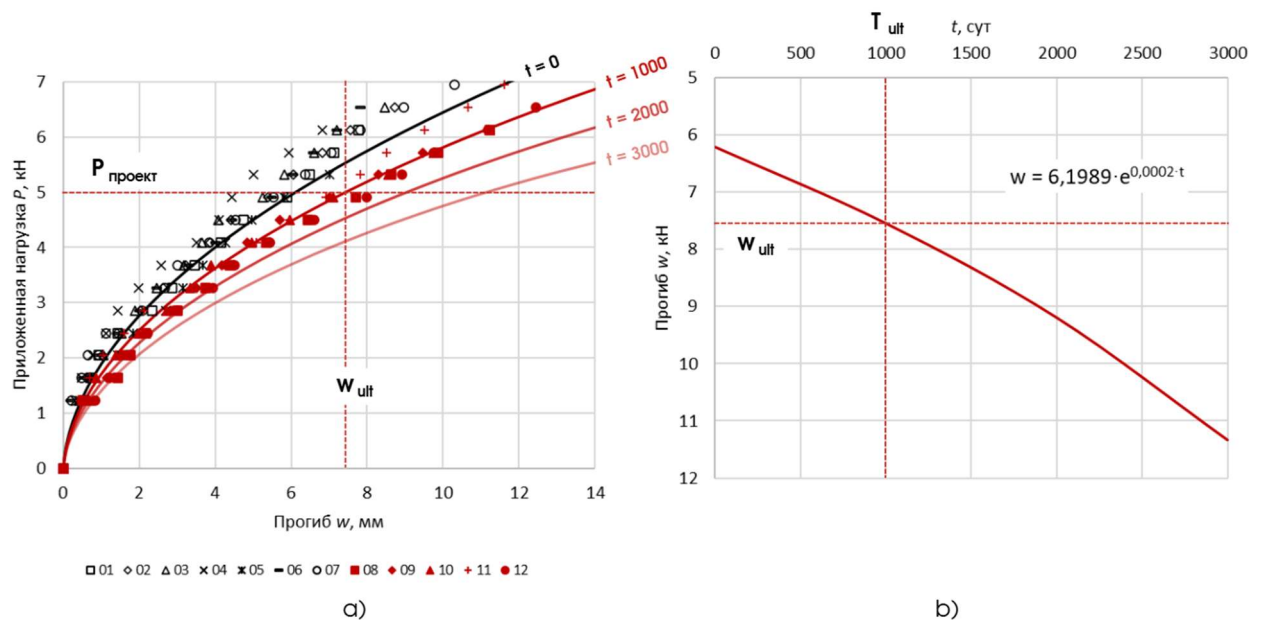


Рисунок 4.11 – Определение момента наступления предельного состояния для балки № 09 по второй группе предельных состояний (прогибов)

Разработанный и представленный выше алгоритм позволяет с высокой степенью точности определять остаточный ресурс армированных бетонных балок, подверженных воздействию жидких агрессивных сред (дополнительно на рисунок 4.11, а представлены экспериментальные точки для всех 12 балок), по обеим группам предельных состояний. Однако, существенно упростить алгоритм расчета по 2ГПС можно за счет применения методов машинного обучения.

Сущность данной задачи заключается в прогнозировании прогибов балок в любой момент времени, не прибегая к сложным и ресурсоемким численным методам расчета конструкций (например, МКР, МКЭ и т.д.) с учетом физической нелинейности бетона в конструкции.

4.3 Формирование базы данных для обучения и верификации моделей машинного обучения, для оценки остаточного ресурса конструкций

Одной из основных проблем, с которыми сталкиваются при разработке моделей машинного обучения, является, как правило, отсутствие достоверной, размеченной базы экспериментальных данных. При этом, на практике для обучения моделей используют синтетические базы данных, сгенерированные численными методами в специализированных программных комплексах.

Разработанный в п. 4.2 алгоритм позволяет формировать синтетическую базу на основании реальных экспериментальных данных. При этом, сформированная подобным образом база содержит исключительно размеченные, достоверные данные, лишённые так называемых шумов.

На первом этапе формирования базы данных были выбраны параметры, необходимые и в то же время достаточные для отражения физического смысла решаемой задачи – прогнозирования прогибов балок с учетом фрактальных свойств диаграмм деформирования бетона:

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_{19}) \rightarrow Y = (y_1). \quad (4.41)$$

В качестве входных параметров (X) выбраны: x_1 – количество дней воздействия агрессивной среды (t , сут); x_2 – значение мультифрактальной функции ($\phi_m(t)$) в момент времени t ; x_3 – $\sigma_{b0}(\phi_m)$, МПа; x_4 – $\varepsilon_{b0}(\phi_m)$; x_5 – $\sigma_{b2}(\phi_m)$, МПа; x_6 – $\varepsilon_{b2}(\phi_m)$; x_7 – начальный модуль деформации бетона ($E_b(\phi_m)$); x_8 – $R_b(\phi_m)$; x_9, x_{10}, x_{11} – коэффициенты $a(\phi_m), b(\phi_m), c(\phi_m)$ при неизвестных функции аппроксимации диаграммы деформирования (4.19), МПа; x_{12} – пролет балки (L , м); x_{13} – ширина поперечного сечения балки (b , м); x_{14} – высота поперечного сечения балки (h , м); x_{15} – толщина защитного

слоя бетона (a , мм); x_{16} – собственный вес балки с арматурой (q , кН/м); x_{17} – площадь поперечного сечения арматуры (A_f , м²); x_{18} – жесткость (D , кНм²); x_{19} – приложенная нагрузка (ΔP , кН).

Выходным параметром y_1 является суммарный прогиб при текущей суммарной нагрузке w , мм.

Таким образом была сформирована синтетическая база данных, состоящая из 4727 наборов данных (4.41), при этом, из них 80 % наборов – тестовая выборка, а 20 % – валидационная.

При использовании обученной модели внутри доверительных интервалов, можно говорить о достоверности прогнозируемых значений, однако, как показывает практика, большинство реальных задач находятся за пределами «знания» моделей.

Исходя из всего вышеизложенного необходимо отметить главное преимущество технологий машинного обучения и, в частности, искусственных нейронных сетей – это способность к быстрому и бесшовному пополнению и обновлению баз данных, так называемому доучиванию.

В рамках данного исследования были разработаны и протестированы две модели машинного обучения различного уровня сложности – линейная регрессия (*Linear Regression*) и ансамблевый метод случайного леса (*Random Forest Regressor*). Сравнительный анализ их прогностических возможностей проводился на основе графиков соответствия «эксперимент – прогноз» (см. рисунок 4.12), а также с использованием основных статистических метрик качества (см. таблица 4.3): среднеквадратичной ошибки (MSE), средней абсолютной ошибки (MAE) и коэффициента детерминации (R^2).

Таблица 4.3 – Результаты анализа точности моделей регрессии

Название модели	MSE	MAE	R^2
<i>Linear Regression</i>	1.1600	0.8827	0.9324
<i>Random Forest Regressor</i>	0.0144	0.0609	0.9992

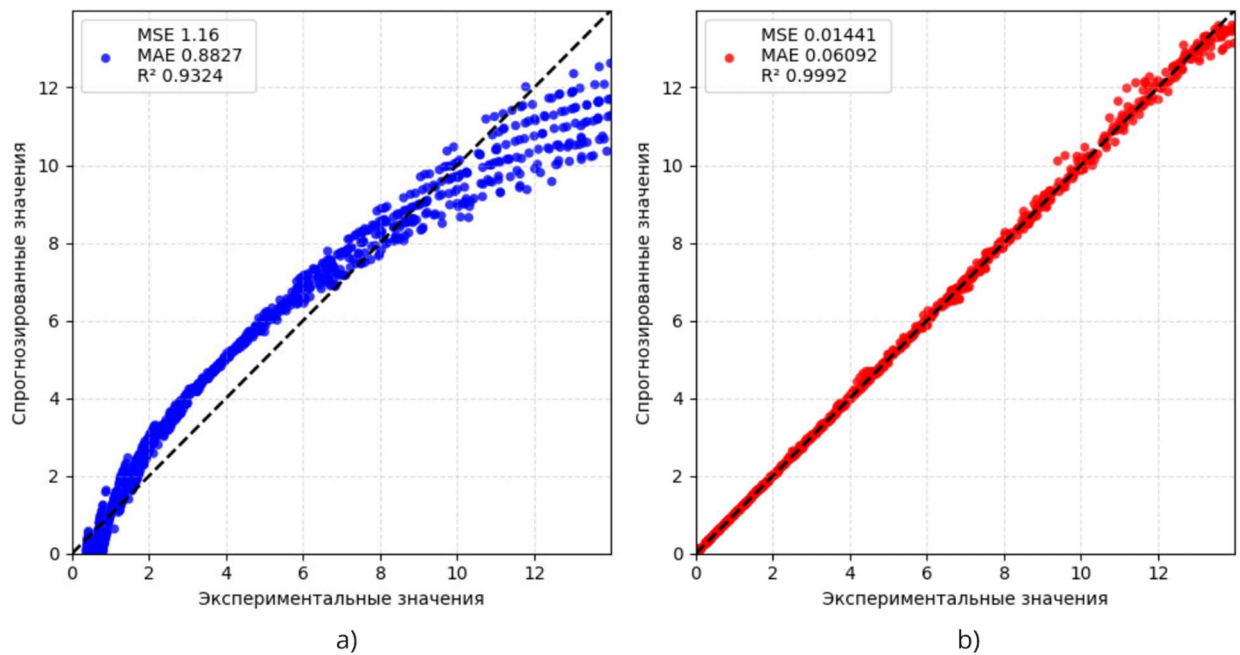


Рисунок 4.12 – Результаты оценки точности прогнозирования прогибов балок, выполненного моделями машинного обучения:

a – Linear Regression; *b* – Random Forest Regressor

Модель линейной регрессии продемонстрировала удовлетворительные результаты: значения ошибок составили $MSE = 1.16$; $MAE = 0.8827$; при этом коэффициент детерминации $R^2 = 0.9324$. Это указывает на способность модели в целом корректно воспроизводить тенденцию зависимости между нагрузкой и прогибом конструкции. Вместе с тем, при переходе к диапазону больших значений параметров отмечается систематическое расхождение данных, что связано с ограниченной аппроксимационной способностью линейной модели, не учитывающей нелинейные эффекты деградации материала.

В отличие от этого, модель случайного леса обеспечила существенно более высокую точность прогнозирования. Полученные значения метрик составили: $MSE = 0.01441$; $MAE = 0.06092$ и $R^2 = 0.9992$; что свидетельствует о полном совпадении экспериментальных и прогнозируемых значений. На графике точки располагаются строго вдоль линии $y = x$, подтверждая высокую аппроксимационную способность ансамблевой модели.

Высокие показатели точности объясняются особенностями алгоритма случайного леса, основанного на построении и усреднении большого числа

решающих деревьев, что позволяет эффективно моделировать нелинейные зависимости и снижать переобучение.

Таким образом, сравнительный анализ показал, что использование ансамблевых методов машинного обучения позволяет достоверно и с минимальными погрешностями прогнозировать деформационные характеристики конструкций, что делает данный подход перспективным для последующего применения в инженерных расчетах и при оценке остаточного ресурса конструкций, эксплуатируемых в агрессивных средах.

4.4 Выводы по 4 главе

По результатам выполненных в данной главе исследований сделаны следующие выводы:

1. Разработанные фрактальные (ϕ) и мультифрактальные (ϕ_m) модели деградации бетона позволяют получить объективную количественную оценку изменения структурной неоднородности бетона, вызванное воздействием различных агрессивных сред – 20 %-го раствора NaCl и 2,34 %-го раствора H_2SO_4 . При этом, удалось установить четкие количественные зависимости $E_b(\phi)$, $E_b(\phi_m)$, $R_b(\phi)$, $R_b(\phi_m)$, $\sigma_{b0}(\phi)$, $\sigma_{b0}(\phi_m)$, $\varepsilon_{b0}(\phi)$, $\varepsilon_{b0}(\phi_m)$, $\sigma_{b2}(\phi)$, $\sigma_{b2}(\phi_m)$, $\varepsilon_{b2}(\phi)$, $\varepsilon_{b2}(\phi_m)$, представленные экспоненциальными функциями вида: $E_b(\phi) = \alpha_1 e^{\beta_1 \phi}$. Были определены эмпирические коэффициенты для данных функций, основанные на выборке из 200 экспериментальных диаграмм деформирования бетона.

2. Модифицирована комбинированная степенная зависимость (2.14) за счет включения коэффициентов при неизвестных функции (4.19), зависящих от величин фрактальных и мультифрактальных деградационных функций. В данном случае определить коэффициенты $a(\phi)$, $a(\phi_m)$, $b(\phi)$, $b(\phi_m)$, $c(\phi)$ и $c(\phi_m)$ удалось методом нормируемых параметров. Этот алгоритм позволяет построить нелинейные диаграммы деформирования бетона в любой момент времени (t).

3. Разработан алгоритм оценки остаточного ресурса армированных бетонных балок по обеим группам предельных состояний, за счет включения фрактальных и мультифрактальных деградационных функций в нелинейный расчет конструкций численными методами. Определены граничные условия, при которых наступают предельные состояния. Данная методика в настоящее время проходит научно-практическую проверку (Приложение В).

4. Разработаны, обучены и верифицированы две модели машинного обучения различного уровня сложности, а именно, линейная регрессия (*Linear Regression*) и ансамблевый метод случайного леса (*Random Forest Regressor*). Данные модели были созданы для упрощения алгоритма оценки остаточного ресурса конструкций по второй группе предельных состояний.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итоги выполненного исследования

В результате выполненного исследования разработана методика оценки остаточного ресурса армированных бетонных конструкций, работающих в условиях совместного воздействия механических нагрузок и жидких агрессивных сред, на основе фрактальных моделей деградации структуры бетона. Основные итоги и выводы работы можно сформулировать следующим образом:

1. Разработанный подход к оценке остаточного ресурса армированных бетонных конструкций на основе фрактальных моделей деградации структуры бетона обеспечивает более глубокое и объективное описание процессов разрушения при комплексном воздействии нагрузок и агрессивных сред.

2. Установленные корреляционные зависимости между упруго-прочностными характеристиками и фрактальными параметрами позволяют формировать надежный инструмент прогноза долговечности и остаточного ресурса, учитывающий кинетику деградации на различных стадиях эксплуатации.

3. Предложенный алгоритм определения структурной неоднородности бетона через расчет фрактальной размерности диаграмм деформирования обеспечивает корректный учет дискретности экспериментальных данных и расширяет возможности анализа механических свойств материалов в реальных условиях эксплуатации.

4. Разработанная нелинейная деформационная модель сжатого бетона в виде модифицированной полиномиальной функции обеспечивает высокую точность аппроксимации экспериментальных диаграмм и позволяет формировать осесимметричные эпюры модулей деформации, что существенно повышает точность расчетов конструкций численными методами.

Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы

Дальнейшие научные исследования будут продолжаться в нескольких направлениях:

1. Разработка и унификация фрактальных деградиационных функций, с верификацией моделей на реальных армированных бетонных конструкциях, получивших коррозионные повреждения в процессе эксплуатации.
2. Разработка методов фрактального и мультифрактального анализа структурных неоднородностей строительных материалов и конструкций.
3. Разработка моделей машинного обучения для оценки остаточного ресурса и прогнозирования долговечности строительных конструкций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Селяев, В. П. Прогнозирование ресурса железобетонных изгибаемых элементов, работающих в агрессивной среде, по первой стадии предельных состояний / В. П. Селяев, В. М. Бондаренко, П. В. Селяев // Региональная архитектура и строительство. – 2017. – № 2(31). – С. 14-24.
2. Li, C. Q. Life-cycle modeling of corrosion-affected concrete structures: Propagation // Journal of Structural Engineering. – 2003. – Т. 129. – №. 6. – P. 753-761.
3. Titi, A., Biondini, F. On the accuracy of diffusion models for life-cycle assessment of concrete structures // Structure and Infrastructure Engineering. – 2016. – Т. 12. – №. 9. – P. 1202-1215.
4. Alexander, M., Beushausen, H. Durability, service life prediction, and modelling for reinforced concrete structures—review and critique // Cement and Concrete Research. – 2019. – Т. 122. – P. 17-29.
5. Cui, Z., Alipour, A. Concrete cover cracking and service life prediction of reinforced concrete structures in corrosive environments // Construction and Building Materials. – 2018. – Т. 159. – P. 652-671.
6. Wittmann F. H., Zhang P., Zhao T. Influence of combined environmental loads on durability of reinforced concrete structures // Restoration of Buildings and Monuments. – 2006. – Т. 12. – №. 4. – P. 349-362.
7. Jiang F. X., Wan X., Wittmann F. H., Zhao T. Influence of combined actions on durability of reinforced concrete structures // Restoration of Buildings and Monuments. – 2011. – Т. 17. – №. 5. – P. 289-298.
8. Andrade, J. J. O., Possan, E., Dal Molin, D. C. C. Considerations about the service life prediction of reinforced concrete structures inserted in chloride environments // Journal of Building Pathology and Rehabilitation. – 2017. – Т. 2. – №. 1. – P. 6.

9. Angst, U. M. Predicting the time to corrosion initiation in reinforced concrete structures exposed to chlorides // *Cement and Concrete Research*. – 2019. – Т. 115. – Р. 559-567.
10. Borodich, F. M. Some fractal models of fracture // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. – 1997. – Т. 45. – №. 2. – Р. 239-259.
11. Фрактальные модели разрушения бетонов / В. П. Селяев, Л. И. Куприяшкина, В. А. Неверов, П. В. Селяев // *Региональная архитектура и строительство*. – 2015. – № 1(22). – С. 11-22.
12. Фрактальная природа масштабного эффекта прочности бетона / В. П. Селяев, П. В. Селяев, А. О. Горенков [и др.] // *Эксперт: теория и практика*. – 2020. – № 4(7). – С. 53-59.
13. Carpinteri, A., Lacidogna, G., Niccolini, G. Fractal analysis of damage detected in concrete structural elements under loading // *Chaos, Solitons & Fractals*. – 2009. – Т. 42. – №. 4. – Р. 2047-2056.
14. Damage Assessment of Reinforced Concrete Structures Using Fractal Analysis of Residual Crack Patterns / A. Farhidzadeh, E. Dehghan-Niri, A. Moustafa [et al.] // *Experimental Mechanics*. – 2013. – Vol. 53, No. 9. – Р. 1607-1619.
15. Фрактальный анализ процесса деформирования эпоксидных полимеров под действием растягивающих напряжений / Т. А. Низина, Д. Р. Низин, Н. С. Канаева, Д. А. Климентьева // *Эксперт: теория и практика*. – 2020. – № 3(6). – С. 42-49.
16. Фрактальный анализ кривых деформирования дисперсно-армированных мелкозернистых бетонов при сжатии / В. П. Селяев, Т. А. Низина, А. С. Балыков [и др.] // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. – 2016. – № 1. – С. 129-146.
17. Кожухова, М. И., Фомина, Е. В., Фомин, А. Е. Фракталы как иерархический принцип организации в строительном материаловедении // *Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова*. – 2018. – №. 7. – С. 18-23.

18. Некоторые практические аспекты фрактального моделирования структуры нанокomпозиционного материала / Л. И. Евельсон, Н. П. Лукутцова, А. Н. Николаенко [и др.] // Строительные материалы. – 2015. – № 11. – С. 24-27.
19. Фрактальная модель прочности бетона с учетом масштабного эффекта структуры / В. П. Селяев, П. В. Селяев, А. О. Горенков [и др.] // Региональная архитектура и строительство. – 2020. – № 3(44). – С. 31-38.
20. Mandelbrot, B. B., Passoja, D. E., Paullay, A. J. Fractal character of fracture surfaces of metals // Nature. – 1984. – T. 308. – №. 5961. – P. 721-722.
21. Ebrahimkhanlou, A., Farhidzadeh, A., Salamone, S. Multifractal analysis of two-dimensional images for damage assessment of reinforced concrete structures // Sensors and smart structures technologies for civil, mechanical, and aerospace systems 2015. – SPIE, 2015. – T. 9435. – P. 408-415.
22. Степанова, В. Ф. Мониторинг и анализ нормативных документов в области проектирования железобетонных конструкций по их жизненному циклу / В. Ф. Степанова, В. Р. Фаликман, Е. Н. Королева // Строительные материалы. – 2018. – №7. – С. 14-19.
23. ISO 16204:2012 «Долговечность. Расчет срока службы бетонных конструкций».
24. ГОСТ Р ИСО 13822 «Основы проектирования конструкций. Оценка существующих конструкций».
25. ГОСТ Р ИСО 16204:2012 «Долговечность. Расчет срока службы бетонных конструкций».
26. ГОСТ 31384-2017 «Защита бетонных и железобетонных конструкций от коррозии. Общие технические требования».
27. Болотин, В. В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. – М.: Стройиздат, 1982. – 351 с.
28. Селяев, В. П. Вероятностные методы оценки долговечности железобетонных изгибаемых элементов / В. П. Селяев, П. В. Селяев,

И. С. Петров // Academia. Архитектура и строительство. – 2009. – №3. – С. 87-90.

29. Химическое сопротивление бетонов / В. И. Соломатов, В. П. Селяев // Бетон и железобетон. – 1984. – №8. – С. 16-17.

30. Петров, В. В. Расчет элементов конструкций, взаимодействующих с агрессивной средой / В. В. Петров, И. Г. Овчинников, Ю. М. Шихов. – Саратов: Сарат. ун-т, 1987. – 288 с.

31. Селяев, В. П. Физико-химические основы механики разрушения цементных композитов / В. П. Селяев, П. В. Селяев. – Саранск : Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва, 2018. – 220 с.

32. Прогнозирование долговечности железобетонных изгибаемых элементов методом деградиционных функций / В. П. Селяев, П. В. Селяев, Е. В. Сорокин, Е. Л. Кечуткина // Жилищное строительство. – 2014. – №. 12. – С. 8-18.

33. Оценка прочности элементов конструкций из цементных композитов, подверженных действию агрессивной среды / В. П. Селяев, П. В. Селяев, Е. В. Сорокин, Е. Л. Кечуткина // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Материалы. Конструкции. Технологии. – 2018. – №. 1. – С. 58-64.

34. Оценка влияния химически активных агрессивных сред на процесс деградации композитов / В. П. Селяев, П. В. Селяев, Е. В. Сорокин, Е. Л. Кечуткина // Долговечность строительных материалов, изделий и конструкций : Материалы Всероссийской научно-технической конференции, Саранск, 17-19 октября 2018 года / Ответственный редактор Т. А. Низина. – Саранск: Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва, 2018. – С. 170-174.

35. Taffese, W. Z., Sistonen, E. Machine learning for durability and service-life assessment of reinforced concrete structures: Recent advances and future directions // Automation in Construction. – 2017. – Т. 77. – P. 1-14.

36. Anoop, M. B., Balaji Rao, K. Application of fuzzy sets for remaining life assessment of corrosion affected reinforced concrete bridge girders // Journal of Performance of Constructed Facilities. – 2007. – T. 21. – №. 2. – P. 166-171.
37. Cho H. C., Ju H., Oh J. Y., Lee K. J., Hahm K. W., Kim K. S. Estimation of concrete carbonation depth considering multiple influencing factors on the deterioration of durability for reinforced concrete structures // Advances in Materials Science and Engineering. – 2016. – T. 2016.
38. Ashteyat, A. M., Ismeik, M. Predicting residual compressive strength of self-compacted concrete under various temperatures and relative humidity conditions by artificial neural networks // Computers and Concrete. – 2018. – T. 21. – №. 1. – P. 47-54.
39. Slonski, M. A comparison of model selection methods for compressive strength prediction of high-performance concrete using neural networks // Computers & structures. – 2010. – T. 88. – №. 21-22. – P. 1248-1253.
40. Zarandi M. F., Türksen I. B., Sobhani J., Ramezaniapour A. A. Fuzzy polynomial neural networks for approximation of the compressive strength of concrete // Applied Soft Computing. – 2008. – T. 8. – №. 1. – P. 488-498.
41. Chopra P., Sharma R. K., Kumar M. Prediction of compressive strength of concrete using artificial neural network and genetic programming // Advances in Materials Science and Engineering. 2016. Vol. 2016. Art. № 7648467.
42. Parichatprecha, R., Nimityongskul, P. Analysis of durability of high performance concrete using artificial neural networks // Construction and Building Materials. – 2009. – T. 23. – №. 2. – P. 910-917.
43. Zhang P., Wittmann F. H., Lura P., Müller H. S., Han S., Zhao T. Application of neutron imaging to investigate fundamental aspects of durability of cement-based materials: A review // Cement and Concrete Research. – 2018. – T. 108. – P. 152-166.
44. Бородин, Д. В. Возможности применения нейронных сетей в строительном материаловедении / Д. В. Бородин, С. С. Рябова // Инженерные исследования. – 2022. – № 5(10). – С. 3-11.

45. Опбул, Э. К., Дмитриев, Д. А., Ведерникова, А. А. Нелинейно-итерационный расчет прочности сталефибробетонных элементов с использованием опытных диаграмм деформирования материалов // Вестник гражданских инженеров. – 2017. – №. 1. – С. 79-91.

46. Peng, J., Li, Z., Ma, B. Neural network analysis of chloride diffusion in concrete // Journal of Materials in Civil Engineering. – 2002. – Т. 14. – №. 4. – P. 327-333.

47. Максимова, О. М. Нейросетевое прогнозирование в задачах динамики строительных конструкций // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2013. – №. 3 (74). – С. 60-66.

48. Максимова, О. М. Развитие и применение нейросетевых технологий для задач механики и строительных конструкций // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2013. – №. 8 (79). – С. 81-89.

49. Akpınar, P., Uwanuakwa, I. D. Intelligent prediction of concrete carbonation depth using neural networks // Bulletin of the Transilvania University of Brasov. Series III: Mathematics and Computer Science. – 2016. – P. 99-108.

50. Boukli Hacene S. M. A., Ghomari F., Schoefs F., Khelidj A. Probabilistic modelling of compressive strength of concrete using response surface methodology and neural networks // Arabian Journal for Science and Engineering. – 2014. – Т. 39. – №. 6. – P. 4451-4460.

51. Alshihri, M. M., Azmy, A. M., El-Bisy, M. S. Neural networks for predicting compressive strength of structural lightweight concrete // Construction and Building Materials. – 2009. – Т. 23. – №. 6. – P. 2214-2219.

52. Dey, A., Miyani, G., Sil, A. Application of artificial neural network (ANN) for estimating reliable service life of reinforced concrete (RC) structure bookkeeping factors responsible for deterioration mechanism // Soft Computing. – 2020. – Т. 24. – P. 2109-2123.

53. Abovskiy, N. P., Maximova, O. M. Neuro-prognosis based on step model with teaching for natural tests results of building structures // Optical Memory and Neural Networks. – 2007. – Т. 16. – P. 40-46.

54. Naderpour, H., Rafiean, A.H., Fakharian, P. Compressive strength prediction of environmentally friendly concrete using artificial neural networks // Journal of Building Engineering. – 2018. – T. 16. – P. 213-219.
55. Asteris, P. G., Mokos, V. G. Concrete compressive strength using artificial neural networks // Neural Computing and Applications. – 2020. – T. 32. – №. 15. – P. 11807-11826.
56. Anión, M. J. C., Albiento, E. E. M. Prediction of 28-day Compressive Strength of Concrete at the Job Site using Artificial Neural Network // Mindanao Journal of Science and Technology. – 2022. – T. 20. – №. 1.
57. Kulisz M., Kujawska J., Aubakirova Z., Zhairbaeva G., Warowny T. Prediction of the compressive strength of environmentally friendly concrete using artificial neural network // Applied Computer Science. – 2022. – T. 18. – №. 4. – P. 68-81.
58. Bertolini L., Lollini F., Redaelli E. Influence of concrete composition on parameters related to the durability of reinforced concrete structures // Proceedings of International Rilem Workshop on Integral Service Life Modelling of Concrete Structures, Guimarães, Portugal. – 2007. – P. 56-64.
59. Alexander, M. G., Ballim, Y., Stanish, K. A framework for use of durability indexes in performance-based design and specifications for reinforced concrete structures // Materials and structures. – 2008. – T. 41. – P. 921-936.
60. Angst U. M., Hooton R. D., Marchand J., Page C. L., Flatt R. J., Elsener B. [et al.] Present and future durability challenges for reinforced concrete structures // Materials and Corrosion. – 2012. – T. 63. – № 12. – P. 1047-1051.
61. Мониторинг объемов жилищного строительства [Интернет-ресурс Минстроя России]. – URL: <https://minstroyrf.gov.ru/trades/zhilishnaya-politika/8/> (дата обращения 31.05.2024).
62. Zhu W., Setunge S., Gamage N., Gravina R., Venkatesan S. Evaluating time-dependent reliability and probability of failure of reinforced-concrete bridge components and predicting residual capacity after subsequent rehabilitation //

Journal of Performance of Constructed Facilities. – 2017. – Т. 31. – №. 3. – P. 04017005.

63. Chen, H. P., Xiao, N. Symptom-based reliability analyses and performance assessment of corroded reinforced concrete structures // Struct. Eng. Mech. – 2015. – Т. 53. – №. 6. – P. 1183-1200.

64. Khmil R., Tytarenko R., Blikharsky Y., Vegeera P. Development of the procedure for the estimation of reliability of reinforced concrete beams, strengthened by building up the stretched reinforcing bars under load // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2018. – №. 5 (7). – С. 32-42.

65. Wang J., Ji H. G., Wang J. J., Zhang Z. J. Residual Life Predication of Reinforced Concrete Elements Based on Time-Varying Reliability // Advanced Materials Research. – 2011. – Т. 163. – P. 3258-3262.

66. Оценка надежности железобетонных изгибаемых элементов, работающих в условиях действия агрессивных сред / В. П. Селяев, П. В. Селяев, М. Ф. Алимов, А. О. Горенков // Региональная архитектура и строительство. – 2018. – № 4(37). – С. 103-108.

67. Demis, S., Efstathiou, M. P., Papadakis, V. G. Computer-aided modeling of concrete service life // Cement and Concrete Composites. – 2014. – Т. 47. – P. 9-18.

68. Bhargava K., Ghosh A. K., Mori Y., Ramanujam S. Modeling of time to corrosion-induced cover cracking in reinforced concrete structures // Cement and Concrete Research. – 2005. – Т. 35. – №. 11. – P. 2203-2218.

69. Смоляго, Г. А., Дронов, А. В., Фролов, Н. В. Моделирование величины коррозионных повреждений арматуры железобетонных конструкций в условиях хлоридной агрессивной среды // Известия Юго-Западного государственного университета. – 2017. – №. 1. – С. 43-49.

70. Смоляго, Г. А., Фролов, Н. В. Моделирование коррозионно-поврежденных железобетонных балок в ПК ЛИРА-САПР // Безопасность строительного фонда России. Проблемы и решения. – 2020. – С. 266-271.

71. Батурина, Н. Ю. Нейросетевые модели в задачах исследования строительных конструкций / Н. Ю. Батурина // Инженерный вестник Дона. – 2013. – № 4(27). – С. 201.
72. Zhou X., Tu X., Chen A., Wang Y. Numerical simulation approach for structural capacity of corroded reinforced concrete bridge // Advances in concrete construction. – 2019. – Т. 7. – №. 1. – P. 11.
73. Ерышев, В. А. Численные методы расчета прочности железобетонных элементов по нелинейной деформационной модели с использованием диаграмм деформирования материалов // Вестник НГИЭИ. – 2018. – №. 6 (85). – С. 17-26.
74. Martin-Perez, B., Lounis, Z. Numerical modelling of service life of reinforced concrete structures // Life prediction and aging management of concrete structures, Proceedings of the 2^o International RILEM workshop. Edited by DJ Naus. PRO. – 2003. – Т. 29. – P. 71-79.
75. Li, C. Q., Yang, S. T., Saafi, M. Numerical simulation of behavior of reinforced concrete structures considering corrosion effects on bonding // Journal of Structural Engineering. – 2014. – Т. 140. – №. 12. – P. 04014092.
76. Melchers, R. E. Modelling durability of reinforced concrete structures // Corrosion Engineering, Science and Technology. – 2020. – Т. 55. – №. 2. – P. 171-181.
77. Nepal, J. Modeling residual flexural strength of corroded reinforced concrete beams // ACI Structural Journal. – 2018. – Т. 115. – №. 6. – P. 1625-1635.
78. Федоров, Л. Н., Брук, М. Л. От естественной кусковатости в природе к модели разрушения горных пород // Записки горного института. – 2007. – Т. 171. – С. 144-150.
79. Лопухов, Г. П., Павленко, М. В., Сальников, А. Н. Блочное строение горной породы каменноугольной системы // Горная промышленность. – 2016. – №. 4 (128). – С. 68-70.
80. Новиков, М. В., Чернышов, Е. М., Славчева, Г. С. Механические свойства цементного поризованного бетона при одноосном сжатии с учетом

закономерностей его ползучести // Строительные материалы. – 2016. – №. 11. – С. 26-31.

81. Лысенко, П. Ю., Простяков, Р. Г., Черепецкая, Е. Б. Теоретическое обоснование применения лазерной ультразвуковой спектроскопии для определения модулей упругости трансверсально-изотропных горных пород // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2011. – №. 8. – С. 195-201.

82. Цаплев, В. М., Иванюк, Р. М., Зверевич, В. В. Ультразвуковой контроль нелинейных упругих характеристик микротрещиноватых поликристаллических горных пород // Записки Горного института. – 2013. – Т. 204. – С. 105-109.

83. Blokhina, N. S. The Problem of Physical Nonlinearity Accounting in the Building Structures Calculation // Vestnik MGSU. – 2011. – Т. 6. – P. 384-387.

84. Санжаровский, Р. С., Манченко, М. М. Нелинейная теория ползучести бетона и железобетона и современные нормы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – №. 1. – С. 23-35.

85. Ерастов, В. В., Ерастов, А. В., Ерофеев, В. Т. О расчете конструкций из нелинейно-упругого материала в условиях действия агрессивной среды // Инженерные технологии и системы. – 2008. – №. 4. – С. 102-108.

86. Nguyen T., Truong T. T., Nguyen-Thoi T., Bui L. V. H., Nguyen T. H. Evaluation of residual flexural strength of corroded reinforced concrete beams using convolutional long short-term memory neural networks // Structures. – Elsevier, 2022. – Т. 46. – P. 899-912.

87. Waszczyszyn, Z., Ziemiański, L. Neural networks in mechanics of structures and materials—new results and prospects of applications // Computers & Structures. – 2001. – Т. 79. – №. 22-25. – P. 2261-2276.

88. Abraham A. Artificial neural networks // Handbook of measuring system design. – 2005.

89. Hopfield, J. J. Artificial neural networks // IEEE Circuits and Devices Magazine. – 1988. – Т. 4. – №. 5. – P. 3-10.

90. Соломатов, В. И. Химическое сопротивление материалов / В. И. Соломатов, В. П. Селяев, Ю. А. Соколова. – 2-е издание, переработанное и дополненное. – Москва : Российская академия архитектуры и строительных наук, 2001. – 284 с.

91. Селяев, В. П., Селяев, П. В., Кечуткина, Е. Л. Эволюция теории прочности бетонов. От простого к сложному // Строительные материалы. – 2016. – №. 12. – С. 70-79.

92. Оценка ресурса железобетонного изгибаемого элемента, подверженного действию хлоридной коррозии, по прочности наклонного сечения / В. П. Селяев, П. В. Селяев, М. Ф. Алимов [и др.] // Региональная архитектура и строительство. – 2018. – № 3(36). – С. 104-115.

93. Селяев, В. П. Оценка надежности железобетонных изгибаемых элементов, работающих в условиях действия агрессивных средах // Региональная архитектура и строительство. – 2018. – №. 4. – С. 103-108.

94. Селяев, В. П. Расчет долговечности железобетонных конструкций // Инженерные технологии и системы. – 2008. – №. 4. – С. 140-149.

95. Влияние водных растворов NaCl на прочность цементных композитов, армированных стеклопластиковыми стержнями / В. П. Селяев, И. Н. Шабает, И. П. Терешкин, М. Ф. Алимов // Эксперт: теория и практика. – 2020. – № 2(5). – С. 30-38.

96. Оценка прочности элементов конструкций из цементных композитов, подверженных действию агрессивной среды / В. П. Селяев, П. В. Селяев, Е. В. Сорокин, Е. Л. Кечуткина // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Материалы. Конструкции. Технологии. – 2018. – № 1. – С. 58-64.

97. Прогнозирование долговечности железобетонных конструкций с учетом сульфатной коррозии бетона / В. П. Селяев, В. А. Неверов, П. В. Селяев [и др.] // Инженерно-строительный журнал. – 2014. – № 1(45). – С. 41-52.

98. Оценка остаточного ресурса железобетонных изгибаемых элементов, подверженных действию хлоридной коррозии / В. П. Селяев,

П. В. Селяев, М. Ф. Алимов, Е. В. Сорокин // Строительство и реконструкция. – 2017. – № 6(74). – С. 49-58.

99. Kaur, N., Bhalla, S., Maddu, S. C. G. Damage and retrofitting monitoring in reinforced concrete structures along with long-term strength and fatigue monitoring using embedded Lead Zirconate Titanate patches // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. – 2019. – Т. 30. – №. 1. – P. 100-115.

100. Смоляго, Г. А., Фролов, Н. В., Дронов, А. В. Анализ коррозионных повреждений эксплуатируемых изгибаемых железобетонных конструкций зданий и сооружений // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. ВГ Шухова. – 2019. – №. 1. – С. 52-57.

101. Bossio, A., Imperatore, S., Kioumarsi, M. Ultimate flexural capacity of reinforced concrete elements damaged by corrosion // Buildings. – 2019. – Т. 9. – №. 7. – P. 160.

102. Ziyayevna, S. N. Dependencies to determine the measure of damage and calculation of residual life of reinforced concrete superstructure, exposed to salt corrosion // European science review. – 2016. – №. 9-10. – P. 210-212.

103. Москвин, В. М. Коррозия бетона. М.: Стройиздат, 1952 г. – 344 с.

104. Химическое сопротивление железобетона / В. П. Селяев, П. В. Селяев, Л. И. Куприяшкина, Е. Л. Кечуткина. – Саранск : Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва, 2020. – 120 с.

105. Ding C., Xu T., Chen Q., Su C., Zhao P. Study on the relationship between fractal characteristics and mechanical properties of tensile fracture of reinforced concrete structures // KSCE Journal of Civil Engineering. – 2022. – Т. 26. – №. 5. – P. 2225-2233.

106. Han, X., Wang, B., Feng, J. Relationship between fractal feature and compressive strength of concrete based on MIP // Construction and Building Materials. – 2022. – Т. 322. – P. 126504.

107. Stewart, M. G., Rosowsky, D. V. Structural safety and serviceability of concrete bridges subject to corrosion // Journal of Infrastructure systems. – 1998. – T. 4. – №. 4. – P. 146-155.
108. Ortega, N. F., Robles, S. I. Assessment of residual life of concrete structures affected by reinforcement corrosion // HBRC journal. – 2016. – T. 12. – №. 2. – P. 114-122.
109. Dhawan, S., Bhalla, S., Bhattacharjee, B. Reinforcement corrosion in concrete structures and service life predictions – A Review // 9th International Symposium on Advanced Science and Technology in Experimental Mechanics, New Delhi, India. – 2014. – P. 1-6.
110. Khan M. U., Ahmad S., Al-Gahtani H. J. Chloride-induced corrosion of steel in concrete: an overview on chloride diffusion and prediction of corrosion initiation time // International journal of corrosion. – 2017. – T. 2017.
111. Kiese T. S., Bonnet S., Amiri O., Ventura A. Analysis of corrosion risk due to chloride diffusion for concrete structures in marine environment // Marine structures. – 2020. – T. 73. – P. 102804.
112. Wasim, M., Ngo, T. D., Abid, M. Investigation of long-term corrosion resistance of reinforced concrete structures constructed with various types of concretes in marine and various climate environments // Construction and Building Materials. – 2020. – T. 237. – C. 117701.
113. Melchers, R. E. Principles of marine corrosion // Springer Handbook of Ocean Engineering. – 2016. – P. 111-126.
114. Melchers, R. E., Chaves, I. A. A comparative study of chlorides and longer-term reinforcement corrosion // Materials and Corrosion. – 2017. – T. 68. – №. 6. – P. 613-621.
115. Shi R., Pan Z., Lun P., Zhan Y., Nie Z., Liu Y. [et al.] Research on Corrosion Rate Model of Reinforcement in Concrete under Chloride Ion Environments // Buildings. – 2023. – T. 13. – №. 4. – P. 965.
116. Yao Y., Wang L., Wittmann F. H., De Belie N., Schlangen E., Eguez Alava H. [et al.] Test methods to determine durability of concrete under combined

environmental actions and mechanical load: final report of RILEM TC 246-TDC // *Materials and Structures*. – 2017. – Т. 50. – Р. 1-13.

117. Проблемы долговечности цементных бетонов / П. Б. Рапопорт, Н. В. Рапопорт, А. В. Кочетков [и др.] // *Строительные материалы*. – 2011. – № 5. – С. 38-41.

118. Давидюк, А. Н., Волков, Ю. С. Железобетон как фактор глобализации // *Технологии бетонов*. – 2014. – №. 7. – Р. 52-55.

119. Степанова, В. Ф., Фаликман, В. Р. Современные проблемы обеспечения долговечности железобетонных конструкций // *Вестник НИЦ строительство*. – 2014. – №. 9. – С. 87-98.

120. Melchers, R. E. Field experience and the long-term durability of reinforced concrete structures. – 2015.

121. Korenkova, S. F., Sidorenko, Y. V. Improving durability of cement composite materials // *Procedia Engineering*. – 2015. – Т. 111. – Р. 420-424.

122. Zhang J., Shi C., Zhang Z., Ou Z. Durability of alkali-activated materials in aggressive environments: A review on recent studies // *Construction and Building Materials*. – 2017. – Т. 152. – Р. 598-613.

123. Бондаренко, В. М. Феноменология кинетики повреждений бетона железобетонных конструкций, эксплуатирующихся в агрессивной среде / В. М. Бондаренко // *Бетон и железобетон*. – 2008. – №2. – С. 25-28.

124. Лужин, О. В. Обследование и испытание сооружений. Учебник для ВУЗов. – М.: Стройиздат, 1987. – 264 с.

125. Лужин, О. В., Ермилова, Е. Н. Основы расчета строительных конструкций на надежность. – М.: МИСИ им. Куйбышева, 1989. – 103 с.

126. Кудзис, А. П. Оценка надежности железобетонных конструкций. Вильнюс.: Мокслас, 1985 – 156 с.

127. Соболев, Д. Н., Бегимов, М. Н. Вероятностные методы расчета конструкций на упругом основании. – М., 2002. – 470 с.

128. Чирков, В. П. Основы теории расчета ресурса железобетонных конструкций / В. П. Чирков // *Бетон и железобетон*. – 1990. – № 10. – С. 15-17.

129. Чирков, В. П. Прогнозирование ширины продолжительного раскрытия трещин изгибаемых элементов с учетом случайных факторов / В. П. Чирков, С. А. Зенин // Бетон и железобетон. – 2002. – №3. – С.13-15.

130. Чирков, В. П. Вероятностный расчет ширины раскрытия нормальных трещин / В. П. Чирков, С. А. Зенин. // Бетон и железобетон. – 2002. – №6. – С. 21-27.

131. Чирков, В. П. Оценка ресурса железобетонных конструкций при коррозии арматуры / В. П. Чирков, А. Н. Кардангушев // Изв. вузов. – 1992. – №3. – С. 3-9.

132. Берг, О. Я. Физические основы теории прочности бетона и железобетона / О. Я. Берг. – М.: Госстройиздат, 1961. – 176 с.

133. Щербаков, Е. Н. Прогнозирование ресурса конструкций работающих при режимном нагружении / Е. Н. Щербаков, Р. Мамажанов // Бетон и железобетон. – 1989. – № 8. – С. 22-23.

134. Щербаков, Е. Н. Прогнозирование коэффициента интенсивности напряжений при многократно повторных нагружениях / Е. Н. Щербаков, Р. Мамажанов // Прогнозирование прочности и деформативности бетона и железобетона методами механики разрушения. – М.: ВЗПИ, 1988. – С. 41-42.

135. Щербаков, Е. Н. Некоторые результаты экспериментальных исследований длительной прочности бетона / Е. Н. Щербаков, С. С. Ажидинов // Транспортное строительство. – 1994. – №2. – С. 23-26.

136. Забегаев, А. Р. Расчет железобетонных конструкций на аварийные ударные воздействия / А. Р. Забегаев. – М., 1995.

137. Попов, Н. Н., Расторгуев, Б. С., Забегаев, А. В. Расчет конструкций на динамические и специальные нагрузки. – М.: Высшая школа, 1992. – 319 с.

138. Бондаренко, В. М. Фрагменты теории силового сопротивления бетона, поврежденного коррозии / В. М. Бондаренко, В. А. Ивахнюк // Бетон и железобетон. – 2003. – №5. – С.21-23.

139. Бондаренко, В. М. Некоторые вопросы несиловых повреждений, конструктивной безопасности и живучести железобетонных сооружений /

В. М. Бондаренко, Б. А. Ягунов // Бетон и железобетон. – 2007. – №1. – С. 18-21.

140. Петров, В. В. Расчет пластинок и оболочек из нелинейно-упругого материала / В. В. Петров, И. Г. Овчинников, В. И. Ярославский. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1976. – 133 с.

141. Москвин, В. М., Иванов, Ф. М., Алексеев, С. Н., Гузеев, Е. А. Коррозия бетона и железобетона. Методы их защиты. – М., 1980, 536 с.

142. Полак, А. Ф., Ратинов, В. Б., Гельфман, Г. Н. Коррозия железобетонных конструкций зданий нефтехимической промышленности. – М., 1971, 176 с.

143. Петров, В. А., Бошкарев, А. Я., Веттегрень, В. И. Физические основы прогнозирования долговечности конструкционных материалов – СПб., 1993. – 193 с.

144. Carpinteri, A., Chiaia, B., Invernizzi, S. Three-dimensional fractal analysis of concrete fracture at the meso-level // Theoretical and applied fracture mechanics. – 1999. – Т. 31. – №. 3. – P. 163-172.

145. Issa M. A., Issa M. A., Islam M. S., Chudnovsky A. Fractal dimension – a measure of fracture roughness and toughness of concrete // Engineering Fracture Mechanics. – 2003. – Т. 70. – №. 1. – P. 125-137.

146. Садовский, М. А. Естественная кусковатость горной породы // Доклады Академии наук. – Российская академия наук, 1979. – Т. 247. – №. 4. – С. 829-831.

147. Мандельброт, Б. Фрактальная геометрия природы. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.

148. Балханов, В. К. Основы фрактальной геометрии и фрактального исчисления. – Улан-Удэ: Бурятский гос. ун-т, 2013. – 224 с.

149. Федер, Е., Данилов, Ю. А., Шукуров, А. Фракталы. – Мир, 1991. – Т. 254.

150. Фрактальная квантово-механическая модель деформирования и разрушения бетона / В. П. Селяев, П. В. Селяев, А. Л. Лазарев [и др.] // Региональная архитектура и строительство. – 2022. – № 4(53). – С. 31-40.

151. Dai M., Wang X., Cheng C., Chen Z., Deng J. Efficient Evaluation of Concrete Fracture Surface Roughness Using Fringe Projection Technology // Materials. – 2023. – Т. 16. – №. 12. – P. 4430.

152. Liu J., Jiang R., Sun J., Shi P., Yang Y. Concrete damage evolution and three-dimensional reconstruction by integrating CT test and fractal theory // Journal of Materials in Civil Engineering. – 2017. – Т. 29. – №. 9. – P. 04017122.

153. Volchuk, V. M., Kotov, M. A. Fractal express methods evaluation of a breaking stress of concrete // Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing, 2021. – Т. 1926. – №. 1. – P. 012023.

154. Zhang P., Ding J., Guo J., Wang F. Fractal analysis of cement-based composite microstructure and its application in evaluation of macroscopic performance of cement-based composites: a review // Fractal and Fractional. – 2024. – Т. 8. – №. 6. – P. 304.

155. Yeh, I. C. Modeling of strength of high-performance concrete using artificial neural networks // Cement and Concrete research. – 1998. – Т. 28. – №. 12. – P. 1797-1808.

156. Onyelowe K. C., Gnananandarao T., Ebid A. M., Mahdi H. A., Ghadikolaei M. R., Al-Ajamee M. Evaluating the compressive strength of recycled aggregate concrete using novel artificial neural network // Civil Engineering Journal. – 2022. – Т. 8. – №. 8. – P. 1679-1693.

157. Chaabene, W. B., Flah, M., Nehdi, M. L. Machine learning prediction of mechanical properties of concrete: Critical review // Construction and Building Materials. – 2020. – Т. 260. – P. 119889.

158. Government AI Readiness Index [Электронный ресурс] / Oxford Insights. – URL: <https://oxfordinsights.com/ai-readiness/> (дата обращения: 25.11.2024).

159. Применение искусственного интеллекта в приоритетных отраслях экономики. Маркетинговый и патентный ландшафт межотраслевого Центра трансфера технологий университета Иннополис. Отчет. – 2023.

160. Филатова, Т. В. Применение нейронных сетей для аппроксимации данных // Вестник Томского государственного университета. – 2004. – №. 284. – С. 121-125.

161. Управление точностью численного решения некоторых классов систем дифференциальных уравнений строительной механики / Д. Г. Зеленцов, Н. Ю. Науменко, Л. В. Новикова [и др.] // Интернет-журнал Науковедение. – 2012. – № 4(13). – С. 75.

162. Нейросетевая модель расчета корродирующих пластин с вырезом / Д. Г. Зеленцов, А. А. Радуль, О. А. Ляшенко [и др.] // Интернет-журнал Науковедение. – 2012. – № 4(13). – С. 77.

163. Chopra P., Sharma R. K., Kumar M. Artificial neural networks for the prediction of compressive strength of concrete // International journal of applied science and engineering. – 2015. – Т. 13. – №. 3. – P. 187-204.

164. Verma S. K., Bhadauria S. S., Akhtar S. Probabilistic evaluation of service life for reinforced concrete structures // Chinese Journal of Engineering. – 2014. – Т. 2014. – P. 1-8.

165. Shokouhi, P., Zoëga, A., Wiggenhauser, H. Nondestructive investigation of stress-induced damage in concrete // Advances in civil engineering. – Т. 2010. – №. 1. – P. 740189.

166. Asteris P. G., Kolovos K. G., Douvika M. G., Roinos K. Prediction of self-compacting concrete strength using artificial neural networks // European Journal of Environmental and Civil Engineering. – 2016. – Т. 20. – №.1. – P. 102-122.

167. Cho H. C., Ju H., Oh J. Y., Lee K. J., Hahm K. W., Kim K. S. Estimation of concrete carbonation depth considering multiple influencing factors on the deterioration of durability for reinforced concrete structures // Advances in Materials Science and Engineering. – 2016. – Т. 2016. – №. 1. – P. 4814609.

168. Cha, Y. J., Choi, W., Büyüköztürk, O. Deep learning-based crack damage detection using convolutional neural networks // *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*. – 2017. – T. 32. – №. 5. – P. 361-378.

169. Yu Y., Wang C., Gu X., Li J. A novel deep learning-based method for damage identification of smart building structures // *Structural Health Monitoring*. – 2019. – T. 18. – №. 1. – P. 143-163.

170. Kaczmarek, M., Szymańska, A. Application of artificial neural networks to predict the deflections of reinforced concrete beams // *Studia Geotechnica et Mechanica*. – 2016. – T. 38. – №. 2. – P. 37-46.

171. Athanasiou A., Ebrahimkhanlou A., Zaborac J., Hrynyk T., Salamone S. A machine learning approach based on multifractal features for crack assessment of reinforced concrete shells // *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*. – 2019. – T. 34, №.6. – P. 565-578.

172. Chen, T., Wang, X., Wu, S., Zhao, Y. Effects of freeze-thaw cycles on fractal dimension and micropore structure of concrete under cyclic compressive load // *Construction and Building Materials*. – 2022. – T. 329. – P. 127174.

173. Zhou, S., Jiang, N., Luo, X., Fang, W., He, X. Uniaxial compression fractal damage constitutive model of rock subjected to freezing and thawing // *Periodica Polytechnica Civil Engineering*. – 2020. – T. 64, №.2. – P. 500-510.

174. Карпенко Н. И., Ярмаковский В. Н., Карпенко С. Н., Кадиев Д. З. К диаграммам деформирования бетона под нагрузкой при действии температуры до -70°C в зависимости от его структурно-технологических характеристик // *Строительные материалы*. – 2018. – №. 6. – С. 13-19.

175. Карпенко, Н. И. Анализ и совершенствование криволинейных диаграмм деформирования бетона для расчета железобетонных конструкций по деформационной модели / Н. И. Карпенко, Б. С. Соколов, О. В. Радайкин // *Промышленное и гражданское строительство*. – 2013. – № 1. – С. 28-30.

176. Радайкин, О. В. Сравнительный анализ различных диаграмм деформирования бетона по критерию энергозатрат на деформирование и

разрушение // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В. Г. Шухова. – 2019. – №. 10. – С. 29-39.

177. Карпенко Н. И., Прокопович И. Е., Мухамедиев Т. А., Петров А. Н., Яременко А. Ф. Учет деформаций ползучести и длительного сопротивления бетона в методике диаграмм-изохрон // Сб. Совершенствование методов расчета статически неопределимых железобетонных конструкций. Под ред. Н. И. Карпенко, Т. А. Мухамедиева. М.: НИИЖБ Госстроя СССР. – 1987. – С. 66-81.

178. Мурашкин, Г. В. Описание диаграмм деформирования бетона в отечественных и зарубежных нормах / Г. В. Мурашкин, В. Г. Мурашкин, Д. А. Панфилов // Вестник Волжского регионального отделения Российской академии архитектуры и строительных наук. – 2011. – № 14. – С. 144-150.

179. Мурашкин, Г. В. Моделирование диаграммы деформирования бетона и визуализация напряженного состояния / Г. В. Мурашкин, В. Г. Мурашкин // Фундаментальные, поисковые и прикладные исследования РААСН по научному обеспечению развития архитектуры, градостроительства и строительной отрасли Российской Федерации в 2015 году : Сборник научных трудов РААСН / Российская академия архитектуры и строительных наук. – Москва : Издательство АСВ, 2016. – С. 535-542.

180. Федоров, И. В. Учет нелинейного поведения бетона в отечественной и зарубежной нормативных базах / И. В. Федоров // Известия Всероссийского научно-исследовательского института гидротехники им. Б. Е. Веденеева. – 2019. – Т. 292. – С. 39-47.

181. Каверина, О. В. Способы описания диаграмм деформирования бетона / О. В. Каверина, А. А. Крючков // Современный ученый. – 2016. – № 2. – С. 38-40.

182. Безгодов, И. М., Левченко, П. Ю. К вопросу о методике получения полных диаграмм деформирования бетона // Технологии бетонов. – 2013. – №. 10. – С. 34-36.

183. Безгодов, И. М., Дмитренко, Е. Н. Совершенствование криволинейных диаграмм деформирования бетона // Промышленное и гражданское строительство. – 2019. – №. 8. – С. 99-104.

184. Мкртчян, А. М., Аксенов, В. Н. Аналитическое описание диаграммы деформирования высокопрочных бетонов // Инженерный вестник Дона. – 2013. – Т. 26. – №. 3 (26). – С. 127.

185. Коротких, Д. Н. Закономерности разрушения структуры высокопрочных цементных бетонов на основе анализа полных равновесных диаграмм их деформирования (часть 1) // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Серия: Строительство и архитектура. – 2012. – №. 26. – С. 56-67.

186. Безгодов, И. М., Левченко, П. Ю. К вопросу о методике получения полных диаграмм деформирования бетона // Технологии бетонов. – 2014. – №. 8. – С. 27-29.

187. СП 63.13330.2018 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. СНиП 52-01-2003 (с Изменениями N 1, 2)».

188. Петров, В. В. Методы расчета конструкций из нелинейно-деформируемого материала : учебное пособие для студентов, обучающихся по направлению 270100 «Строительство» / В. В. Петров, И. В. Кривошеин; В. В. Петров, И. В. Кривошеин. – Москва : Изд-во Ассоц. строит. вузов, 2009. – 206 с.

189. Городецкий, А. С., Барабаш, М. С. Учет нелинейной работы железобетона в ПК ЛИРА-САПР. Метод «Инженерная нелинейность» // Международный журнал по расчету гражданских и строительных конструкций. – 2016. – № 2 (12). – С. 92-98.

190. Блохина, Н. С., Назаренко, С. Н. Моделирование физически нелинейных и анизотропных свойств материала при расчете строительных конструкций в программном комплексе ANSYS // Инновации и инвестиции. – 2018. – №1. – С. 186-188.

191. Блохина, Н. С. Проблема учета физической нелинейности при расчете строительных конструкций // Вестник МГСУ. – 2011. – № 6. – С. 384-387.
192. Сухов, М. Ф., Кожанов, Д. А. Нелинейные задачи строительной механики : учеб. пособие. – Н. Новгород : Изд-во ННГАСУ, 2017. – 66 с.
193. EN 1992-1-1: Eurocode 2: Design of concrete structures.
194. Верификация зависимостей, аппроксимирующих диаграммы деформирования бетонов цементного и полимерного методом нормируемых показателей / В. П. Селяев, П. В. Селяев, С. Ю. Грязнов, Д. Р. Бабушкина // Строительство и реконструкция. – 2021. – № 1(93). – С. 125-133.
195. Селяев, В. П. Анализ полиномиальной зависимости пятой степени при аппроксимации экспериментальных диаграмм деформирования цементного бетона и полимербетона методом нормируемых показателей / В. П. Селяев, С. Ю. Грязнов, Д. Р. Бабушкина // Вестник Поволжского государственного технологического университета. Серия: Материалы. Конструкции. Технологии. – 2021. – № 1. – С. 19-27.
196. Takayasu, H. Fractals in the physical sciences. – Manchester University Press, 1990.
197. Halsey T. C., Jensen M. H., Kadanoff L. P., Procaccia I., Shraiman B. I. Fractal measures and their singularities: The characterization of strange sets // Nuclear Physics B-Proceedings Supplements. – 1987. – Т. 2. – P. 501-511.
198. Mandelbrot, B. B. Multifractals and $1/f$ noise: Wild self-affinity in physics (1963-1976). – Springer, 2013.
199. Frisch, U. Turbulence: the legacy of AN Kolmogorov. – Cambridge university press, 1995.
200. Calvet, L., Fisher, A. Forecasting multifractal volatility // Journal of econometrics. – 2001. – Т. 105. – №. 1. – P. 27-58.

201. Konkol, J., Prokopski, G. The effect of concrete mix composition on the character of fractures of set concrete // *Journal of Geography and Geology*. – 2014. – Т. 6. – №. 4. – P. 29.
202. Bathe, K. J. Finite element procedures. – 1996.
203. Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. The finite element method. – London : McGraw-Hill, 1997. – Т. 3.
204. De Borst R., Crisfield M. A., Remmers J. J., Verhoosel C. V. Nonlinear finite element analysis of solids and structures. – John Wiley & Sons, 2012.
205. Работа балок, армированных композитной стеклопластиковой арматурой / В. П. Селяев, А. А. Соловьев, Р. Н. Парамонов [и др.] // *Региональная архитектура и строительство*. – 2013. – № 3. – С. 67-73.
206. Прогнозирование долговечности железобетонных изгибаемых элементов методом деградационных функций / В. П. Селяев, П. В. Селяев, Е. В. Сорокин, Е. Л. Кечуткина // *Жилищное строительство*. – 2014. – № 12. – С. 8-18.
207. Прогнозирование ресурса изгибаемых элементов из полиэфирных бетонов, экспонируемых в 15%-ном растворе едкого натра / В. П. Селяев, А. А. Панчина, И. П. Терешкин [и др.] // *Фундаментальные, поисковые и прикладные исследования РААСН по научному обеспечению развития архитектуры, градостроительства и строительной отрасли Российской Федерации в 2017 году : Сборник научных трудов Российской академии архитектуры и строительных наук. Том 2.* – Москва : Издательство АСВ, 2018. – С. 439-448.
208. Влияние водных растворов NaCl на прочность цементных композитов, армированных стеклопластиковыми стержнями / В. П. Селяев, И. Н. Шабает, И. П. Терешкин, М. Ф. Алимов // *Эксперт: теория и практика*. – 2020. – № 2(5). – С. 30-38.
209. Selyaev, V. P. Definition of the Beams From a Nonlinearly Deformed Material by the Ritz-Timoshenko Methods and Finite Differences Taking Into Account the Degradation Rigidity Functions / V. P. Selyaev, S. Yu. Gryaznov,

D. R. Babushkina // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. – 2022. – Vol. 18, No. 2. – P. 85-97.

210. СП 295.1325800.2017 «Конструкции бетонные, армированные полимерной композитной арматурой. Правила проектирования».

211. СП 20.13330.2016 «Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85* (с Изменениями N 1-5)».

212. Байков, В. Н. Построение зависимости между напряжениями и деформациями сжатого бетона по системе нормируемых показателей / В. Н. Байков, С. В. Горбатов, З. А. Димитров // Известия высших учебных заведений. Строительство и архитектура. – 1977. – № 6. – С. 15-18.

213. ГОСТ 27751-2014 «Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения (Переиздание, с Изменением N 1)».

214. Методические рекомендации «Методика оценки остаточного ресурса несущих конструкций зданий и сооружений». – 2018.

215. Стрелецкий, Н. С. Разводные мосты. Основы проектирования и расчета. – М.: Гостехиздат, 1924. – 312 с.

216. Гвоздев, А. А. О некоторых направлениях в теории деформирования и длительной прочности бетона / А. А. Гвоздев // Прочностные и деформативные характеристики бетона и железобетона. – М.: НИИЖБ, 1981. – С. 42–47.

217. Александровский, С. В. Приложение теории ползучести к практическим задачам железобетонных конструкций / С. В. Александровский, В. М. Бондаренко, И. Е. Прокопович // Ползучесть и усадка бетона / НИИЖБ Госстроя СССР. – М.: Стройиздат, 1976. – С. 56–62.

218. Баженов Ю. М. Бетоны повышенной долговечности // Долговечность и защита конструкций от коррозии: сб. трудов по материалам конференции НИИЖБ. – М., 1999. – С. 43-48.

219. Карпенко, Н. И. К построению модели сцепления арматуры с бетоном, учитывающей контактные трещины / Н. И. Карпенко // Бетон и железобетон. – 1973. – №1. – С. 19–23.

220. Карпенко, Н. И. Новая книга о механике разрушения бетона и железобетона / Н. И. Карпенко // Бетон и железобетон. – 1999. – №2 – С.20.

221. Карпенко, Н. И. Теория деформирования железобетона с трещинами / Н.И. Карпенко. – М.: Стройиздат, 1996. – 208 с.

222. Моделирование работы железобетонных конструкций с учетом совместного действия механических нагрузок и агрессивных сред / В. П. Селяев, П. В. Селяев, Е. Л. Кечуткина, Д. Р. Бабушкина, С. Ю. Грязнов // Эксперт: теория и практика. – 2021. – № 1(10). – С. 19-24.

223. Определение прогибов балки из нелинейно-упругого материала методом Ритца-Тимошенко при аппроксимации диаграмм деформирования комбинированными степенными зависимостями / В. П. Селяев, В. Н. Уткина, С. Ю. Грязнов, Д. Р. Бабушкина // Эксперт: теория и практика. – 2021. – № 2(11). – С. 42-50.

224. Селяев, В. П. Нелинейные модели деградации полимерных композитов, работающих в агрессивных средах / В. П. Селяев, С. Ю. Грязнов, Д. Р. Бабушкина // Региональная архитектура и строительство. – 2021. – № 2(47). – С. 5-15.

225. Влияние вида функциональной зависимости « $\sigma - \varepsilon$ » на расчетные прогибы балки из нелинейно деформируемого материала / В. П. Селяев, С. Ю. Грязнов, Е. С. Безрукова, Д. Р. Бабушкина // Эксперт: теория и практика. – 2022. – № 1(16). – С. 46-54.

226. Прочность и Механика разрушения фрактальной структуры бетона / В. П. Селяев, П. В. Селяев, С. Ю. Грязнов, М. Ю. Аверкина // Эксперт: теория и практика. – 2023. – № 1(20). – С. 35-43.

227. Моделирование работы железобетонных конструкций при совместном воздействии механических и химических нагрузок / В. П. Селяев, П. В. Селяев, С. Ю. Грязнов [и др.] // Фундаментальные, поисковые и прикладные исследования РААСН по научному обеспечению развития архитектуры, градостроительства и строительной отрасли Российской Федерации в 2021 году : Сборник научных трудов РААСН / Российская

академия архитектуры и строительных наук. Том 2. – Москва : Издательство ACB, 2022. – С. 421-433. – EDN FOJPON.

228. Грязнов, С. Ю. О влиянии дискретности экспериментальных диаграмм деформирования цементных композитов на величину фрактальной размерности / С. Ю. Грязнов // Актуальные вопросы архитектуры и строительства : Материалы двадцать второй Международной научно-технической конференции, посвященной 105-летию со дня рождения В.А. Карташова, Саранск, 05-06 марта 2024 года. – Саранск: Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарева, 2024. – С. 50-57.

229. Грязнов, С. Ю. Дифференциальный анализ дискретно-непрерывных экспериментальных диаграмм деформирования цементных композитов / С.Ю. Грязнов // Качество жизни: архитектура, строительство, транспорт, образование : Сборник материалов Международной научно-практической конференции, Иваново, 21-24 марта 2024 года. – Иваново: Ивановский государственный политехнический университет, 2024. – С. 77-79.

230. Грязнов, С. Ю. Фрактальный анализ диаграмм деформирования с применением методов машинного обучения / С. Ю. Грязнов // Долговечность строительных материалов, изделий и конструкций : Сборник научных статей по материалам Международной научно-технической конференции, проводимой в рамках деятельности научного совета Российской академии архитектуры и строительных наук «Механика разрушения бетона, железобетона и других строительных материалов», Саранск, 26–28 марта 2025 года. – Саранск: Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва, 2025. – С. 25-35.

231. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024664260 Российская Федерация. Fractal 1.0 : № 2024663518 : заявл. 11.06.2024 : опубл. 18.06.2024 / С. Ю. Грязнов.

232. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025618038 Российская Федерация. Fractal analysis of experimental

discrete-continuous stress-strain diagram of material (version 1.0) : заявл. 13.03.2025 : опубл. 01.04.2025 / С. Ю. Грязнов, Д. Ю. Грязнов.

233. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025660991 Российская Федерация. Reduction of experimental discrete-continuous stress-strain diagrams of concrete to a standard form (version 1.0) : заявл. 13.04.2025 : опубл. 29.04.2025 / С. Ю. Грязнов, Д. Ю. Грязнов.

234. Патент № 2848142 С1 Российская Федерация, МПК G01N 3/08. Способ определения фрактальной размерности экспериментальной диаграммы деформирования твердого тела : № 2025107189 : заявл. 25.03.2025 : опубл. 16.10.2025 / С. Ю. Грязнов, Д. Ю. Грязнов ; заявитель Грязнов Сергей Юрьевич.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Экспериментальные данные

Таблица А.1 – План экспериментальных исследований

Образец №	Дата изготовления	Среда экспонирования	Дата начала экспонирования	Возраст образца на дату начала экспонирования	Дата изъятия образцов из среды (1 этап)	Дней эксп. на дату испытания	Дата испытания образцов
1	2	3	4	5	6	7	8
1	01.06.2021	вода	15.12.2021	197	25.03.2022	100	26.03.2022
2	01.06.2021	-	-	-	-	-	01.08.2022
3	01.06.2021	дист.	14.02.2022	258	13.08.2022	180	15.08.2022
4	01.06.2021	H ₂ SO ₄	31.01.2022	244	30.07.2022	180	01.08.2022
5	01.06.2021	-	-	-	-	-	-
6	01.06.2021	H ₂ SO ₄	31.01.2022	244	01.04.2022	60	04.04.2022
7	01.06.2021	H ₂ SO ₄	31.01.2022	244	30.07.2022	180	01.08.2022
8	08.06.2021	H ₂ SO ₄	31.01.2022	237	01.04.2022	60	04.04.2022
9	08.06.2021	дист.	14.02.2022	251	13.08.2022	180	15.08.2022
10	08.06.2021	вода	15.12.2021	190	25.03.2022	100	26.03.2022
11	08.06.2021	-	-	-	-	-	01.08.2022
12	08.06.2021	-	-	-	-	-	-
13	08.06.2021	H ₂ SO ₄	31.01.2022	237	01.04.2022	60	04.04.2022
14	08.06.2021	H ₂ SO ₄	31.01.2022	237	01.04.2022	60	04.04.2022
15	15.06.2021	-	-	-	-	-	-
16	15.06.2021	H ₂ SO ₄	31.01.2022	230	30.07.2022	180	01.08.2022
17	15.06.2021	вода	15.12.2021	183	25.03.2022	100	26.03.2022
18	15.06.2021	-	-	-	-	-	01.08.2022
19	15.06.2021	-	-	-	-	-	01.08.2022
20	15.06.2021	-	-	-	-	-	01.08.2022
21	15.06.2021	дист.	14.02.2022	244	13.08.2022	180	15.08.2022
22	22.06.2021	H ₂ SO ₄	31.01.2022	223	30.07.2022	180	01.08.2022
23	22.06.2021	-	-	-	-	-	01.08.2022

Продолжение таблицы А.1

1	2	3	4	5	6	7	8
24	22.06.2021	дист.	14.02.2022	237	13.08.2022	180	15.08.2022
25	22.06.2021	H ₂ SO ₄	31.01.2022	223	30.07.2022	180	01.08.2022
26	22.06.2021	вода	15.12.2021	176	25.03.2022	100	26.03.2022
27	22.06.2021	-	-	-	-	-	-
28	22.06.2021	H ₂ SO ₄	31.01.2022	223	30.07.2022	180	01.08.2022

Продолжение таблицы А.1

Образец №	Дата изъятия образцов из среды (2 этап)	Дней эксп. на дату испытания	Дата испытания образцов	Дата изъятия образцов из среды (3 этап)	Количество дней	Дата испытания образцов	Дата изъятия образцов из среды (4 этап)
1	9	10	11	12	13	14	15
1	-	-	-	-	-	-	-
2	-	-	-	-	-	-	-
3	30.09.2022	226	01.10.2022	14.11.2022	270	15.11.2022	20.01.2023
4	-	-	-	-	-	-	-
5	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	-	-	-	-
9	30.09.2022	226	01.10.2022	14.11.2022	270	15.11.2022	20.01.2023
10	-	-	-	-	-	-	-
11	-	-	-	-	-	-	-
12	-	-	-	-	-	-	-
13	-	-	-	-	-	-	-
14	-	-	-	-	-	-	-
15	-	-	-	-	-	-	-
16	19.09.2022	229	20.09.2022	31.10.2022	270	02.11.2022	-
17	-	-	-	-	-	-	-

Продолжение таблицы А.1

1	9	10	11	12	13	14	15
18	-	-	20.09.2022	-	-	02.11.2022	-
19	-	-	20.09.2022	-	-	02.11.2022	-
20	-	-	20.09.2022	-	-	02.11.2022	-
21	30.09.2022	226	01.10.2022	14.11.2022	270	15.11.2022	20.01.2023
22	19.09.2022	229	20.09.2022	31.10.2022	270	02.11.2022	-
23	-	-	20.09.2022	-	-	02.11.2022	-
24	30.09.2022	226	01.10.2022	14.11.2022	270	15.11.2022	20.01.2023
25	19.09.2022	229	20.09.2022	31.10.2022	270	02.11.2022	16.12.2022
26	-	-	-	-	-	-	-
27	-	-	-	-	-	-	-
28	19.09.2022	229	20.09.2022	31.10.2022	270	02.11.2022	16.12.2022

Продолжение таблицы А.1

Образец №	Количество дней экспонирования на дату испытания	Дата испытания образцов	Дата изъятия образцов из среды (5 этап)	Количество дней экспонирования на дату испытания	Дата испытания образцов	Дата испытания разрушающим методом	Возраст образца на дату испытания
1	16	17	18	19	20	21	22
1	-	-	-	-	-	26.03.2022	298
2	-	-	-	-	-	01.08.2022	426
3	336	21.01.2023	17.02.2023	363	18.02.0203	18.02.2023	627
4	-	-	-	-	-	01.08.2022	426
5	-	-	-	-	-	16.12.2021	198
6	-	-	-	-	-	04.04.2022	307
7	-	-	-	-	-	01.08.2022	426
8	-	-	-	-	-	04.04.2022	300
9	336	21.01.2023	17.02.2023	363	18.02.0203	18.02.2023	620
10	-	-	-	-	-	26.03.2022	291

Окончание таблицы А.1

1	16	17	18	19	20	21	22
11	-	-	-	-	-	01.08.2022	419
12	-	-	-	-	-	16.12.2021	191
13	-	-	-	-	-	04.04.2022	300
14	-	-	-	-	-	04.04.2022	300
15	-	-	-	-	-	16.12.2021	184
16	-	-	-	-	-	02.11.2022	505
17	-	-	-	-	-	26.03.2022	284
18	-	-	-	-	-	02.11.2022	505
19	-	-	-	-	-	02.11.2022	505
20	-	17.12.2022	-	-	18.02.0203	18.02.2023	613
21	336	21.01.2023	17.02.2023	363	18.02.0203	18.02.2023	613
22	-	-	-	-	-	02.11.2022	498
23	-	17.12.2022	-	-	18.02.0203	18.02.2023	606
24	336	21.01.2023	17.02.2023	363	18.02.0203	18.02.2023	606
25	314	17.12.2022	17.02.2023	376	18.02.0203	18.02.2023	606
26	-	-	-	-	-	26.03.2022	277
27	-	-	-	-	-	16.12.2021	177
28	314	17.12.2022	17.02.2023	376	18.02.0203	18.02.2023	606

Таблица А.2

№	Год	Бетон	Возраст, дн	Период эксп., дн	Среда	a (LCS)	b (LCS)
1	2	3	4	5	6	7	8
2.1	2021	тяжелый	426	0	воздух	-1,77321E+14	608123643
2.2	2021	тяжелый	426	0	воздух	-4,3886E+14	1047340773
4.1	2021	тяжелый	426	180	кислота	-5,65705E+13	198127606,6
7.2	2021	тяжелый	426	180	кислота	-1,34507E+14	281900367,8
11.1	2021	тяжелый	419	0	воздух	-1,40211E+13	127813978,7
11.2	2021	тяжелый	419	0	воздух	-2,87636E+13	197303122,7
16.1	2021	тяжелый	505	270	кислота	-1,88545E+14	568199784,7
16.2	2021	тяжелый	505	270	кислота	-2,35945E+14	1226706203
18.2	2021	тяжелый	505	0	воздух	-4,61819E+14	1446520772
19.2	2021	тяжелый	505	0	воздух	-7,13779E+14	404247270,3
20.2	2021	тяжелый	613	0	воздух	-1,211E+14	595062323,8
21.1	2021	тяжелый	613	363	вода	-7,16132E+13	167302968,1
21.2	2021	тяжелый	613	363	вода	-2,04281E+14	747134106,3
22.1	2021	тяжелый	498	270	кислота	-1,31003E+13	5464740,684
22.2	2021	тяжелый	498	270	кислота	-1,7008E+13	-77095866,65
23.1	2021	тяжелый	606	0	воздух	-6,69929E+13	126344864,9
23.2	2021	тяжелый	606	0	воздух	-5,37184E+13	283594653
24.1	2021	тяжелый	606	363	вода	-5,25985E+13	264086928,7
24.2	2021	тяжелый	606	363	вода	-2,20293E+14	835509748,1
25.1	2021	тяжелый	606	376	кислота	-1,36257E+14	783893015,7
25.2	2021	тяжелый	606	376	кислота	-1,89263E+14	695448076,7
28.1	2021	тяжелый	606	376	кислота	-1,6105E+13	-49398629,98
28.2	2021	тяжелый	606	376	кислота	-2,71791E+13	-266352291,6
1.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-4,37179E+12	41952718,99
1.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	1,26285E+13	-587771398,8
2.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	8,99738E+12	-320474711
2.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,6503E+14	-166356142,5
3.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	1,38826E+13	-569108466,4
3.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-3,68871E+13	-157180088,3
4.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	3,35339E+13	-972896085,8
4.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	1,29921E+14	-2244860830
5.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	5,0303E+14	-4811292548
6.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-1,89331E+14	-225405630
7.1	2022	мелкозернистый	60	0	воздух	-8,60758E+13	-156461084
7.2	2022	мелкозернистый	60	0	воздух	-4,58176E+13	-634476918,5
8.1	2022	мелкозернистый	60	0	воздух	1,76431E+14	-3058421946

Продолжение таблицы А.2

1	2	3	4	5	6	7	8
8.2	2022	мелкозернистый	60	0	воздух	-4,44857E+13	-1261479076
9.1	2022	мелкозернистый	60	0	воздух	-2,00159E+14	-1961231030
9.2	2022	мелкозернистый	60	0	воздух	3,31471E+14	-4016152110
16.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,30267E+14	-938519114,7
17.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	1,91751E+13	-720978482,7
18.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-1,68872E+14	153390973,7
19.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-7,5812E+15	5395562789
20.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-2,45235E+14	652551062,5
21.1	2022	мелкозернистый	60	0	воздух	-2,10088E+15	-1758436974
21.2	2022	мелкозернистый	60	0	воздух	-6,27006E+14	-463226966,4
22.1	2022	мелкозернистый	60	0	воздух	-4,29502E+15	4372006137
22.2	2022	мелкозернистый	60	0	воздух	-1,65374E+15	2443456219
23.1	2022	мелкозернистый	60	0	воздух	-5,3561E+14	-908658052
23.2	2022	мелкозернистый	60	0	воздух	-1,50133E+15	1154092800
27.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-2,70656E+14	798261175,9
27.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-3,86818E+14	1159342199
28.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-2,45011E+14	-1173315124
29.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-2,88213E+14	-1069411990
29.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-6,87317E+13	-2166912977
30.1	2022	мелкозернистый	60	0	воздух	-2,46519E+14	626151863,7
30.2	2022	мелкозернистый	60	0	воздух	-2,57763E+14	774581486,3
31.1	2022	мелкозернистый	60	0	воздух	-3,3659E+14	330533069,5
31.2	2022	мелкозернистый	60	0	воздух	-1,15632E+15	1882175861
32.1	2022	мелкозернистый	60	0	воздух	-3,10456E+14	-2064089635
32.2	2022	мелкозернистый	60	0	воздух	-1,31826E+15	1101609733
33.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-2,83565E+14	685185395,5
33.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,17015E+14	462451343,1
34.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,25519E+15	705365817,7
34.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-4,64834E+14	73097220,87
35.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,6642E+15	170444751,3
35.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,52935E+15	1218053905
37.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-5,35838E+14	859655735,5
37.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-1,61841E+14	631150597,4
38.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-9,60854E+14	1766363310
39.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,01449E+14	352054920,7
40.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-6,40294E+14	870662434,3
41.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-7,68106E+15	4318216288
42.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-5,78849E+14	917808408,3

Продолжение таблицы А.2

1	2	3	4	5	6	7	8
42.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-4,81913E+14	991078195
43.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-4,63011E+14	959602006
44.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-1,52514E+14	768489939,7
44.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-2,61107E+14	977309765,9
45.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-3,53861E+14	-1209532084
45.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-5,16744E+15	3492664518
46.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,81941E+15	244390542,6
47.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-2,4899E+16	9835749356
47.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-6,70828E+14	-2511942318
48.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-9,25502E+14	833348147,9
48.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-9,62583E+14	1188667017
49.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-9,56858E+13	-297845906,4
50.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-1,79219E+15	1808532285
50.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-1,17626E+15	1001708505
51.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,38795E+15	544848825,5
51.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-3,08187E+15	2300527517
52.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,26355E+15	1643849361
52.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-6,49215E+15	4686923313
53.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,75138E+15	629100823,8
53.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-5,68072E+14	-209999103
54.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-2,00753E+15	1995116778
54.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-4,76431E+14	-2058820964
55.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-4,72852E+14	817612431,9
55.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-4,2642E+14	-836539997,5
56.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-6,29726E+14	1110275343
56.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-2,01718E+15	2355587032
57.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-3,12208E+14	1140994062
57.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-9,88531E+13	469095392,3
58.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-2,66888E+14	749726156
58.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-3,39895E+14	687039349,8
59.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-2,36069E+14	289922999,4
60.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-1,40116E+14	-60483073,66
60.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-2,26356E+14	-377213919,6
61.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-7,91716E+14	-495582305,9
61.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-3,48045E+14	-3235730598
62.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-2,06257E+14	-696383268,9
62.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-5,44993E+13	-1964053083
63.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,08375E+14	447934864

Продолжение таблицы А.2

1	2	3	4	5	6	7	8
64.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-5,09367E+14	961390705,8
64.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-3,45115E+15	3004187620
65.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-6,57414E+14	881681390,4
66.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-1,41529E+14	306038268,8
66.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-4,32057E+13	193631786,1
67.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-9,57499E+13	-610370763,3
67.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-6,51311E+14	22991926,7
68.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-1,86724E+14	-34720749,88
68.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-2,58773E+14	616472657,8
69.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-2,67699E+14	-801266241,6
69.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-4,41956E+14	-3345555288
70.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-7,21473E+14	998014343,1
70.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-4,09387E+15	3315800083
71.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-4,67256E+14	-126872235,6
71.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-5,5895E+14	-2334414838
72.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-9,63678E+14	1595757954
72.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-6,92692E+14	533889826,2
73.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-2,51406E+14	431670876,5
74.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-1,61863E+15	2049668790
74.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-6,9007E+15	5172639743
75.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-7,82808E+13	-633913280,3
75.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,39772E+14	-830826560,3
76.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-3,97788E+14	545182079,6
76.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,66122E+15	1204370444
77.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,76694E+14	-2140311248
77.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-3,03621E+14	-2140858460
78.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-8,09859E+14	43110610,69
79.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-5,44549E+14	406057402,9
80.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-1,50273E+14	-452273883,3
80.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-2,38197E+14	-1552087464
81.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,07385E+13	-2492978188
81.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-3,97654E+15	430694850,7
82.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-3,14484E+14	697544917,2
82.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,14156E+15	519760550,7
83.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-3,12507E+14	-839439321
83.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-8,82327E+14	-2204603944
84.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-3,10284E+14	-1812195349
84.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-3,66971E+14	327642403,3

Продолжение таблицы А.2

1	2	3	4	5	6	7	8
85.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-2,98353E+14	859437156,5
85.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-1,76649E+14	-280499860,1
86.1	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-2,88697E+14	-797711238,5
86.2	2022	мелкозернистый	28	0	воздух	-1,23314E+15	-464781482,1
87.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-6,43505E+14	701593431
87.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-2,09289E+14	-684269780,9
88.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-6,09994E+14	-510097994,6
89.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	2,86205E+14	-4137303818
89.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,55403E+15	959663502,5
90.1	2022	мелкозернистый	32	0	воздух	-9,70486E+14	-246034482,3
90.2	2022	мелкозернистый	32	0	воздух	-5,37384E+15	3072661352
91.1	2022	мелкозернистый	32	0	воздух	-2,42508E+15	2020636792
91.2	2022	мелкозернистый	32	0	воздух	-1,03017E+15	-2108908821
92.1	2022	мелкозернистый	32	0	воздух	-1,71079E+15	2531800353
92.2	2022	мелкозернистый	32	0	воздух	-1,24829E+14	-3625761429
93.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,15345E+15	-224573095,4
93.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-3,53206E+15	2794653311
94.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,65575E+15	2028335730
94.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,31576E+15	-2368891170
95.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-4,14109E+14	815397289,4
95.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,12134E+14	-290708327,7
96.1	2022	мелкозернистый	32	0	воздух	-7,95204E+14	64337260,07
96.2	2022	мелкозернистый	32	0	воздух	-7,01117E+13	-4404323596
97.1	2022	мелкозернистый	32	0	воздух	-2,64742E+14	-1719428245
97.2	2022	мелкозернистый	32	0	воздух	-2,45487E+15	2623552004
98.1	2022	мелкозернистый	32	0	воздух	-6,57954E+13	347429130,9
98.2	2022	мелкозернистый	32	0	воздух	-3,5909E+14	-1024666144
99.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	1,74751E+14	-2992450506
99.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,63555E+14	-1104399770
100.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,24658E+15	1192590497
100.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,07763E+14	-1214887818
101.1	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-9,14185E+13	209796936
101.2	2022	мелкозернистый	7	0	воздух	-1,09597E+14	374493543,1
102.1	2022	мелкозернистый	32	0	воздух	-4,78679E+14	120279761,6
102.2	2022	мелкозернистый	32	0	воздух	-6,50004E+14	-1394129794
103.1	2022	мелкозернистый	32	0	воздух	-2,75253E+14	-591660734,5
103.2	2022	мелкозернистый	32	0	воздух	-8,03357E+13	-395627430,2
104.1	2022	мелкозернистый	32	0	воздух	-7,36425E+14	1577709341

Продолжение таблицы А.2

1	2	3	4	5	6	7	8
104.2	2022	мелкозернистый	32	0	воздух	-1,17639E+15	610588086,7
01	2024	тяжелый	1141	0	воздух	-8,56256E+14	2690148515
03	2024	тяжелый	1141	0	воздух	-2,78376E+15	5624358885
04	2024	тяжелый	1141	0	воздух	-1,76187E+15	3967426983
06	2024	тяжелый	1141	0	воздух	-9,21826E+14	422105012,3
02	2024	тяжелый	1141	0	воздух	-9,24204E+14	1844636135
05	2024	тяжелый	1141	0	воздух	-2,26393E+15	4620934570
08	2024	тяжелый	1141	443	соль	-1,07101E+13	-460586120,2
10	2024	тяжелый	1141	443	соль	-1,86086E+14	741966421,8
09	2024	тяжелый	1141	443	соль	-2,15584E+14	1154878416
12	2024	тяжелый	1141	443	соль	-4,65307E+14	1797184631
11	2024	тяжелый	1141	443	соль	-1,09187E+15	1908167939

Продолжение таблицы А.2

№	c (LCS)	σ_{b0} (LCS), МПа	ε_{b0} (LCS)	σ_{b2} (LCS), МПа	ε_{b2} (LCS)	D_a	R_a^2
1	9	10	11	12	13	14	15
2.1	23542,1358	51,1318	0,0025	37,7926	0,0032	1,128	0,9578
2.2	29410,225	53,6075	0,0021	44,7733	0,0026	1,0577	0,9388
4.1	20356,7331	52,9257	0,0031	45,6033	0,0037	1,1103	0,9734
7.2	22671,5557	48,1704	0,0025	36,0397	0,0032	1,0768	0,9485
11.1	9197,7715	30,8552	0,0038	25,9971	0,0046	1,129	0,9428
11.2	10113,4648	29,2621	0,0033	22,8807	0,004	1,083	0,9143
16.1	26989,1576	58,1189	0,0025	40,3739	0,0032	1,0744	0,9836
16.2	25653,4531	60,3628	0,0025	52,1997	0,003	1,0683	0,9853
18.2	27646,7604	52,6393	0,0021	42,0785	0,0026	1,0394	0,9854
19.2	39024,6173	59,5593	0,0018	47,5741	0,0023	1,0121	0,9612
20.2	22081,0139	54,1021	0,0028	44,5917	0,0034	1,0818	0,9889
21.1	31919,4963	70,5048	0,0023	70,5048	0,0023	1,0385	0,9944
21.2	27351,2816	60,1743	0,0025	53,3929	0,003	1,1103	0,9859
22.1	12922,8893	39,133	0,0037	34,8473	0,0045	1,1098	0,9854
22.2	16612,4822	46,0183	0,0035	32,2236	0,0047	1,0929	0,9879
23.1	18734,4177	43,8898	0,0028	35,1224	0,0035	1,1125	0,9698
23.2	14621,6241	38,5136	0,003	31,55	0,0037	1,1162	0,9699
24.1	17182,4017	46,1523	0,0031	36,6827	0,0039	1,0964	0,9864
24.2	25753,9347	55,9988	0,0025	43,9884	0,0031	1,0746	0,987
25.1	20697,569	51,7493	0,0028	38,0939	0,0034	1,0674	0,9815
25.2	25123,0921	55,2644	0,0025	44,7007	0,0031	1,0655	0,9899

Продолжение таблицы А.2

1	9	10	11	12	13	14	15
28.1	15837,148	45,4128	0,0036	29,6523	0,0048	1,1185	0,9908
28.2	16865,7119	37,3885	0,0028	25,8631	0,0039	1,0909	0,9878
1.1	1657,7358	5,2984	0,0035	2,007	0,0047	1,1524	0,9704
1.2	5181,9179	6,4913	0,0017	4,6484	0,0027	1,0054	0,9553
2.1	3528,6834	5,172	0,002	4,0984	0,0034	1,0342	0,9616
2.2	4982,9247	5,7412	0,0014	3,8046	0,002	1,01	0,9829
3.1	5227,5024	6,7268	0,0018	4,9532	0,0028	1,0345	0,9844
3.2	4309,0366	6,2949	0,0019	4,6942	0,0025	1,0348	0,9867
4.1	7680,9481	9,2325	0,0017	5,2483	0,0031	1,0048	0,9613
4.2	11441,8392	11,1287	0,0013	9,2872	0,0021	0,9907	0,9776
5.1	14239,8458	10,6241	0,001	8,8824	0,0016	0,9404	0,9701
6.2	8786,1648	11,301	0,0016	8,2212	0,0021	0,9907	0,9804
7.1	8555,8189	13,2526	0,0019	9,5272	0,0026	0,9929	0,9398
7.2	10748,4992	15,1928	0,0018	12,5938	0,0025	1,0243	0,979
8.1	14730,3135	13,8398	0,0013	11,7108	0,002	0,9551	0,9632
8.2	12262,9311	14,2458	0,0015	12,4963	0,0021	0,9644	0,9481
9.1	13811,2989	13,1018	0,0012	11,5672	0,0017	0,9177	0,9316
9.2	17017,1795	15,238	0,0012	13,7488	0,002	0,9725	0,9536
16.1	11247,2372	13,0556	0,0015	9,7052	0,0021	0,9948	0,9723
17.2	8017,3073	11,5925	0,002	9,2405	0,0032	1,0837	0,9505
18.1	12788,9878	21,5295	0,002	16,6072	0,0026	1,0318	0,9747
19.1	26729,9641	24,66	0,001	18,4502	0,0013	0,932	0,9748
20.1	12806,5482	23,0186	0,002	15,8648	0,0026	1,0453	0,9798
21.1	27097,6353	24,5927	0,0011	20,1764	0,0015	0,8867	0,9142
21.2	21035,9831	25,4903	0,0015	19,9968	0,002	0,9724	0,9685
22.1	23860,942	25,5204	0,0012	20,0641	0,0015	0,9413	0,9688
22.2	21003,5424	27,3144	0,0015	21,7626	0,0018	0,9728	0,9821
23.1	21707,6505	25,7229	0,0015	20,6854	0,002	0,9585	0,9506
23.2	23161,2779	27,6209	0,0014	20,8158	0,0018	0,9725	0,9698
27.1	11786,3071	21,3267	0,002	19,1851	0,0023	1,032	0,9478
27.2	11943,7434	21,0799	0,0019	17,2348	0,0023	1,0107	0,9865
28.1	17350,9374	20,7287	0,0015	16,0689	0,0021	0,9479	0,9312
29.1	20013,492	24,9781	0,0016	19,9622	0,0021	0,9915	0,9692
29.2	20031,8242	23,0576	0,0015	17,7509	0,0022	0,9917	0,9598
30.1	14241,8584	25,6945	0,0021	20,8787	0,0025	1,0173	0,9805
30.2	12596,0558	23,1321	0,0021	19,6128	0,0024	0,9521	0,9108
31.1	16664,1808	25,735	0,0018	19,6051	0,0023	1,0161	0,9337
31.2	20394,0495	28,2947	0,0016	22,6628	0,0019	0,9864	0,9503

Продолжение таблицы А.2

1	9	10	11	12	13	14	15
32.1	23757,7296	26,7904	0,0015	21,4916	0,002	0,9723	0,9653
32.2	23256,1664	28,7299	0,0015	22,1464	0,0018	0,9605	0,9476
33.1	9506,9272	15,7804	0,0018	7,7698	0,0025	0,9821	0,9656
33.2	6442,6127	13,0644	0,0022	9,9687	0,0027	1,0327	0,9825
34.1	14736,6216	16,1129	0,0013	11,3864	0,0017	0,9721	0,9506
34.2	12226,1759	15,146	0,0015	12,3692	0,0019	0,9887	0,9818
35.1	19403,9746	19,6211	0,0012	14,9003	0,0016	0,9778	0,9586
35.2	14683,322	16,1388	0,0013	11,23	0,0016	0,9519	0,9787
37.1	16197,5682	24,2062	0,0017	19,4234	0,0021	1,0225	0,9035
37.2	7258,2814	14,4911	0,0021	12,3443	0,0025	1,0313	0,9492
38.2	6806,5979	9,2588	0,0014	7,6551	0,0016	0,9149	0,8797
39.2	5423,7122	10,5156	0,0021	9,0542	0,0025	1,0414	0,9819
40.1	9073,5507	11,7207	0,0015	9,5142	0,0018	0,9695	0,9832
41.2	21094,9107	17,8279	0,001	13,6535	0,0012	0,9075	0,9543
42.1	15599,9664	22,8384	0,0017	20,0685	0,002	0,9994	0,9831
42.2	14508,3119	22,8079	0,0018	20,1798	0,0021	0,9717	0,9609
43.1	14728,9697	23,3849	0,0018	21,2457	0,0021	1,0014	0,9855
44.1	7385,6584	16,7098	0,0023	14,6998	0,0026	1,0007	0,9141
44.2	8462,3126	16,4441	0,002	14,0835	0,0023	0,9993	0,9752
45.1	14255,2475	14,919	0,0013	12,4148	0,0018	0,9247	0,9189
45.2	17022,7274	15,375	0,001	11,4303	0,0013	0,8948	0,891
46.2	16564,0213	15,8864	0,0012	11,1511	0,0015	0,9569	0,9701
47.1	25748,8814	17,5885	0,0008	12,8383	0,001	0,8705	0,9322
47.2	18891,9554	16,9051	0,0012	13,7507	0,0016	0,906	0,9234
48.1	17626,6533	22,2728	0,0015	18,8085	0,0018	0,9336	0,9585
48.2	16752,2794	21,8595	0,0015	18,3812	0,0018	0,9332	0,9477
49.2	12395,9774	19,4985	0,002	17,36	0,0025	0,9703	0,9497
50.1	17995,8564	20,7613	0,0013	17,0693	0,0016	0,9289	0,9101
50.2	17450,3373	20,8986	0,0014	17,7251	0,0017	0,9733	0,954
51.1	16062,2862	16,9976	0,0013	13,9102	0,0016	0,9502	0,9678
51.2	17288,2889	17,2054	0,0011	14,0561	0,0014	0,9472	0,9743
52.1	13650,8385	16,8457	0,0014	14,0614	0,0017	0,9855	0,9796
52.2	19616,6876	17,8304	0,001	14,8754	0,0012	0,9557	0,9776
53.1	17188,5091	17,4596	0,0012	13,2682	0,0016	0,9378	0,95
53.2	14377,9454	16,6535	0,0014	14,3889	0,0018	0,9489	0,943
54.1	21818,036	25,4017	0,0013	20,1842	0,0017	0,9523	0,9306
54.2	21578,1073	22,4088	0,0013	17,6301	0,0018	0,9529	0,9307
55.1	14581,3543	22,0014	0,0018	18,244	0,0021	0,9665	0,9569

Продолжение таблицы А.2

1	9	10	11	12	13	14	15
55.2	19937,8462	24,2409	0,0015	19,5399	0,002	0,9803	0,9754
56.1	16172,3283	24,0302	0,0017	19,6651	0,0021	1,0178	0,9714
56.2	21908,4751	26,3599	0,0014	21,2819	0,0017	0,9953	0,9445
57.1	6487,4565	12,487	0,0019	9,7869	0,0022	0,9857	0,9723
57.2	6128,0029	13,4129	0,0023	11,1471	0,0027	0,9827	0,9358
58.1	7852,9746	13,5158	0,0019	12,009	0,0021	0,9851	0,9668
58.2	8667,5109	13,296	0,0017	11,296	0,0021	0,9938	0,961
59.2	9237,729	13,8794	0,0018	12,7026	0,0021	0,9524	0,9374
60.1	12859,7509	20,6516	0,0021	16,5964	0,0025	0,9915	0,9754
60.2	12904,2386	17,1909	0,0016	14,4402	0,0021	0,9222	0,9183
61.1	19554,1675	21,9281	0,0014	17,7434	0,0018	0,9596	0,9498
61.2	26047,7258	26,1503	0,0013	21,7847	0,0018	0,9753	0,9636
62.1	16109,3719	21,1934	0,0017	17,4005	0,0022	0,9632	0,9586
62.2	18448,6135	20,9211	0,0017	17,4413	0,0022	0,9707	0,9535
63.1	5671,8837	11,6976	0,0022	10,3705	0,0025	1,0078	0,986
64.1	9538,922	13,8709	0,0016	11,995	0,0019	0,9809	0,9735
64.2	15147,379	15,1156	0,0011	12,4202	0,0013	0,9077	0,9429
65.2	11343,8828	15,024	0,0015	12,4755	0,0018	0,9784	0,9846
66.1	11162,3845	20,5031	0,0022	17,2809	0,0026	1,0043	0,9745
66.2	7867,4706	18,5865	0,0029	14,6765	0,0034	1,0312	0,9417
67.1	13992,0342	20,2198	0,0019	18,0609	0,0024	1,0191	0,977
67.2	18835,6988	23,5764	0,0015	19,4336	0,0019	0,9815	0,9574
68.1	14059,2452	21,9608	0,0019	18,8322	0,0024	0,9877	0,9718
68.2	12156,5909	20,9632	0,002	16,7761	0,0024	0,997	0,9604
69.1	12980,6434	14,8818	0,0015	12,8483	0,0019	0,9746	0,9643
69.2	17220,6574	14,022	0,0011	12,3861	0,0014	0,8719	0,8988
70.1	11139,7289	14,6158	0,0015	12,0433	0,0018	0,9465	0,8957
70.2	17265,9081	16,8248	0,0011	13,1284	0,0013	0,9041	0,9223
71.1	12618,7343	15,0508	0,0015	12,433	0,0019	0,8864	0,9091
71.2	17172,1499	15,398	0,0012	13,3627	0,0015	0,9192	0,9631
72.1	16168,6652	22,3975	0,0016	19,0562	0,0019	0,9994	0,9429
72.2	16498,4822	21,4295	0,0015	17,6536	0,0019	0,9988	0,9686
73.1	11787,1248	19,1516	0,0019	17,5586	0,0022	0,994	0,96
74.1	17780,5964	21,8417	0,0014	19,1058	0,0016	0,9655	0,956
74.2	24648,2254	23,0754	0,001	19,251	0,0013	0,9504	0,9711
75.1	9692,9957	12,5948	0,0016	9,954	0,0023	0,9554	0,9471
75.2	11347,8012	13,4482	0,0015	11,5724	0,002	0,9443	0,9538
76.1	10736,9191	15,3345	0,0017	12,0038	0,0021	1,0072	0,9802

Продолжение таблицы А.2

1	9	10	11	12	13	14	15
76.2	13511,3658	14,2163	0,0012	10,9564	0,0015	0,9701	0,9734
77.1	14527,0403	13,7611	0,0013	12,095	0,0017	0,9197	0,9525
77.2	16375,7171	15,7015	0,0012	13,5702	0,0017	0,9335	0,968
78.1	18437,8739	21,7313	0,0014	19,9416	0,0017	0,9703	0,9766
79.2	16988,1974	23,2464	0,0016	20,8426	0,002	0,9813	0,9446
80.1	14005,1427	19,8811	0,0018	18,4318	0,0022	0,9832	0,971
80.2	18671,9329	21,2066	0,0015	19,142	0,0019	0,9702	0,97
81.1	13680,5484	12,5562	0,0012	10,8857	0,0018	0,9618	0,9751
81.2	19024,9425	15,5829	0,001	11,1904	0,0013	0,908	0,964
82.1	8441,9483	13,3611	0,0018	11,822	0,0021	0,9868	0,9842
82.2	13624,013	14,6861	0,0013	11,1996	0,0016	0,9398	0,9733
83.1	12151,3644	13,1923	0,0014	11,1203	0,0018	0,9512	0,9738
83.2	16059,3609	13,5238	0,0011	11,1765	0,0015	0,8354	0,9186
84.1	17539,3578	18,0416	0,0014	15,5268	0,0018	0,9044	0,9517
84.2	12354,7626	17,3718	0,0017	16,0143	0,002	0,9242	0,918
85.1	10360,6035	18,2056	0,0019	15,7435	0,0023	0,9878	0,9704
85.2	12231,407	17,1115	0,0017	15,9752	0,0021	0,9728	0,9548
86.1	15916,3635	19,2066	0,0016	18,5847	0,0018	0,9558	0,9285
86.2	19321,4383	19,6042	0,0013	17,4488	0,0015	0,9341	0,9587
87.1	11576,593	14,8807	0,0015	11,7738	0,0019	0,9766	0,98
87.2	11561,5508	13,6459	0,0015	11,5181	0,002	0,9266	0,9414
88.2	13788,3158	14,7477	0,0013	12,349	0,0017	0,9089	0,9306
89.1	16200,7336	13,4975	0,0011	12,387	0,0017	0,8917	0,9279
89.2	15181,2173	16,1701	0,0013	12,113	0,0016	0,9315	0,95
90.1	25119,3069	29,6611	0,0014	24,5143	0,0018	0,9531	0,9128
90.2	33373,9974	32,3321	0,0011	25,5721	0,0014	0,925	0,9547
91.1	25446,3729	28,5967	0,0013	21,9122	0,0016	0,9333	0,9541
91.2	30386,1287	31,6152	0,0013	24,8344	0,0018	0,9555	0,9724
92.1	21933,4645	28,5803	0,0014	24,9632	0,0017	0,9743	0,9603
92.2	28553,6809	30,2667	0,0014	25,9585	0,002	0,9661	0,9642
93.1	14419,0948	14,1594	0,0012	11,6543	0,0015	0,9241	0,9677
93.2	14820,5337	14,3484	0,0011	10,7573	0,0014	0,9029	0,9495
94.1	12745,4311	14,8853	0,0013	11,874	0,0016	0,9662	0,9674
94.2	17888,2786	14,6295	0,001	11,172	0,0014	0,9201	0,9649
95.1	9108,6977	13,6528	0,0017	10,7935	0,002	0,9473	0,9527
95.2	9692,0515	13,5955	0,0019	11,3344	0,0023	0,9359	0,9374
96.1	23753,9981	30,0892	0,0016	25,5459	0,0019	0,9618	0,9796
96.2	29890,7224	30,1744	0,0013	25,2319	0,0019	0,9843	0,973

Продолжение таблицы А.2

1	9	10	11	12	13	14	15
97.1	22704,6078	26,9926	0,0015	21,1035	0,0021	0,9724	0,964
97.2	25920,3947	30,4732	0,0013	23,8841	0,0017	0,9808	0,9772
98.1	9203,4477	22,2481	0,0027	19,3843	0,0031	1,0176	0,9788
98.2	22141,6765	27,7827	0,0016	23,652	0,0021	0,9827	0,9689
99.1	14811,905	13,7655	0,0013	11,3595	0,002	0,9431	0,9388
99.2	11956,7221	13,1412	0,0014	11,1398	0,0019	0,937	0,9614
100.1	13422,9835	15,5032	0,0013	10,7457	0,0017	0,9555	0,9718
100.2	12065,1872	13,4119	0,0015	11,3619	0,002	0,997	0,9673
101.1	6651,3617	12,24	0,0021	10,2857	0,0026	0,9696	0,9354
101.2	6511,4978	12,6813	0,0022	10,9704	0,0025	1,0073	0,9755
102.1	21324,3471	30,2305	0,0017	25,2965	0,0021	0,9868	0,9866
102.2	26428,3924	30,3366	0,0014	25,0453	0,0019	0,9337	0,9263
103.1	18915,0061	25,6517	0,0017	20,3608	0,0022	0,9689	0,9499
103.2	15491,404	25,9092	0,0021	22,5052	0,0027	1,0116	0,9759
104.1	18838,7434	29,3674	0,0017	25,2112	0,0021	1,0229	0,9576
104.2	25210,9722	31,0703	0,0015	24,345	0,0019	0,9933	0,973
01	14992,5993	26,6233	0,0018	20,6817	0,0021	1,0459	0,9446
03	22114,48	31,3809	0,0014	23,792	0,0017	0,9974	0,9426
04	18178,6971	27,4384	0,0015	23,9885	0,0017	0,9862	0,9521
06	21226,5494	26,3544	0,0015	20,4317	0,0019	1,0103	0,9565
02	16022,6795	23,5263	0,0016	20,4644	0,0019	0,9977	0,898
05	13347,7822	19,1813	0,0014	13,611	0,0017	0,9781	0,9307
08	11319,6339	20,1759	0,0024	19,291	0,003	1,0693	0,9459
10	13133,4806	27,5009	0,0022	26,7976	0,0023	1,0472	0,9488
09	10587,3162	24,4679	0,0023	16,8909	0,0028	1,0964	0,9713
12	10542,2718	20,8353	0,0019	15,5194	0,0023	1,0567	0,9474
11	20566,0193	29,2951	0,0016	24,9693	0,0019	1,0593	0,9632

Продолжение таблицы А.2

№	D_b	R_b^2	s	$D_{b,1}$	$D_{b,2}$	$D_{b,3}$	$D_{b,4}$
1	16	17	18	19	20	21	22
2.1	1,3556	0,9988	7	0,9189	0,927	0,9565	1,229
2.2	1,3568	0,9988	9	0,9362	0,878	0,8517	0,8873
4.1	1,2675	0,9982	6	0,8889	0,899	0,9803	1,0546
7.2	1,3544	0,999	9	0,8803	0,8916	0,9071	0,9799
11.1	1,4335	0,9991	9	0,9252	0,9132	0,9589	1,1157
11.2	1,4847	0,999	11	0,946	0,9629	1,0901	1,3382

Продолжение таблицы А.2

1	16	17	18	19	20	21	22
16.1	1,1818	0,9993	5	0,8907	0,9058	0,9327	0,997
16.2	1,1063	0,9996	21	0,8955	0,9162	0,9078	1,0127
18.2	1,1323	0,9991	4	0,884	0,8638	0,9066	0,8881
19.2	1,2053	0,9989	7	0,9603	0,8913	0,9239	1,0719
20.2	1,1657	0,9993	4	0,8645	0,806	0,7749	0,8924
21.1	1,0927	0,9995	4	0,8672	0,8149	0,7846	0,8042
21.2	1,2056	0,9986	4	0,8498	0,8247	0,8653	0,9329
22.1	1,2077	0,9992	4	0,9192	0,927	0,9237	0,9857
22.2	1,1677	0,9986	3	0,9628	0,9166	0,9471	0,9797
23.1	1,2759	0,9985	5	0,8384	0,8338	1,0227	0,9689
23.2	1,2918	0,9988	6	0,8678	0,8412	0,8519	0,9405
24.1	1,2002	0,9989	5	0,8631	0,8379	0,8351	0,9542
24.2	1,1631	0,9987	4	0,8617	0,8247	0,7846	0,9115
25.1	1,1836	0,9993	5	0,8977	0,9178	0,886	0,9065
25.2	1,1424	0,9992	4	0,8631	0,8379	0,8095	0,8246
28.1	1,1925	0,9993	4	0,8617	0,8247	0,8095	0,9087
28.2	1,1767	0,9987	4	0,8519	0,8247	0,859	0,9337
1.1	1,383	0,9993	10	1,0566	1,0853	1,0967	1,0897
1.2	1,2779	0,9994	16	1,0142	0,937	0,9876	0,9973
2.1	1,288	0,9993	12	1,0156	0,9812	1,0686	1,0199
2.2	1,1126	0,9993	5	1,0188	0,967	0,9408	0,993
3.1	1,1393	0,9988	6	1,0151	0,9425	0,9029	0,974
3.2	1,1275	0,9995	5	0,9955	0,9436	0,9114	0,9864
4.1	1,2048	0,9991	8	1,0071	0,9088	0,937	1,0417
4.2	1,1212	0,9993	7	0,9791	0,9031	0,8774	0,9455
5.1	1,0845	0,999	6	0,9042	0,9484	0,8195	0,8182
6.2	1,1038	0,9992	5	1,0562	0,9131	0,8719	0,9109
7.1	1,3201	0,9986	12	0,9469	0,9116	0,9156	0,8909
7.2	1,1542	0,9991	6	0,9313	0,8911	0,8975	0,9457
8.1	1,1502	0,9986	9	0,9343	0,869	0,8649	0,9534
8.2	1,2852	0,9987	18	0,9556	0,9149	0,8794	0,8834
9.1	1,272	0,9989	17	0,9655	0,9693	0,8614	0,914
9.2	1,2253	0,9993	12	0,9287	0,9061	0,9089	0,8824
16.1	1,1584	0,9993	8	0,9722	0,9347	0,8747	0,9021
17.2	1,3328	0,9986	8	1,1336	1,2437	1,3869	1,3804
18.1	1,1846	0,9993	7	1,0122	0,9285	0,9168	0,9249
19.1	1,0789	0,999	12	0,8985	0,874	0,8546	0,9493
20.1	1,1735	0,9985	6	0,903	0,8866	0,9961	0,9528

Продолжение таблицы А.2

1	16	17	18	19	20	21	22
21.1	1,2801	0,9992	17	0,9559	0,8258	0,8617	0,8382
21.2	1,1531	0,9992	9	0,8971	0,9092	0,8741	0,9048
22.1	1,1011	0,9995	8	0,9724	0,8514	0,8463	0,894
22.2	1,0827	0,9993	6	0,9171	0,9079	0,8917	0,9308
23.1	1,2386	0,9988	13	0,9378	0,8723	0,8836	0,8609
23.2	1,153	0,9992	9	0,8995	0,8602	0,8805	0,8757
27.1	1,3095	0,9996	12	0,9194	0,9025	0,9177	0,923
27.2	1,1018	0,9988	5	0,9344	0,9089	0,885	1,0097
28.1	1,3012	0,999	15	0,9063	0,9636	0,8304	0,8985
29.1	1,1712	0,999	8	0,9046	0,8648	0,8739	0,8779
29.2	1,2147	0,9986	9	0,9087	0,898	0,8921	0,8775
30.1	1,1413	0,9992	6	0,9138	0,9056	0,8624	0,9005
30.2	1,3815	0,9989	14	0,9329	0,879	0,9116	0,9653
31.1	1,3663	0,9992	13	0,8998	0,9077	0,953	0,8785
31.2	1,2644	0,9991	11	0,8923	0,9423	0,9001	0,9007
32.1	1,1708	0,9987	9	0,9279	0,8772	0,896	0,9067
32.2	1,2354	0,9991	11	0,9076	0,9211	0,8957	0,9093
33.1	1,1918	0,9993	10	0,9541	0,9124	0,8989	0,9038
33.2	1,141	0,9988	5	0,9915	0,8981	0,8804	0,9395
34.1	1,2426	0,9983	11	0,9896	0,9121	0,9497	0,9063
34.2	1,1003	0,999	6	0,9557	0,8971	0,8829	0,8832
35.1	1,1985	0,9983	10	0,906	0,9461	1,1888	0,9653
35.2	1,0847	0,9995	8	0,9379	0,8956	0,9559	0,8268
37.1	1,4346	0,999	11	0,9681	1,3691	1,327	1,2751
37.2	1,3006	0,999	10	0,9687	0,9919	0,8547	0,9899
38.2	1,4335	0,9982	15	0,9396	0,9112	0,9482	1,2388
39.2	1,1499	0,9993	5	1,3589	1,1489	0,8591	0,9041
40.1	1,0746	0,9989	6	0,9559	0,9051	0,9208	0,8748
41.2	1,1598	0,999	12	0,937	0,8738	0,8941	0,9284
42.1	1,104	0,9992	5	0,9009	0,887	0,9531	0,8256
42.2	1,1957	0,9993	12	0,9308	0,8895	0,9169	0,887
43.1	1,0953	0,9988	5	0,9186	0,9049	0,9512	0,8584
44.1	1,4158	0,9991	15	1,2981	1,1437	0,9504	0,9035
44.2	1,1629	0,9991	9	0,9531	0,9228	0,8717	0,9227
45.1	1,2775	0,9984	12	1,1725	0,9179	0,9151	1,1004
45.2	1,3989	0,9988	16	0,8868	0,8702	0,8726	0,8947
46.2	1,1232	0,999	8	0,9471	0,8946	0,9428	0,9095
47.1	1,199	0,9986	14	0,9715	0,9026	0,8918	0,9122

Продолжение таблицы А.2

1	16	17	18	19	20	21	22
47.2	1,2849	0,9992	15	0,9577	0,9051	0,976	0,8585
48.1	1,1689	0,9982	11	0,9196	0,8893	0,8845	0,8537
48.2	1,1996	0,9991	11	0,9101	0,9146	0,8	0,9413
49.2	1,2731	0,9991	14	0,9422	0,8943	0,8525	0,9036
50.1	1,3387	0,9993	16	0,9495	0,9296	0,9359	0,8899
50.2	1,2128	0,9993	9	0,9156	0,8709	0,8929	0,839
51.1	1,1202	0,9989	8	0,9482	0,9127	0,8649	0,8537
51.2	1,0929	0,9993	7	0,901	0,9042	0,8582	0,895
52.1	1,1262	0,9991	8	0,9263	0,9778	0,8536	0,9669
52.2	1,0808	0,9993	6	0,8865	0,9065	0,8773	0,9702
53.1	1,2057	0,9984	11	0,8954	0,8903	0,8408	0,8442
53.2	1,2352	0,9983	12	0,9868	0,8826	0,9833	0,9188
54.1	1,2826	0,9988	12	0,9136	1,0063	0,8587	0,9901
54.2	1,2554	0,998	10	0,932	0,9309	0,8517	1,0628
55.1	1,1792	0,9987	9	1,0596	0,8519	0,9232	1,0988
55.2	1,1207	0,9989	7	0,906	0,8682	0,8885	0,8717
56.1	1,2018	0,9994	9	0,8999	0,874	0,9403	0,9173
56.2	1,2701	0,9992	10	0,9177	1,0175	1,0266	0,972
57.1	1,1286	0,9993	6	0,9898	0,8666	0,8916	0,9418
57.2	1,3161	0,9992	13	0,9653	0,9171	0,8958	0,9311
58.1	1,1978	0,9987	12	0,9367	0,9142	0,8907	0,89
58.2	1,233	0,9993	12	0,9414	0,9135	0,8888	0,887
59.2	1,296	0,9988	15	0,9559	0,9338	0,9142	0,8958
60.1	1,1212	0,9989	6	0,9833	0,8979	0,9281	0,8917
60.2	1,2872	0,9994	17	0,981	0,9348	1,039	1,0573
61.1	1,2383	0,9986	13	0,909	0,8942	0,8855	0,8622
61.2	1,1417	0,9981	6	1,0087	1,0896	0,9232	0,9204
62.1	1,1606	0,999	8	0,9668	0,881	0,9961	0,9514
62.2	1,1981	0,9998	11	0,9848	0,851	1,0059	0,9954
63.1	1,1016	0,9993	5	0,9892	0,9334	0,8973	0,8911
64.1	1,1601	0,9984	12	0,961	0,9179	0,9763	0,9123
64.2	1,2386	0,9991	16	0,9112	0,8969	0,8886	0,8365
65.2	1,0706	0,9993	5	0,9544	0,9109	0,8987	0,9245
66.1	1,1524	0,9991	7	0,9496	0,8802	0,9709	0,9272
66.2	1,3367	0,9987	10	0,9547	0,9156	0,8911	0,9457
67.1	1,1585	0,9993	7	1,0016	0,8983	0,908	0,9547
67.2	1,2163	0,9992	11	0,952	0,877	0,884	0,8862
68.1	1,1479	0,9994	8	0,9526	0,9008	0,918	0,9411

Продолжение таблицы А.2

1	16	17	18	19	20	21	22
68.2	1,2039	0,9993	8	0,9777	0,9033	0,9527	0,9753
69.1	1,1693	0,9989	9	0,9496	0,918	0,8664	0,8644
69.2	1,3069	0,9982	15	0,9677	0,9072	0,9684	1,2628
70.1	1,4175	0,999	14	0,9681	0,9893	0,9539	1,0086
70.2	1,3034	0,9995	17	0,924	0,8928	0,8663	0,941
71.1	1,3009	0,9989	16	0,9888	0,8879	1,0287	0,9934
71.2	1,087	0,9988	7	0,9991	0,8902	0,8386	0,9036
72.1	1,295	0,9995	11	0,904	0,8953	0,8838	0,8834
72.2	1,1736	0,9989	7	0,9602	0,8655	0,8709	0,8768
73.1	1,246	0,9993	11	0,8999	0,9656	0,863	0,8822
74.1	1,1825	0,9987	9	0,9722	0,9308	0,9201	1,1091
74.2	1,1046	0,9985	7	0,8711	0,8768	0,895	0,9805
75.1	1,2017	0,9988	10	1,006	0,9065	0,9425	0,9806
75.2	1,1853	0,9992	11	1,0009	0,8529	0,914	0,9049
76.1	1,1304	0,999	6	0,9296	0,9478	0,9018	0,8944
76.2	1,1251	0,999	8	0,9361	0,897	0,8873	0,8705
77.1	1,1383	0,9994	12	1,0786	0,8743	0,9085	0,922
77.2	1,0978	0,9994	8	0,9631	0,8792	0,8518	0,9249
78.1	1,0975	0,9992	6	0,8962	0,9304	0,8873	0,8736
79.2	1,244	0,9983	10	0,8947	0,9211	0,9049	1,1311
80.1	1,1421	0,999	7	0,9497	0,9201	0,8751	0,9404
80.2	1,1251	0,9992	7	0,9328	0,9797	0,8245	0,968
81.1	1,1066	0,9988	8	0,9486	0,9059	0,8831	0,9494
81.2	1,093	0,9987	8	0,9467	0,8552	0,8619	0,9003
82.1	1,0772	0,9993	4	0,9793	0,8442	0,9032	0,8993
82.2	1,0833	0,9989	8	0,9213	0,9199	0,8476	0,9016
83.1	1,0942	0,9988	7	0,9761	0,8753	0,8483	0,891
83.2	1,1818	0,9986	15	0,8592	0,9185	0,8301	0,9558
84.1	1,1465	0,9987	13	0,9481	0,8638	0,8464	0,894
84.2	1,3011	0,999	14	0,9401	0,8828	0,8609	0,9266
85.1	1,1364	0,9991	6	0,9829	0,88	0,8848	0,9907
85.2	1,1893	0,9985	9	0,9715	1,0055	0,9785	0,9018
86.1	1,3186	0,9994	15	0,9024	0,8854	0,8789	0,8682
86.2	1,147	0,999	12	0,8299	0,9701	0,8218	0,8821
87.1	1,1004	0,9995	7	0,9354	0,9196	0,8737	0,9361
87.2	1,2264	0,9985	12	1,0065	0,8766	0,8642	0,9158
88.2	1,2571	0,9991	14	0,942	0,9183	0,8191	0,8957
89.1	1,2055	0,9987	13	1,0987	0,8471	0,8893	1,0821

Продолжение таблицы А.2

1	16	17	18	19	20	21	22
89.2	1,2001	0,9989	11	0,9749	0,9217	0,8627	0,8674
90.1	1,3391	0,9988	14	0,9221	1,1372	0,9239	1,143
90.2	1,149	0,9991	10	0,9409	0,8657	0,8702	0,8496
91.1	1,1486	0,9982	9	0,9596	0,8845	0,9672	0,8955
91.2	1,094	0,9983	6	0,8898	0,9423	0,8647	0,9381
92.1	1,2048	0,9988	10	0,8874	0,8836	0,8915	0,8779
92.2	1,1414	0,9993	7	0,9911	0,8876	0,8962	0,8461
93.1	1,0835	0,9983	7	0,9897	0,9086	0,8153	0,8884
93.2	1,1868	0,9989	13	0,9168	0,9548	0,8645	0,9194
94.1	1,1597	0,9989	9	0,9176	0,9025	0,8732	0,8538
94.2	1,0865	0,9989	7	1,0399	0,9142	0,8177	0,8903
95.1	1,1753	0,9985	10	0,8958	0,9036	0,9144	0,962
95.2	1,2473	0,999	13	0,9145	0,9607	0,9254	0,9232
96.1	1,0864	0,999	7	0,8716	0,8812	0,9155	0,8759
96.2	1,1308	0,999	7	0,906	0,9495	0,8762	0,8875
97.1	1,182	0,9988	10	0,8984	0,9067	0,868	1,0388
97.2	1,1269	0,9992	8	0,876	0,8752	0,8629	0,9093
98.1	1,1703	0,9995	9	0,9354	0,915	0,8717	0,9303
98.2	1,1506	0,9994	8	0,9013	0,908	0,9588	0,8577
99.1	1,2172	0,9991	11	0,9518	0,9388	0,9986	0,9412
99.2	1,1259	0,9986	9	0,9687	0,902	0,9171	0,8962
100.1	1,1247	0,9991	9	0,9238	0,9111	0,9062	0,8468
100.2	1,1766	0,9982	8	0,9319	0,9622	0,9298	0,8999
101.1	1,2834	0,9985	13	1,0829	0,9377	1,03	1,0625
101.2	1,1451	0,9991	6	0,9897	0,9709	0,9456	0,9598
102.1	1,0738	0,9996	5	0,8902	0,8811	0,8909	0,8674
102.2	1,2609	0,9992	13	1,0054	0,8532	1,004	0,9515
103.1	1,2343	0,9991	11	0,947	0,9139	0,9113	0,9187
103.2	1,157	0,9991	7	0,8958	0,9122	0,8579	0,8969
104.1	1,2666	0,9992	10	0,912	0,8755	0,9464	0,8308
104.2	1,1577	0,9994	8	0,8881	0,8929	0,9266	0,9709
01	1,303	0,9989	8	1,1236	0,9888	1,1274	1,0423
03	1,253	0,998	8	1,0226	0,9131	0,9734	1,0022
04	1,2305	0,9995	10	0,9683	0,9528	0,9246	1,1018
06	1,2313	0,9992	8	0,9179	0,944	0,8541	0,9815
02	1,4582	0,9991	13	0,9669	0,9138	1,0199	1,1906
05	1,3079	0,9993	13	1,0388	1,0899	0,903	1,2605
08	1,3874	0,9994	14	0,7968	0,9561	0,9259	1,0282

Продолжение таблицы А.2

1	16	17	18	19	20	21	22
10	1,3047	0,9988	9	1,0235	1,09	1,0027	1,2217
09	1,2762	0,9996	8	0,9944	1,0255	1,0385	1,0438
12	1,3423	0,9995	11	1,0201	0,9732	0,9873	0,9873
11	1,2711	0,9985	8	0,8783	0,9044	0,9037	1,0075

Продолжение таблицы А.2

№	$D_{b,5}$	$D_{b,6}$	$D_{b,7}$	$D_{b,8}$	$D_{b,9}$	$D_{b,10}$	k
1	23	24	25	26	27	28	29
2.1	0,926	1,2389	1,2624	1,2552	1,3577	1,3068	5
2.2	1,0336	1,1709	1,2466	1,3415	1,3043	1,3158	4
4.1	1,1068	1,2509	1,2668	1,2014	1,1783	1,1147	4
7.2	0,9859	1,0588	1,1427	1,2958	1,4279	1,3455	4
11.1	1,0252	1,2007	1,3594	1,3085	1,4493	1,4619	3
11.2	1,3122	1,3931	1,3378	1,4944	1,3595	1,4229	2
16.1	0,9664	1,1359	1,0387	1,2272	1,1643	1,1114	4
16.2	1,0199	1,1546	1,1019	1,0858	1,1207	1,1109	4
18.2	0,9368	0,997	1,0029	1,1103	1,2474	1,0634	4
19.2	0,9427	1,0363	1,1438	1,1498	1,4078	1,1157	2
20.2	0,9105	1,0578	1,077	1,05	1,1739	1,2268	5
21.1	0,8963	0,9553	0,9697	0,988	1,0498	1,1418	7
21.2	0,9179	1,1227	1,1318	1,1239	1,2315	1,2074	6
22.1	1,0951	1,1715	1,1081	1,165	1,2016	1,1407	2
22.2	1,0612	1,1636	1,1114	1,2066	1,0748	1,146	1
23.1	1,1341	1,1354	1,1827	1,2792	1,3052	1,1792	4
23.2	0,959	1,0773	1,2637	1,288	1,3311	1,2028	4
24.1	0,9074	1,001	1,1049	1,3162	1,1744	1,1377	4
24.2	0,889	1,014	1,2227	1,0472	1,1487	1,1033	5
25.1	0,9512	1,1342	1,0753	1,2527	1,16	1,1232	3
25.2	0,9055	0,9709	0,9959	1,0396	1,193	1,2081	6
28.1	0,9341	1,0512	1,0351	1,2344	1,2839	1,1965	4
28.2	0,9609	1,0877	1,0153	1,1606	1,2685	1,2209	4
1.1	1,0457	1,0451	1,1855	1,2736	1,3394	1,4341	5
1.2	0,9856	1,1682	1,2735	1,2787	1,1748	1,291	3
2.1	0,9555	1,0599	1,2385	1,3445	1,1555	1,1467	3
2.2	0,9378	0,9517	0,9608	1,1034	1,0868	1,0813	4
3.1	0,9216	0,9995	1,1095	1,0384	1,1512	1,1992	3
3.2	0,9341	0,9842	0,995	1,0729	1,1781	1,1655	4

Продолжение таблицы А.2

1	23	24	25	26	27	28	29
4.1	1,0015	1,1485	1,1645	1,2156	1,1423	1,0646	1
4.2	0,9407	0,9575	1,1121	1,1223	1,1146	1,0025	3
5.1	0,8994	0,9591	1,1696	1,0992	1,1193	0,9689	3
6.2	0,9514	0,9755	0,9991	1,0185	1,1422	1,0651	3
7.1	0,9148	1,3167	1,1437	1,2092	1,326	1,1654	4
7.2	0,9269	0,991	1,122	1,1214	1,1218	1,1045	4
8.1	0,9394	0,9657	1,1708	1,108	1,1317	1,2253	2
8.2	0,9178	1,2292	1,1246	1,3341	1,1438	1,019	3
9.1	1,0043	1,0277	1,2631	1,1509	1,2751	1,0695	3
9.2	0,928	1,0293	1,0756	1,2477	1,2794	1,2557	3
16.1	0,9308	0,975	1,0702	1,1288	1,1504	1,1566	3
17.2	1,071	1,0813	1,1738	1,193	1,1591	1,1417	2
18.1	0,9463	0,9451	1,1456	1,0997	1,1894	1,102	4
19.1	0,824	0,8678	0,9207	0,9975	1,1236	1,0102	5
20.1	0,9273	0,9589	1,052	1,1708	1,1916	1,1465	4
21.1	0,9542	1,0686	1,1412	1,2322	1,1336	1,1864	2
21.2	0,8775	0,9563	0,9651	1,0551	1,1442	1,2324	3
22.1	0,955	0,9785	0,9725	1,0945	1,0531	1,0678	3
22.2	0,8602	0,9621	0,9554	1,0485	0,9954	1,1046	4
23.1	0,9106	0,996	1,0775	1,1205	1,4949	1,0946	4
23.2	0,8951	0,9808	1,0246	1,0662	1,2151	1,1498	4
27.1	1,1127	1,3179	1,2653	1,2337	1,1232	1,1933	4
27.2	0,9551	1,0028	0,9822	0,9594	1,0973	1,0123	4
28.1	0,9272	1,2563	1,242	1,246	1,2459	1,0638	3
29.1	0,9577	0,9067	1,0429	1,2519	1,181	1,0892	4
29.2	0,9429	0,9509	1,1266	1,0586	1,2939	1,2085	4
30.1	0,9244	0,9776	1,0012	1,1702	1,2444	1,0802	3
30.2	0,9421	1,2924	1,402	1,2731	1,4513	1,3624	1
31.1	1,1852	1,2486	1,2593	1,2996	1,2974	1,2623	4
31.2	0,8545	0,9029	0,9977	1,2044	1,3737	1,3358	4
32.1	0,9027	0,9938	0,9598	1,1079	1,096	1,2558	3
32.2	0,8882	0,9636	1,1577	1,2695	1,1903	1,1504	4
33.1	0,9689	0,9931	1,0925	1,2092	1,2087	1,0274	4
33.2	0,9835	1,0953	1,0331	1,0877	1,1564	1,1473	4
34.1	0,8822	0,9516	0,996	1,2464	1,2862	1,1493	4
34.2	0,8767	0,916	1,0986	1,0294	1,1676	0,9929	4
35.1	1,013	0,9205	1,108	1,0222	1,143	1,1626	4
35.2	0,8389	0,8889	0,9995	1,0346	1,191	0,9837	4

Продолжение таблицы А.2

1	23	24	25	26	27	28	29
37.1	1,291	1,374	1,2238	1,3176	1,2984	1,175	3
37.2	1,05	1,3184	1,3175	1,1095	1,0575	1,1361	3
38.2	1,1428	1,4416	1,3569	1,2644	1,342	1,2317	4
39.2	0,9295	1,0111	1,0656	1,0992	1,0491	1,0813	4
40.1	0,9167	0,9443	1,1473	0,9526	1,0659	0,9564	4
41.2	0,8101	0,9194	0,942	1,166	1,0636	1,2139	5
42.1	0,9212	0,9353	0,9944	1,1064	1,0485	1,1044	4
42.2	0,96	1,0581	1,1685	1,1831	1,1003	1,0889	2
43.1	0,9589	0,9335	0,963	1,0165	1,099	1,1189	4
44.1	1,0633	1,2906	1,38	1,314	1,3883	1,1039	2
44.2	0,9685	1,0408	1,027	1,0088	1,1477	1,2412	3
45.1	0,9276	1,1711	1,3476	1,1973	1,0436	1,1134	2
45.2	0,9131	1,01	1,2957	1,2977	1,3701	1,3565	5
46.2	0,8543	0,9271	1,0295	1,1986	1,0837	1,0696	4
47.1	0,8709	1,1545	1,1156	1,0356	1,1005	1,1391	5
47.2	0,8764	1,1612	1,2499	1,2396	1,3026	1,2266	4
48.1	0,8642	0,992	1,0342	0,9308	1,2924	1,1284	4
48.2	0,9097	0,9721	1,2151	1,06	1,2168	1,192	3
49.2	0,9569	0,9448	0,9823	1,2412	1,341	1,2909	2
50.1	1,2716	1,2053	1,2006	1,2411	1,2192	1,1233	4
50.2	0,9298	1,0967	1,1176	1,144	1,1818	1,2554	4
51.1	0,8716	0,9594	0,9679	1,1083	1,1391	1,105	4
51.2	0,8624	0,9124	0,9533	1,0083	1,1043	1,1233	4
52.1	0,8398	0,8907	0,9986	0,9869	1,1858	1,1724	5
52.2	0,8385	0,9601	1,0446	1,0739	1,0361	0,9501	5
53.1	0,9024	0,8759	1,0402	1,0972	1,3113	1,2774	4
53.2	1,0137	1,1664	1,0747	1,2366	1,1405	1,2267	3
54.1	1,0651	0,9594	1,2639	1,1768	1,2399	1,28	4
54.2	1,0549	1,1675	1,1317	1,2324	1,2641	1,146	2
55.1	0,92	1,141	1,0796	0,9928	1,0828	0,9896	1
55.2	0,8978	0,934	0,9933	1,2034	1,0925	1,1497	3
56.1	0,859	0,9448	1,027	1,1773	1,2015	1,264	5
56.2	1,0336	1,0379	1,2385	1,1075	1,1367	1,3001	4
57.1	1,0006	1,1235	1,0219	0,9888	1,0859	1,0756	2
57.2	1,0615	1,2659	1,184	1,337	1,1652	1,3509	2
58.1	0,915	1,0048	1,1154	1,1026	1,2258	1,1404	4
58.2	0,9472	1,0752	1,2559	1,3133	1,1434	1,085	4
59.2	0,9005	1,2322	1,04	1,2482	1,4065	1,1141	3

Продолжение таблицы А.2

1	23	24	25	26	27	28	29
60.1	0,9737	1,0314	1,0145	1,0404	1,0739	1,0398	1
60.2	1,2136	1,2082	1,1693	1,0883	1,069	1,1475	0
61.1	0,9673	0,9765	1,0847	1,1657	1,2884	1,2935	4
61.2	0,9633	1,0513	1,1504	1,1091	1,0014	1,0139	3
62.1	0,9833	1,1155	1,0474	1,2527	1,0752	1,0291	1
62.2	0,9796	1,1899	1,1746	0,9801	1,2595	1,1069	1
63.1	0,9231	0,9658	0,9702	1,0393	1,1524	1,0816	3
64.1	0,9051	0,9905	1,0717	1,135	1,1	1,0417	4
64.2	0,9492	0,8883	1,0604	0,9762	1,2812	1,2584	5
65.2	0,9333	0,8941	0,9154	0,9888	1,1272	1,034	4
66.1	0,9136	1,059	1,0468	1,1187	1,1401	1,1169	1
66.2	1,0062	1,2581	1,387	1,2908	1,1131	1,2553	1
67.1	0,9495	1,0074	1,011	1,1335	1,0999	1,1941	3
67.2	0,93	1,0847	1,1682	1,1363	1,1199	1,2093	3
68.1	1,0183	0,9797	1,0357	1,0795	1,0396	1,1763	2
68.2	0,877	1,1805	1,074	1,2569	1,1281	1,0886	2
69.1	0,9108	1,0851	1,163	1,0782	1,1148	1,184	3
69.2	1,0077	1,1079	1,0926	1,3092	1,2118	1,2882	3
70.1	1,0268	1,366	1,2764	1,2978	1,1379	1,3829	4
70.2	0,8463	1,1224	1,1351	1,0967	1,3444	1,295	5
71.1	1,1624	1,2901	1,0598	1,2903	1,3149	0,9356	2
71.2	0,9836	1,0431	0,9271	0,9553	1,0153	1,1001	3
72.1	0,9765	1,234	1,0674	1,302	1,2788	1,2766	5
72.2	0,8997	1,0704	1,1235	1,1554	1,0911	1,1132	4
73.1	0,9036	0,9893	0,9888	1,0603	1,4668	1,3176	4
74.1	1,0343	1,254	0,9317	0,9964	1,0983	0,9715	4
74.2	0,8626	0,9761	1,017	0,9644	1,0408	1,0962	5
75.1	0,9939	1,1926	1,1042	1,2735	1,1104	1,1204	1
75.2	0,9568	0,9974	1,1719	1,1295	1,1401	1,2365	2
76.1	0,9018	1,169	0,9907	1,0367	1,0458	1,1537	4
76.2	0,9047	0,9989	0,9715	1,0976	1,1522	1,1266	4
77.1	0,8872	1,0864	1,0035	1,0485	1,1733	1,0258	2
77.2	0,8506	0,9098	1,0732	1,0526	0,9793	1,043	2
78.1	0,9198	0,9217	0,9695	1,0559	1,1013	1,0524	3
79.2	1,2128	1,1699	1,0397	0,9959	1,0655	1,0927	3
80.1	0,9521	0,9398	1,1076	1,0863	1,0831	1,1479	3
80.2	0,8766	0,94	1,1085	0,9926	1,1492	1,1367	3
81.1	0,8621	1,0386	1,1284	1,0095	0,994	1,1809	3

Продолжение таблицы А.2

1	23	24	25	26	27	28	29
81.2	0,873	0,8753	1,0276	1,0804	1,2019	0,9497	4
82.1	0,9789	0,9405	0,987	0,9496	1,1488	1,0072	3
82.2	0,8379	0,9057	0,9758	1,0507	1,071	1,022	3
83.1	0,8993	0,9468	0,9703	1,0612	1,0903	1,044	3
83.2	0,9025	1,0769	1,2203	1,0274	0,9878	1,1332	1
84.1	0,9006	0,9659	1,0626	1,276	1,0029	1,1763	1
84.2	1,0674	1,2546	1,1373	1,3247	1,1946	1,0729	2
85.1	0,9981	1,0331	0,9941	1,0619	1,113	1,0814	1
85.2	0,9098	1,2019	1,0652	1,2283	1,0603	1,065	1
86.1	0,9151	1,1105	1,1563	1,3286	1,2993	1,1889	4
86.2	0,8704	1,1175	0,9664	1,2077	1,0844	1,0045	3
87.1	0,8462	0,9184	0,9535	1,0078	1,0922	1,2054	4
87.2	0,8765	0,9556	1,0957	1,2526	1,3001	1,2483	2
88.2	0,9429	1,035	1,2779	1,2973	1,0674	1,1162	3
89.1	0,9698	1,0399	1,184	1,124	1,007	1,072	2
89.2	0,8728	0,9672	1,1175	1,1054	1,2545	1,096	4
90.1	1,0489	1,1049	1,3058	1,1692	1,246	1,2926	3
90.2	0,8992	0,8883	0,992	1,1335	1,2122	1,0326	4
91.1	1,0015	1,0302	0,9783	0,9766	1,2303	1,1758	2
91.2	0,8897	0,9699	1,0401	1,1098	1,0524	0,9934	3
92.1	0,8817	0,9663	1,0717	1,1198	1,2513	1,1648	5
92.2	1,0438	1,1418	1,05	1,0369	1,0709	1,112	2
93.1	0,8891	0,9142	1,0708	0,9644	1,0853	1,0087	3
93.2	0,8827	0,9409	0,9411	1,0371	1,1423	1,2933	4
94.1	0,9324	1,016	1,1591	0,9019	1,1723	1,1425	5
94.2	0,8988	0,9454	1,0187	1,0717	1,0373	0,9576	3
95.1	1,0257	1,1215	1	1,1524	1,1764	1,1515	1
95.2	0,9589	1,1683	1,1669	1,2733	1,2543	1,1744	1
96.1	0,9298	0,905	0,9964	0,9801	1,0763	1,0448	4
96.2	0,8951	0,9575	1,1196	1,1161	1,0425	1,1683	3
97.1	0,9312	0,9978	0,9857	1,0358	1,1567	1,2984	3
97.2	0,8664	0,9466	0,908	1,0279	1,2014	1,144	5
98.1	1,0102	1,0201	1,0438	1,042	1,1587	1,2104	2
98.2	0,9177	1	1,1034	1,0631	1,1327	1,0982	3
99.1	1,0692	1,2332	1,0578	1,3266	1,0879	1,1151	1
99.2	0,9225	0,9158	0,9914	1,0886	1,046	1,1468	2
100.1	0,966	0,9268	0,9675	1,0408	1,0828	1,0865	4
100.2	0,9941	1,0421	1,1072	1,1471	1,0981	1,1948	4

Окончание таблицы А.2

1	23	24	25	26	27	28	29
101.1	0,9304	1,2024	1,2309	1,2243	1,2203	1,0676	0
101.2	0,9749	1,0205	0,9614	1,0901	1,1457	1,0776	2
102.1	0,9092	0,93	1,0656	0,9849	1,1021	1,0327	4
102.2	1,056	1,1861	1,2321	1,1957	1,2442	1,0553	2
103.1	0,9564	0,9801	1,131	1,276	1,274	1,2203	2
103.2	1,0046	1,0337	1,1832	1,0177	1,1375	1,0921	3
104.1	0,9323	0,9894	1,2268	1,2359	1,3166	1,1991	4
104.2	0,8964	1,0339	0,995	1,1054	1,1737	1,0912	4
01	1,1685	1,2365	1,0967	1,1322	1,3175	1,2536	2
03	1,2539	1,1711	1,2118	1,0844	1,3591	1,0345	2
04	1,0089	1,101	1,1633	1,0905	1,1872	1,1041	2
06	1,1145	0,9676	1,2539	1,261	1,2727	1,1345	2
02	1,1176	1,4778	1,3121	1,2405	1,3542	1,4105	2
05	1,1801	1,1664	1,1826	1,1636	1,1835	1,0494	1
08	1,0755	1,2847	1,2059	1,3048	1,4586	1,2558	3
10	1,1411	1,1516	1,2787	1,1856	1,2306	1,2275	3
09	1,1736	1,0695	1,134	1,2396	1,3028	1,1342	2
12	1,2184	1,2259	1,2062	1,2303	1,3639	1,243	3
11	1,0908	1,079	1,1038	1,1265	1,1477	1,3578	5

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Объекты интеллектуальной собственности

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2024664260

Fractal 1.0

Правообладатель: *Грязнов Сергей Юрьевич (RU)*Автор(ы): *Грязнов Сергей Юрьевич (RU)*

Заявка № 2024663518

Дата поступления 11 июня 2024 г.

Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ 18 июня 2024 г.Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат 429b6a0fe3853164ba96f83b73b4aa7
Владелец: **Зубов Юрий Сергеевич**
Действителен с 10.05.2023 по 02.08.2024

Ю.С. Зубов

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2025618038

Fractal analysis of experimental discrete-continuous stress-strain diagram of material (version 1.0)Правообладатели: *Грязнов Сергей Юрьевич (RU), Грязнов Дмитрий Юрьевич (RU)*Авторы: *Грязнов Сергей Юрьевич (RU), Грязнов Дмитрий Юрьевич (RU)*Заявка № **2025615820**Дата поступления **13 марта 2025 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ **01 апреля 2025 г.**Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат 0692e761a6300b15442401670bca2026

Владелец **Зубов Юрий Сергеевич**

Действителен с 10.07.2024 по 03.10.2025

Ю.С. Зубов

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2025660991

**Reduction of experimental discrete-continuous stress-strain
diagrams of concrete to a standard form (version 1.0)**

Правообладатель: **Грязнов Сергей Юрьевич (RU)**

Авторы: **Грязнов Сергей Юрьевич (RU), Грязнов Дмитрий
Юрьевич (RU)**



Заявка № **2025618787**

Дата поступления **13 апреля 2025 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ **29 апреля 2025 г.**

*Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности*

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат 0692e761a6300b15412401670bca2026

Владелец **Зубов Юрий Сергеевич**

Действителен с 10.07.2024 по 03.10.2025

Ю.С. Зубов

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2848142

**Способ определения фрактальной размерности
экспериментальной диаграммы деформирования
твёрдого тела**

Патентообладатель: *Грязнов Сергей Юрьевич (RU)*

Авторы: *Грязнов Сергей Юрьевич (RU), Грязнов Дмитрий
Юрьевич (RU)*

Заявка № 2025107189

Приоритет изобретения **25 марта 2025 г.**

Дата государственной регистрации

в Государственном реестре изобретений

Российской Федерации **16 октября 2025 г.**

Срок действия исключительного права

на изобретение истекает **25 марта 2045 г.**

*Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности*

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
Сертификат 00a570e477adcf8b531b4b8818e75f29506
Владелец **Зубов Юрий Сергеевич**
Действителен с 04.09.2025 по 28.11.2026

Ю.С. Зубов



Селяев П.В.