

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Пензенский государственный университет архитектуры и строительства»

На правах рукописи

Чуманов Александр Васильевич

**РАЗРАБОТКА СПОСОБОВ ГАШЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ  
СТАЛЬНЫХ КУПОЛООБРАЗУЮЩИХ И ПРЯМОУГОЛЬНЫХ  
КАРКАСОВ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ**

2.1.1. Строительные конструкции, здания и сооружения

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
д-р техн. наук, профессор  
Шеин Александр Иванович

Пенза – 2023

## Оглавление

Введение.....	4
Глава 1. Актуальность и современное состояние проблемы гашения колебаний конструкций рамных каркасов.....	10
1.1 Обзор литературы по линейным динамическим гасителям колебаний.....	10
1.2 Нелинейные гасители колебаний.....	21
1.3 Использование конструктивных особенностей зданий для гашения колебаний.....	27
1.4 Системы активного гашения колебаний.....	30
1.5 Моделирование сейсмических воздействий.....	35
1.6 Выводы к главе 1.....	40
Глава 2. Гашение колебаний открытых куполов.....	41
2.1 Учет геометрической и физической нелинейностей при колебаниях открытых куполов.....	41
2.1.1 Учет геометрической нелинейности.....	42
2.1.2 Учет физической нелинейности материала.....	45
2.1.3 Алгоритм расчета.....	47
2.1.4 Результаты динамических расчетов.....	48
2.2 Ленточная система гашения колебаний открытых куполов при взрывном воздействии.....	54
2.3 Ленточная система гашения колебаний открытых куполов при сейсмическом воздействии.....	61
2.3.1 Описание способа гашения колебаний.....	61
2.3.2 Построение численного эксперимента.....	62
2.3.3 Результаты расчета.....	64
2.3.4 Описание натурального эксперимента.....	66
2.4 Выводы к главе 2.....	67
Глава 3. Ленточная система гашения колебаний	

закрытых куполов при сейсмическом воздействии.....	69
3.1 Модель исследуемой конструкции.....	69
3.2 Используемые методы расчета.....	71
3.3 Результаты расчета.....	71
3.4 Определение рационального направления лент (тросов) крепления ленточно-тросового гасителя колебаний сооружений.....	77
3.5 Выводы к главе 3.....	81
Глава 4. Гашение колебаний рамных каркасов при помощи пластических накладок.....	83
4.1 Учет сил диссипации в уравнениях метода конечных элементов.....	83
4.2 Оценка эффективности пластических накладок при гашении колебаний порталной рамы.....	87
4.3 Выводы к главе 4.....	108
Глава 5. Расчетные программные комплексы для динамического расчета.....	109
5.1 Блок сборки конструкции.....	109
5.2 Блок определения рационального расположения лент.....	116
5.3 Блок учета физической и геометрической нелинейностей.....	121
Выводы к главе 5.....	123
Заключение.....	125
Список литературы.....	127
Приложение А. Программный комплекс расчета колебательного движения куполов.....	148
Приложение Б. Акт внедрения.....	155

## Введение

**Актуальность избранной темы.** Опыт строительства каркасных зданий и сооружений в сейсмически опасных районах показывает, что для их защиты от разрушений под воздействием землетрясений необходимо применять меры сейсмической защиты. В качестве защитных устройств широко применяются пассивные динамические гасители колебаний. Однако эти гасители эффективны только в узком диапазоне рабочих частот колебаний. Применение активных гасителей колебаний более результативно, но существенно более дорого и трудоёмко в обслуживании. Поэтому необходима разработка более универсальных в работе, эффективных и относительно недорогих способов гашения колебаний, построение и развитие теории, вычислительных методов расчёта механической безопасности зданий и сооружений.

Помимо этого, здания с различными несущими конструктивными системами нуждаются в специфических системах гашения колебаний. В частности, в связи с ростом количества купольных сооружений и набирающим популярность на территории России купольным жилищным домостроением, такие здания и сооружения нуждаются в специальных гасителях. Здесь снижение размаха колебаний можно обеспечить при помощи системы односторонних связей – ленточно-тросовой системы. В радиолокационной технике крайне важными и необходимыми являются локаторы, представляющие собой открытые купола. Для их стабильной работы в условиях землетрясений и взрывных воздействий можно использовать ленточно-тросовую конструкцию гашения колебаний, обеспечивающую работу локаторов без помех и перебоев.

В строительной практике широко распространены здания с рамным стальным каркасом. Для гашения колебаний таких каркасных зданий целесообразно также использовать специальную конструктивную систему демпфирования – пластические накладки.

При высоких скоростях деформирования прочностные характеристики материалов конструкций изменяются. А при возникновении больших деформаций значения напряжений в элементах конструкций могут превышать предел упругости, а зависимость напряжений от деформаций становится нелинейной. Поэтому, для описания динамики таких конструкций необходим учет нелинейных факторов. Это требует модернизации прямых методов решения дифференциальных уравнений колебательного движения механических систем.

Таким образом, требования безопасной эксплуатации зданий и сооружений делают актуальными и важными разработку новых способов гашения колебаний стальных куполообразующих и прямоугольных каркасов и точного нелинейного динамического расчета их работы.

### **Степень разработанности темы исследования**

Проблеме гашения колебаний зданий и сооружений посвящены работы многих российских и зарубежных ученых. Значительный вклад в развитие теории гашения колебаний внесли А.М. Алексеев, И.В. Ананьев, Ю.А. Гопп, А.В. Дукарт, В.В. Карамышкин, Б.Г. Коренев, Н.А. Пикулев, А.И. Олейник, Б.В. Остроумов, А.Ф. Потехин, Л.М. Резников, А.К. Сборовский, В.Б. Сегаль, В.П. Терских, Ю.Т. Чернов, J.E. Brock, F.M. Lewis, F.E. Reed, J.C. Snowdon, G.V. Warburton и др. Однако проблема предотвращения развития колебаний стальных куполообразующих и прямоугольных каркасов остается открытой вследствие небольшого количества реально адаптированных решений сейсмической защиты. В процессе создания устройств по гашению колебаний и виброизоляции различных промышленных объектов современной наукой накоплен огромный потенциал.

Необходима разработка универсальных в работе, эффективных и относительно недорогих способов гашения колебаний, построение и развитие теории вычислительных методов расчёта механической безопасности конструкций и конструктивных систем зданий и сооружений.

**Целью диссертационной работы** является разработка ленточно-тросового и

пластически демпфирующего способов гашения колебаний куполов, стальных рамных каркасов и других сооружений.

Разрабатываемые системы гашения колебаний должны обладать:

- эффектом тормозящей или удерживающей связи;
- повышенной способностью рассеивания энергии колебаний.

Для создания таких гасителей потребовалось решить следующие **задачи**:

1. Разработать ленточно-тросовый способ гашения колебаний зданий и сооружений, для которого будет возможна промышленная применимость.

2. Разработать математические модели и программы расчета «сооружение – гаситель» для решения задач динамики строительных конструкций в условиях нестационарных внешних воздействий.

3. Модернизировать прямые методы решения дифференциальных уравнений колебательного движения механической системы для учета нелинейных факторов.

4. Разработать механическую систему демпфирования колебаний каркасных зданий с помощью пластических накладок.

5. Провести серию численных и натурных экспериментов по проверке работоспособности систем «сооружения – гаситель» в условиях вынужденных колебаний зданий и сооружений.

6. Выявить рациональное расположение элементов систем гашения на каркасах зданий для повышения эффекта демпфирования.

7. Оценить эффективность применения новых систем гашения колебаний строительных конструкций.

**Научная новизна:** В работе предложены методики расчёта механической безопасности конструкций и конструктивных систем зданий и сооружений при чрезвычайных ситуациях, особых и запроектных воздействиях, а именно:

1. Разработан и экспериментально обоснован новый способ гашения колебаний каркасов куполообразных зданий и сооружений ленточно-тросовой системой, создающей дополнительные односторонние силовые воздействия на

защищаемые узлы несущих конструкций, препятствующие колебательным движениям этих узлов. Разработана методика нахождения рационального положения такого гасителя.

2. Впервые предложен и численно апробирован способ демпфирования колебаний каркасных зданий с помощью пластических накладок, основанный на непрерывном рассеивании энергии колебаний при пластическом деформировании этих пластин.

3. Предложен и численно проверен модифицированный метод переменных параметров упругости для решения задачи динамики зданий и сооружений с учетом геометрической и физической нелинейностей и высоких скоростей деформирования.

#### **Теоретическая и практическая значимость.**

В работе содержится решение научной задачи развития теории механической безопасности конструктивных систем зданий и сооружений путем гашения колебаний стальных каркасов и изложены новые научно обоснованные технические решения гасителей колебаний, имеющие важное значение для развития строительной отрасли. В частности,

1. разработанные новые способы и теория гашения колебаний могут быть использованы при эксплуатации прямоугольных и куполообразующих каркасов зданий и сооружений для предотвращения развития недопустимых перемещений узлов;

2. на основе новых способов гашения колебаний разработан программный комплекс, предназначенный для динамического определения положения узлов сооружения, реализованный с использованием пакета прикладных программ Matlab;

3. разработанный программный комплекс позволяет проводить вычислительные эксперименты с системами сооружение-гаситель колебаний, что сокращает затраты на проведение опытно-конструкторских работ и натурных испытаний.

**Методология и методы диссертационного исследования.** Для решения поставленных задач использовались общенаучные и экспериментальные методы исследования, основанные на фундаментальных положениях науки о создании и совершенствовании рациональных типов конструкций, строительной механики, теории математического моделирования, теории и методов оценки напряжённого состояния зданий и сооружений, в том числе при чрезвычайных ситуациях, особых и запроектных воздействиях.

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Способ гашения колебаний куполов ленточно-тросовой системой с преднатяжителями и гидроцилиндром одностороннего действия.

2. Модифицированный метод переменных параметров упругости для учета физической и геометрической нелинейностей при высоких скоростях движения механической системы.

3. Способ гашения колебаний рамных каркасов с помощью пластических накладок и результаты численных экспериментов.

4. Программный комплекс расчета колебаний системы «сооружение–гаситель» и результаты численных исследований.

**Степень достоверности результатов исследования.** Достоверность научных результатов обеспечена комплексом взаимодополняющих методов и результатами экспериментальных исследований, привлечением количественного и качественного анализа результатов экспериментов. Для проверки выдвинутых положений в работе были проведены численные и натурные эксперименты с математическими и физическими моделями способов гашения колебаний. Полученные эмпирические данные позволили сделать оригинальные выводы.

**Апробация результатов.** Результаты исследований докладывались на международных научно-технических конференциях «Актуальные проблемы современного строительства» (г. Пенза, 2017-2019 гг.); II и IV Национальных научно-практических конференциях «Актуальные проблемы науки и практики в различных отраслях народного хозяйства» (г. Пенза, 2019 г., 2021 г.);

Всероссийской (национальной) научно-технической конференции «75 лет высшему строительному образованию Пензенской области» (г. Пенза, 2019 г.).

**Объект и предмет исследования.**

Объектом исследования является конструктивная система «сооружение – гаситель» с ленточно-тросовым демпфером или пластически деформируемыми накладками для гашения колебаний несущих каркасов.

Предметом исследования являются демпфирующие свойства конструктивной системы «сооружение – гаситель» с ленточно-тросовым демпфером или пластически деформируемыми накладками, изучаемые на динамических расчетных моделях с помощью численных методов и физического эксперимента.

**Публикации.** Основные результаты и выводы диссертационной работы изложены в семи научных публикациях, в том числе в четырех работах, опубликованных в рецензируемых научных изданиях, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук; в трех научных работах в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в международной базе данных и системе цитирования SCOPUS.

**Структура и объем работы.** Диссертация изложена на 155 страницах, состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы, включающего 177 наименований, двух приложений (на восьми страницах), содержит 43 рисунка и 7 таблиц.

## **Глава 1. Актуальность и современное состояние проблемы гашения колебаний конструкций рамных каркасов**

### **1.1 Обзор литературы по линейным динамическим гасителям колебаний**

В процессе создания устройств по гашению колебаний и виброизоляции различных промышленных объектов современной наукой накоплен огромный потенциал. Значительный вклад в развитие теории динамических гасителей колебаний (ДГК) внесли А.М. Алексеев, И.В. Ананьев, Ю.А. Гопп, А.В. Дукарт, В.В. Карамышкин, Б.Г. Коренев, Н.А. Пикулев, А.И. Олейник, Б.В. Остроумов, А.Ф. Потехин, Л.М. Резников, А.К. Сборовский, В.Б. Сегаль, В.П. Терских, Ю.Т. Чернов, J.E. Brock, F.M. Lewis, F.E. Reed, J.C. Snowdon, G.V. Warburton и др.

Динамические гасители колебаний маятникового типа [47] широко применяются для виброзащиты башенных сооружений [34, 84, 93, 137]. Однако при частотах основного тона колебаний башенного сооружения менее 0,5 Гц реализация динамического гасителя в виде математического маятника вызывает трудности, которые связаны с обеспечением необходимого хода гасителя и оптимизацией трения в нем вследствие значительного увеличения длины подвески массы гасителя и амплитуды колебаний, как правило, превышающей поперечные размеры защищаемого сооружения. В этом случае могут быть использованы динамические гасители колебаний в виде перевернутого маятника [103, 111], позволяющие обеспечить эффективное гашение колебаний высотных сооружений с относительно низкой частотой собственных колебаний (до 0,2 Гц).

Работы по реализации на натуральных высотных сооружениях теоретических разработок в области расчетов сооружений, оснащенных динамическими гасителями колебаний, выполненные под руководством Б.Г. Коренева, были начаты в 1969 г. с поиска оптимального, с точки зрения обеспечения необходимых параметров, конструктивного решения динамического гасителя колебаний. Эти исследования проводились в ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко на

экспериментальной установке с выполненным в натуральную величину гасителем колебаний.

В работах Б.Г. Коренева и В.И. Сысоева [73], М.П. Кондры [67], Б.Г. Коренева и Блехермана [69], А.В. Дукарта и А.И. Олейника [51, 52], Е.В. Кореновой [74], Б.В. Остроумова [99 – 103, 108], Г.В. Воронцова, С.И. Евтушенко [33, 34], Б.Н. Родионова [128], А.И. Шеина и О.Г. Земцовой [153, 155] рассматриваются проблемы гашения колебаний высотных сооружений.

В статье [66] приведены данные о практическом использовании одномассовых динамических гасителей колебаний для снижения риска появления колебательной неустойчивости меча скульптуры «Родина-мать» в Киеве. Два динамических гасителя общей массой 3 % от массы меча располагаются внутри него. Сравнение характеристик меча с гасителями и без них показало высокую эффективность примененных гасителей колебаний: декремент колебаний увеличился более чем в 10 раз.

Оснащение высотных сооружений из металла гасителями колебаний с демпферами [104, 108] исследовалось Б.В. Остроумовым. Введение в гаситель регулируемого воздушного демпфера подняло процедуру гашения колебаний на новый, более высокий качественный уровень, что позволило гасить колебания сооружений в широком диапазоне частот возбуждающих сил (ветровой резонанс, турбулентные пульсации скорости ветра), а также уменьшать различные технологические нагрузки (например, флуктуации давления в газоходе дымовой трубы в месте перехода газохода из горизонтального положения в вертикальное). Приводятся методика расчета воздушного демпфера для динамических гасителей колебаний и пример расчета с использованием программы MathCAD. Анализ работы пневматического демпфера представлен также в работе [80].

Важный шаг в решении задачи гашения колебаний высотных сооружений – разработка динамического гасителя колебаний в виде перевернутого маятника [97], состоящего из двух масс – нижней и верхней. Верхняя масса (так называемая паразитная), опирающаяся на жесткий шток, при отклонениях всей инерционной

массы гасителя – нижней плюс верхней – от положения равновесия, увеличивает период собственных колебаний гасителя. Последнее имеет существенное значение, что позволяет использовать этот гаситель для гашения колебаний сооружения с низкими собственными частотами колебаний (большими периодами колебаний).

Исследовалось влияние динамических гасителей колебаний (ДГК) на увеличение долговечности высотных конструкций [96, 109, 55]. В [96] освещаются результаты оценки долговечности высотных сооружений на примере расчета узла несущего каркаса главного монумента памятника Победы на Поклонной горе в Москве с работающим и неработающим ДГК. В [55] приведена методика для оценки долговечности конструкций с густым спектром собственных частот, оборудованных одномассовыми и многомассовыми динамическими гасителями колебаний.

Пластинчатые ДГК моментного типа, предназначенные для снижения уровня вибраций башенных сооружений, рассмотрены в работе [74]. Основные конструктивные элементы – круглые пластины переменной толщины. Изучаются случаи, в которых толщина инерционного элемента изменяется вдоль радиуса по линейному или параболическому закону.

Использование двух- или трехмассовых динамических гасителей для успокоения колебаний решетчатого башенного сооружения при их настройке соответственно на первую и вторую частоты собственных колебаний защищаемого сооружения рассмотрено в работе [51].

В работе [33] предложены матричные дифференциальные уравнения изгибно-крутильной динамики высотных сооружений и метод расчета оптимальных параметров – масс, жесткостей упругих элементов и координат размещения – инерционных гасителей колебаний при действии полигармонических, импульсных и стохастических возмущений.

Фрикционные гасители колебаний рассматривались в трудах А.Л. Голубенко, Л.А. Губачевой, Г.И. Нечаева [36, 38]. Исследовались новые технологии

изготовления фрикционных гасителей. Предложены методы повышения стабильности работы и эксплуатации надежности пар трения, а также методика определения износа главной пары трения. В [145] описан алгоритм расчета сил сухого трения фрикционного клинового гасителя колебаний тележки в математических моделях исследований грузовых вагонов. Результаты произведенных расчетов рекомендуются к использованию при разработке конструкций вагонов нового поколения для высокоскоростного движения.

Оптимизации параметров и повышению эффективности гасителей колебаний посвящены работы [53, 54]. На основе анализа моделей модифицированных многомассовых ДГК, полученных в результате трансформации двух- и трехмассовых ДГК с последовательным соединением звеньев путем замены их масс пакетами осцилляторов, определяются оптимальные конфигурации и оптимальные значения параметров модифицированных многомассовых ДГК. Дается приближенное математическое обоснование эффекта нарастания демпфирования, обусловленное влиянием фактора многомассовости.

Для повышения эффективности пакетных гасителей колебаний предлагается использовать также элементы с последовательным параллельным соединением звеньев. Найдены оптимальные значения параметров и получены численные данные, характеризующие эффективность модифицированных пакетных гасителей при нестабильной частоте гармонического возмущения с постоянной амплитудой. Приведены результаты сопоставления эффективности предлагаемых пакетных гасителей и гасителей колебаний других типов.

В ряде исследований акцент сделан на определение оптимальных параметров из условия минимума амплитуды или ускорений [27, 62, 97]. Учет случайного разброса параметров системы и частоты возмущения приведен в работах [121 – 126].

Во многих работах освещается вопрос о применении ДГК при стационарных [72, 125] и нестационарных [135] случайных воздействиях. Большинство авторов приходят к заключению о возможности уменьшения среднеквадратических

значений амплитуд колебаний защищаемой системы с помощью ДГК. При воздействии белого шума присоединение ДГК без трения к одномассовой и к произвольной механической системе не изменяет среднеквадратических значений скоростей защищаемой системы; поэтому эффект уменьшения уровня колебаний достигается лишь при введении в гаситель демпфирования. Результаты этих исследований представляют значительный интерес для инженерных приложений, так как позволяют использовать гаситель как средство уменьшения уровня колебаний конструкций при ветровых и сейсмических нагрузках.

Б.С. Расторгуев [120] оценивал возможность применения динамических гасителей колебаний при взрывных воздействиях. С учетом кратковременного деформирования элемента при взрывном воздействии в пластической стадии эффективность ДГК определяется отношением пластического прогиба элемента без гасителя к пластическому прогибу элемента с гасителем колебаний.

Значительное повышение декрементов колебаний при установке ДГК на слабо демпфированную систему позволяет применять гасители не только для улучшения качества переходных режимов, но и для предотвращения возникновения или уменьшения амплитуд автоколебаний сооружений при обтекании конструкций потоком жидкости или воздуха [17, 35]. Однако для реального использования ДГК на таких ответственных объектах, как радиотелевизионные башни, конструкции мемориальных комплексов, дымовые трубы, понадобилось разработать методику расчета и провести комплекс исследований [62, 72, 102, 105, 106, 107] эффективности гашения колебаний башенных сооружений в режимах ветрового резонанса, галопирования, случайных колебаний при действии ветра и сейсмических нагрузок. Результаты исследований дали положительный ответ на вопрос о целесообразности применения ДГК, затем это было подтверждено инженерной практикой.

Большое количество работ посвящено вопросам гашения колебаний при более сложных расчетных схемах защищаемых конструкций. Различные аспекты гашения колебаний изучались для систем с двумя и более степенями свободы [62,

71, 83], стержней постоянного и переменного поперечного сечения [24, 72], башенных сооружений [69, 70], высоких зданий [72, 92], пластинок, складок и оболочек [72] и др. Установлено, что для систем с разреженным спектром частот (балки, башенные сооружения, здания и т.п.) часто можно использовать упрощенные расчетные схемы, учитывая лишь низшие собственные частоты и формы колебаний, назначая параметры гасителя по данным, полученным для двухмассовой расчетной схемы конструкции с ДГК. Для оболочечных, складчатых, мачтовых сооружений и других систем с достаточно густым спектром собственных частот эти упрощения обычно неприемлемы.

При расчете конструкций с ДГК приходится производить многовариантные расчеты с целью прогноза ожидаемого уровня колебаний и выбора места установки, параметров, а иногда и типа гасителей. В этой связи большое значение приобретает направление исследований, связанное с разработкой методов автоматизированного расчета с помощью компьютера конструкций достаточно общего вида с гасителями. Как правило, конструкции с ДГК имеют «непропорциональное» трение [71, 146, 147], и трение в ДГК не является малым, поэтому часто применяемые в динамике сооружений методы расчета, основанные непосредственно на разложении колебаний по собственным формам, здесь не пригодны, и требуется разрабатывать методы строительной механики для таких задач [67]. Это особенно важно для нелинейных расчетных схем при рассмотрении стационарных и нестационарных режимов колебаний, вызванных случайными воздействиями, например, ветровыми или сейсмическими, когда расчеты становятся весьма трудоемкими.

Опыт практического применения ДГК для снижения уровня колебаний разнообразных конструкций, в том числе весьма ответственных, и данные об эффективности виброгашения [67, 96, 87, 102, 97] подтверждают основные выводы теории и свидетельствуют о целесообразности использования ДГК для виброзащиты конструкций, обладающих слабыми собственными демпфирующими свойствами. Существенное влияние на расширение области

практического применения ДГК, особенно для строительных конструкций, сыграло обобщение результатов теории динамических гасителей в разделах справочников [106, 44].

Весьма интересны исследования Ю.П. Саламатова [130], в которых предпринята попытка построить некую систему законов развития техники, в частности, закономерностей создания устройств защиты сооружений от развития колебаний.

В [9] рассматривается задача гашения колебаний закрепленной струны с помощью движущегося по части струны точечного демпфера. В случае постоянной скорости демпфера получено аналитическое решение. Для решения общей задачи предложен численный метод. Приводятся примеры расчетов. Попытки решения подобной задачи уже предпринимались [90]; в данной работе рассматривается упругий стержень, установленный вертикально на вибрирующем основании, совершающем вертикальные гармонические колебания. На стержень нанизана шайба, способная свободно скользить вдоль него. Приводятся результаты экспериментального исследования такой системы. Показано, что в условиях параметрического резонанса шайба поднимается по стержню и стабилизируется в зоне пучности его поперечных колебаний. При этом наблюдается снижение амплитуд поперечных колебаний стержня, что свидетельствует о роли шайбы как динамического гасителя колебаний. Предложена расчетная модель и составлены дифференциальные уравнения движения шайбы и колебаний стержня.

Применение аналитической и численных моделей для расчета комплекса собственных характеристик реактивного гасителя колебаний рассматривается в работе [25]. Показана сходимость результатов расчета по обеим моделям в низкочастотной области. В высокочастотной области отсутствие в аналитических моделях адекватного учета распределенности параметров расширительной полости гасителя приводит к завышению расчетной эффективности, что может не обеспечить заданную работоспособность системы после установки в нее такого

гасителя. Сформулированы достоинства и недостатки, определены частотные области применения каждой из моделей.

Разработаны и применяются динамические гасители на основе сплошных (жидкостные) и дискретных сред. В работе М.И. Вольникова [31] рассматриваются математические модели динамических гасителей колебаний на основе дискретных рабочих сред (ДРС). Приведены модели, иллюстрирующие поведение ДРС в зависимости от частоты и амплитуды воздействия внешней силы. Дано математическое описание каждой из рассмотренных моделей.

Проводились исследования [51] методики динамического расчета многоэтажного здания с присоединенными динамическими гасителями колебаний по реальным акселерограммам землетрясений, были применены гасители колебаний и выявлены особенности их работы в ситуациях, максимально приближенных к реальным условиям.

Результаты исследований многомассовых гасителей колебаний впервые в нашей литературе описаны в работе [71]. Была предпринята попытка устранить такие недостатки одномассовых гасителей колебаний, как узкополостность (при нестабильной частоте возмущения), нестабильность параметров при густом спектре собственных частот и снижение эффективности при большом затухании защищаемой системы. С этой целью изучалось влияние простейших двух- и трехмассовых гасителей колебаний на вынужденные колебания основной массы при нестабильной частоте возмущения. Показано, что при надлежащей настройке применение многомассовых гасителей по сравнению с одиночными примерно на 20 % повышает эффективность работы гасителя. Дальнейшее развитие это направление получило в работах [48, 49, 51 – 55].

Решение задачи оптимизации многомассовых гасителей колебаний при гармоническом воздействии представлено в [154]. Формулы оптимальных жесткостей для двух-, трех-, четырехмассового гасителей колебаний получены в замкнутом виде из условия минимума величины перемещения главной массы с помощью метода множителей Лагранжа. С использованием этих формул

выполнен ряд численных экспериментов, на основе результатов которых построены амплитудно-частотные характеристики для систем с различными параметрами гасителей. Приведены рекомендации по подбору эффективных параметров гасителей колебаний. Численные эксперименты по исследованию эффективности работы многомассовых гасителей колебаний рассматриваются в [152]. Здесь представлена математическая модель, позволяющая изменять исходные данные выполняемого расчета, – выбирать различные критерии качества оптимизации, оптимизируемые параметры. Проведенный численный эксперимент дает возможность выяснить влияние различных факторов на эффективную работу одномассового и многомассовых гасителей.

Мультиконтинуальный гаситель колебаний цилиндрической оболочки предложен в работе [50]. Здесь особое внимание уделено численным методам исследования эффективности мультиконтинуальной виброзащитной системы при гашении колебаний тонкостенных конструкций. Мультиконтинуальный гаситель колебаний в виде свободно опертых цилиндрических панелей находится на внешней поверхности оболочек. Параметры гасителя синхронизированы с параметрами защищаемой конструкции. Опираание панелей гасителя моделируется с помощью решетчатых стержневых систем. Показано, что предложенная виброзащитная система обладает повышенной эффективностью.

В [56] для оценки колебаний комбинированных шпренгельных систем предложен расчетный подход с применением специальных средств гашения (демпферы и осцилляторы).

В работе [75] рассматривается способ подавления фрикционных автоколебаний за счет введения в динамическую систему дополнительного колебательного звена с упругодиссипативной связью. Вовлечение этого звена в процесс колебаний изменяет энергетический баланс системы, что препятствует развитию автоколебаний. Даны аналитические соотношения для расчета параметров гасителя автоколебаний.

Гашение упругих колебаний управляемой машины с помощью

дополнительных упругих элементов рассматривается в [77, 78]. Перспективным путем решения этой задачи авторы считают использование дополнительных связей активного и пассивного типов. Приводятся результаты исследований эффективности дополнительных связей на основе упругих элементов, вводимых в управляемую машину с одной степенью подвижности. Анализируются возможности динамического гашения упругих колебаний по координате поворота исполнительного механизма робота, а также возможности гашения упругих колебаний по координате поворота руки с помощью скачкообразного изменения координаты вылета. Рассматривается влияние взаимосвязанности программного и колебательного движений на интенсивность гашения колебаний.

В работах [79, 80] представлены выполненные классификация и анализ работы пневматических гасителей колебаний подвижного состава. Намечены мероприятия, направленные на улучшение эксплуатационных характеристик пневмогасителей и сокращение сроков создания новых конструкций. Показана процедура выполнения расчета оптимальных параметров гасителей колебаний для экипажей с одноступенчатым рессорным подвешиванием.

Аналізу работы гасителей колебаний сооружений при ветровых воздействиях посвящен ряд работ Б.В. Остроумова. В [109] приведены результаты исследования динамической системы «сооружение – гаситель колебаний», причем гаситель предназначен для гашения колебаний на одной из собственных частот колебаний сооружения. Данная система представлена моделью с двумя массами. Из выводов автора следует, что рассчитанная эффективность работы гасителя (отношение амплитуды колебаний сооружения без гасителя к амплитуде колебаний с гасителем) составляет при воздействии пульсаций скорости ветра (вдоль потока ветра) приблизительно 5, при колебаниях типа «ветровой резонанс» поперек ветрового потока – 10–12. Таким образом, использование расчетной модели, приведенной в статье, с поправкой дает значение эффективности гасителя в виде перевернутого маятника.

Вопрос подбора геометрических параметров демпфирующих устройств

динамических гасителей колебаний освещен в работе [110].

Гашение крутильных колебаний для повышения ресурса работы агрегата рассматривалось в работе [115]. Выделены причины возникновения крутильных колебаний в двигателях внутреннего сгорания. Определению эффективности динамических гасителей колебаний коленчатого вала и других элементов машин уделено особое внимание в работе [129]. В [138] в качестве главного конструкционного элемента исследуемого виброгасителя крутильных колебаний рассматривается вращающееся упругое кольцо. Описывается ход аналитического исследования движения системы, выполненного с помощью системы нелинейных дифференциальных уравнений. Расчленив движение на постоянное вращение и колебания вокруг стационарного вращательного движения, разложив коэффициенты уравнений в степенные ряды и отбросив «статические» члены, получают систему уравнений, описывающую малые колебания и содержащую инерционные, гироскопические и квазиупругие члены. Представлены результаты анализа собственных частот колебаний. Эффективность виброгасителя (в зависимости от различных параметров) оценивалась на основе эквивалентного момента инерции и его критических значений. Приведены некоторые упрощенные зависимости. В [142] описывается демпфер, позволяющий осуществлять гашение амплитуд крутильных колебаний в широком диапазоне изменения частот вращения коленчатого вала. Приводятся результаты расчета крутильных колебаний коленчатого вала дизельного двигателя внутреннего сгорания, а также расчета показателей работы демпфера при использовании маховика с постоянным и переменным моментом инерции.

Решению технологической задачи обработки или измерения поверхностей сложной геометрии и формирования этих поверхностей рабочим инструментом с помощью подачи команд от управляющего компьютера посвящена работа [131]. При этом робот-станок с устройствами параллельной кинематики оснащен системой динамического гашения колебаний.

В работе [132] проанализированы возможности динамического гашения

колебаний в конструктивных вариантах рабочих блоков виброзаглаживающих технологических машин. Предложен подход к построению виброзащиты оборудования с применением рычажных связей.

Исследования демпферных устройств переменной жесткости описаны в работе [133].

## **1.2 Нелинейные гасители колебаний**

Большинство реальных гасителей колебаний пространственных сооружений (маятниковые, пружинные, ударные, жидкостные и насыпные) являются нелинейными механическими системами. Поэтому отдельно остановимся на анализе гасителей колебаний как нелинейных систем.

Современное состояние теории нелинейных колебаний и волн представлено в книге [82]. С единой точки зрения рассматриваются колебательные и волновые процессы, как периодические, хаотические, в системах самой различной физической природы. Показано, что такие популярные и быстро развивающиеся в последние годы науки как нелинейная динамика, теория солитонов и синергетика, которые часто изучаются независимо друг от друга, фактически являются составными частями теории колебаний и волн. На ряде примеров демонстрируется, что эта теория отражает наиболее общие законы природы, справедливые для систем, являющихся объектами изучения различных наук: физики, химии, биологии и т.д. Единство колебательных законов позволяет строить простые модели сложных систем, которые, в свою очередь, позволяют прояснить общие свойства изучаемых систем и предсказать их поведение в конкретных условиях.

Теория нелинейных гасителей колебаний рассматривалась в работе [1]. Вынужденные колебания балки описывались дискретной моделью с двумя степенями свободы, а ее взаимодействие с существенно нелинейным гасителем – моделью с тремя степенями свободы. Анализировались движения балки,

способствующие гашению колебаний, которые представлялись нелинейными нормальными формами колебаний в конфигурационном пространстве. Расчет движений производился по методу Раушера. Исследования устойчивости таких движений выполнялись по Ляпунову.

В [39 – 41] рассматривается нелинейная динамика автопараметрического гасителя колебаний маятникового типа. Исследуются условия существования периодических движений при моногармоническом возбуждении. Приводится сравнение виброгасящих качеств автопараметрического гасителя и «классического» (линейного) динамического гасителя колебаний. Показано, что в зоне параметрического резонанса маятник играет роль динамического гасителя колебаний. Использование маятникового гасителя в отличие от классического динамического гасителя колебаний не приводит к возбуждению резонансных колебаний на других частотах.

В [48] оценивается эффективность некоторых типов нелинейных многомассовых динамических гасителей колебаний при прохождении через резонанс. Рассматриваются и анализируются нестационарные колебания виброизолированной установки, оборудованной многомассовыми динамическими гасителями с нелинейными связями. Для решения дифференциальных уравнений колебаний используется метод медленно изменяющихся амплитуд в сочетании с численными алгоритмами Рунге-Кутты. Полученные результаты используются для оценки возможности применения гасителей колебаний в режиме пускового резонанса защищаемого объекта.

Исследованию нелинейных свойств динамических гасителей колебаний посвящена работа [58]. На примере винтового динамического гасителя крутильных колебаний рассмотрены нелинейные свойства динамики механических колебательных систем крутильного типа.

В работе [68] описывается динамический гаситель колебаний с нелинейным сопротивлением.

Результаты исследования динамики многомассовой упругодемпферной

системы с разрывными связями приведены в [141]. Задача о нелинейных колебаниях этой системы с разрывными связями решается итерационным методом Ньютона-Канторовича. При составлении итерационного алгоритма осуществляется линеаризация исходного нелинейного уравнения колебаний многомассовой упругодемпферной механической системы, схематизирующей двигатель внутреннего сгорания. Обобщенной искомой неизвестной является векторная функция времени. Число проекций векторной функции равняется числу масс (дисков) механической системы: время меняется в пределах одного периода колебаний рассматриваемой механической системы. Линеаризация уравнения выполняется путем дифференцирования оператора нелинейного уравнения по обобщенной неизвестной.

Схемы и теория нелинейных гасителей пространственных колебаний сооружений рассматривались в работе [156]. Для приведенных нелинейных моделей получены разрешающие уравнения движения в матричном виде. Разработанные математические и физические модели предназначены для проведения всесторонних исследований возможностей управления пространственной динамикой сооружений в системах «основание – сооружение – гаситель».

А.А. Засядко [58] изучал возможность снижения свободных колебаний манипулятора с электромеханическим приводом за счет введения обратных связей, проводили исследования их эффективности на основе интегральных квадратичных критериев. Рассматривались нелинейные свойства ДГК.

Нелинейное динамическое поведение механических систем описывается в [85, 150]. Работа [85] посвящена численному моделированию динамики и устойчивости пространственных геометрически нелинейных стержневых систем на основе уточненного определения напряженно-деформированного состояния нелинейной динамической системы с учетом неинерционных (статических) воздействия, которые либо сопутствуют, либо накладываются на этот процесс. Показано, что удобно как в линейной, так и в нелинейной постановке

использовать уравнение динамики, в котором за начальные условия принимают перемещения, вызванные этими статическими воздействиями. В качестве примера рассматривается одномассовая система как в линейной, так и в нелинейной постановке.

Отдельный класс нелинейных динамических гасителей колебаний представляют гасители ударного действия [47]. Характерной особенностью ударных гасителей является наличие соударений между массой гасителя и защищаемой конструкцией, колебания которой следует уменьшить. Ударные гасители колебаний подразделяют на пружинные, маятниковые и плавающие. Плавающие ударные гасители наиболее эффективны, если в процессе колебаний системы «защищаемая конструкция – гаситель» реализуется режим двусторонних поочередных соударений массы гасителя об ограничитель его движения. В пружинных маятниковых гасителях реализуется, как правило, режим односторонних соударений; реже применяются такие гасители двустороннего действия. По зазору ударные гасители колебаний одностороннего действия подразделяются на гасители с положительным, нулевым и «отрицательным» зазором (последние называются также гасителями с натягом [6, 77]). Гасители колебаний двустороннего действия могут иметь только положительный зазор.

Ударный гаситель колебаний был изобретен в 1931 году A.Z. Paget, и впервые применен для демпфирования колебаний лопаток турбины [174]. Гаситель представляет собой круглый стержень, помещенный с зазором в теле турбинной лопатки, а его одномерная динамическая модель – шарик – в полости защищаемой конструкции является гасителем плавающего типа. Гасители аналогичного типа с большим количеством виброгасящих элементов были предложены P. Lieber и D.P. Jensen, и успешно использовались для устранения колебаний крыла самолета [173]. В работе [8] И.В. Ананьевым и П.Г. Тимофеевым приведены примеры применения ударных гасителей в виде кольца (трубки) и пластинки для уменьшения колебаний тяг жесткой проводки самолетов, а также для виброзащиты тяг управления рулевым винтом и стабилизатором на вертолетах.

Для смягчения удара поверхность виброгасящих элементов покрывалась резиной. Уровень вибрации тяг при оптимальных параметрах гасителя снижался в пять и более раз.

Виброгаситель ударного действия принципиально новой конструкции [64] был изобретен в 1952 году Д.И. Рыжковым и предназначен для гашения высокочастотных колебаний резцов и расточных оправок. Масса гасителя, выполненная в виде массивного болта, вворачиваемого в державку или резцовую оправку, прижимается к защищаемому элементу пружиной. Другая особенность этого гасителя заключается в возможности регулирования зазора между виброгасящим элементом и демпфируемой системой, соударения между которыми происходят только в резонансном режиме колебаний, когда силы инерции, действующие на массу гасителя, превосходят упругую силу пружины. Широкое применение указанного гасителя вызвало появление новых, более простых конструкций ударных гасителей колебаний.

Так, Л.К. Кучма [81] разработал техническое решение и исследовал эффективность ударного гасителя колебаний одностороннего действия с собственной частотой, масса которого не связана упругой связью с защищаемой конструкцией. Область применения этого гасителя – демпфирование высокочастотных резонансных колебаний различных станков. Для уменьшения уровня вибрации элементов машин, приборов и конструкций успешно используются также гасители ударного действия, выполненные в виде кольца, которое надевается с зазором на защищаемый элемент [7, 59, 61, 137, 172].

Перечисленные примеры ударного демпфирования высокочастотных колебаний с малыми амплитудами, где использование ударных гасителей является наиболее эффективным [65], не ограничивают области их применения. Примерами могут служить стержневой гаситель двухударного действия для коленчатых валов нефтяных двигателей, маятниковый гаситель двухударного действия для приборов и др. [59]. В [47] представлены результаты исследования возможности использования для виброзащиты нерегулируемого двухмассового

динамического гасителя колебаний пассивного типа с последовательным соединением звеньев, массы которых образуют ударную пару. Предлагается способ построения периодических режимов движения многомассовых виброударных систем. Оценивается эффективность и оптимизация параметров гасителя при гармонических воздействиях с нестабильной частотой.

Ударные гасители плавающего типа применяются также для демпфирования колебаний руки промышленного робота после удара ее об упор [28]. Гаситель закрепляется на захвате руки и представляет собой корпус в форме прямоугольного параллелепипеда, внутри которого помещен виброгасящий элемент (шарик) с возможностью перемещения относительно стенок гасителя в направлении колебаний захвата. Для обеспечения оптимального процесса гашения колебаний гаситель снабжен устройством, которое позволяет регулировать величины свободного хода (зазоров) виброгасящего элемента в горизонтальном и вертикальном направлениях.

В строительной практике ударные гасители колебаний стали применяться позже, чем в машиностроении и авиастроении. Одним из важных примеров использования ударных гасителей колебаний является их установка на дымовых трубах, радиобашнях и других сооружениях башенного типа [59, 72, 73, 139]. Впервые в мировой практике применение таких гасителей, а также вообще механических гасителей колебаний на высотных сооружениях было осуществлено на девяти трубах двух цехов Руставского металлургического завода. Виброзащитная система, разработанная в ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко Б.Г. Корневым и В.И. Сысоевым [73], состояла из нескольких маятниковых гасителей одностороннего действия, расположенных по периметру трубы таким образом, чтобы при ее колебаниях в любой плоскости выполнялось примерно одинаковое гашение колебаний. Настройка гасителей осуществлялась из условия обеспечения одного удара маятников с защищаемой трубой за период ее колебания. Для восприятия ударных сил в трубе было предусмотрено специальное устройство – кольцевой выступ, названный бойным поясом (или

бойной частью). При общем весе маятников около 6 % от полного веса трубы уровень колебаний верхней части трубы снизился примерно в три раза. Следует отметить также, что гасители находились в эксплуатации около 30 лет, а именно до тех пор, пока трубы, отслужив свой срок, не были демонтированы, что является свидетельством высокой надежности ударных гасителей колебаний, сопоставимой с надежностью защищаемого сооружения. Аналогичные гасители были установлены на ряде радиобашен [139]. Так, четырехмаятниковая виброзащитная система увеличила затухание колебаний радиобашни высотой 100 м в 4,5 раза при общем весе маятников около 1 % от веса сооружения.

### **1.3 Использование конструктивных особенностей зданий для гашения колебаний**

Использование конструктивных особенностей зданий для снижения их колебаний рассматривалось в работах Я.М. Айзенберга, Г.А. Богдановой, О.О. Егорычева, О.В. Мкртычева, В.И. Смирнова, В.И. Соболева, Ю.Д. Черепинского и М.Н. Гусева [2 – 5, 18 – 23, 57, 89, 134, 136, 148].

В [18] приведены результаты расчетно-теоретических исследований сейсмостойкости девятиэтажных зданий с динамическими гасителями колебаний. Рассматривались два варианта конструкции ДГК: а) в виде жесткого недеформируемого железобетонного массива, устанавливаемого на уровне чердачного помещения либо непосредственно на крыше здания; б) в качестве гасителя используется масса чердачного строения. В [19 – 23] описаны новые методы антисейсмической защиты конструкций зданий и сооружений в США, Канаде, Тайване, Новой Зеландии.

В работе [2] представлены результаты анализа основных характеристик стальных колонн, определяющих свойства последних как элемента систем сейсмоизоляции с позиций официальных, ныне действующих норм проектирования. Особое внимание уделено двум основным характеристикам:

горизонтальной жесткости колонн и неупругим деформациям и горизонтальным перемещениям.

Влияние вязкоупругости материала на совместные колебания пластины и среды, лежащей на жестком основании, рассмотрено в работе [57].

О.В. Мкртычев [89] занимался определением усилий в несущих элементах зданиях при сейсмических воздействиях. Для решения этой задачи необходимо иметь правильное представление о действительных механических свойствах несущих конструкций, учитывать пространственную работу зданий при действии статических и динамических нагрузок и располагать достаточной информацией о сейсмическом воздействии. Анализируется эффективность применения сейсмоизолирующих опор на примере 19-этажного жилого дома. Район строительства – 8-балльная сейсмическая площадка в г. Сочи. Для снижения сейсмической нагрузки на надземные конструкции дома применены сейсмоизолирующие опоры, разработанные под руководством А.М. Курзанова. Цель расчета – определить наибольшие перемещения сейсмоизолирующих опор, наибольшие действующие на них вертикальные нагрузки, наибольшие ускорения центра тяжести сейсмоизолированной части здания, наибольшие деформации и внутренние силы в его конструкциях.

В.И. Смирнов [134] рассмотрел использование этажа в качестве ДГК. Динамический гаситель колебаний представляет собой массу, соединенную с защищаемым сооружением пружиной, жесткость которой определяется коэффициентом неупругого сопротивления. Цель проводимых исследований – классическая настройка гасителей при динамическом воздействии и сравнительная оценка эффективности работы настроенного двухмассового ДГК с одинаковыми массами  $m$  и одномассового гасителя массой  $2m$ . Предполагается, что в качестве сооружения с ДГК выступает здание с гибким верхним этажом.

В.И. Соболев предложил вибрационную защиту конструкций промышленных зданий на основе формирования колебательных узлов в изгибаемых элементах [136]. Использование бесконечномерных изгибаемых элементов в анализе

колебаний несущих конструкций промышленных зданий позволяет получать аналитические представления вынужденных колебательных форм. Методически способ защиты от вертикальных составляющих вибрационных воздействий основан на определении конструктивных параметров, в том числе и величин прикрепленных к балкам реактивных дискретных масс, обеспечивающих вынужденные формы колебаний изгибаемых элементов с устойчивыми узловыми точками колебаний в заданных координатах.

Проблемы сейсмостойкости зданий с использованием сейсмоизолирующих конструктивных решений рассматривали Ю.Д. Черепинский и М.Н. Гусев [148]. Оценка работоспособности конструкций в условиях реального сейсмического воздействия представляется крайне сложной и в проектировании выполняется формально. Но такие оценки необходимо делать на уровне исследований, проводимых научными коллективами. Переходя к оценке сейсмоизолированных зданий, следует признать, что высокий сейсмоизолирующий эффект достигается в основном в жестких зданиях. Горизонтальные смещения в таком здании происходят за счет нижнего сейсмоизолирующего уровня при незначительной деформации верхних уровней. «Гибкий» первый этаж в виде упругих стоек стал прототипом всех современных решений сейсмоизоляции. Но при сильных сейсмических толчках упругие стойки разрушаются в первую очередь и становятся причиной обрушения здания. Такие разрушения отмечались при землетрясениях во многих странах, что вызвало необходимость замены упругих стоек более надежными опорами, которые должны обладать не только пониженной горизонтальной жесткостью, но и способностью воспринимать значительные перемещения, не разрушаясь.

#### **1.4 Системы активного гашения колебаний**

В последнее время интенсивно разрабатываются системы активного гашения колебаний. Большой вклад в решение этой проблемы внесли Д.В. Баландин,

М.М. Коган, А.А. Федюков, Ю.А. Бурьян, В.Н. Сорокин, А.А. Гришаев, Г.В. Воронцов, М.Я. Израйлович, О.А. Кузина, Н.В. Мартынов, О.П. Никоньчев, О.А. Петракова, В.В. Проворотов, В.А. Проурзин и др. [10 – 15, 26, 38, 60, 76, 79, 86, 94, 114, 118, 119, 141, 144, 150, 151].

В работе [10] рассматривается задача гашения колебаний высотных сооружений при сейсмических воздействиях с помощью активного управления. Построена математическая модель сооружения в виде цепочки упругосвязанных материальных точек, одна из которых связана с подвижным основанием. В работе [11] представлена математическая модель сооружения в виде цепочки упругосвязанных материальных точек, одна из которых связана с подвижным основанием. Получены оценки предельных возможностей управления в зависимости от точки приложения управления. Проведено сравнение этих оценок с минимально возможными уровнями гашения колебаний, достигаемыми с помощью  $H$ -оптимального управления. В работе [12] рассматривается построение на основе новых методов теории управления динамических регуляторов, осуществляющих активное гашение колебаний высотных сооружений при сейсмических воздействиях. В статье [14] освещается проблема построения активного динамического гасителя колебаний для широкой полосы частот внешнего возмущения. Проблема сформулирована как задача управления с использованием вырожденного функционала, не содержащего функции управления в явном виде. Для решения этой задачи применяется подход, основанный на линейных матричных неравенствах. В работе [15] акцент сделан на проблему построения активного гасителя колебаний для широкой полосы частот внешнего возмущения. Проблема сформулирована как задача оптимального  $H$ -управления с использованием вырожденного интегрального функционала, не содержащего функции управления в явном виде. Для решения этой задачи использован подход, основанный на линейных матричных неравенствах.

В работе [26] представлен ход исследования активной нелинейной системы

демпфирования угловых колебаний твердого тела при подвесе его на упругих элементах и наличии пассивных демпферов.

Адаптивные системы гашения колебаний высотных башенных сооружений в зонах природного риска рассмотрены в работе Г.В. Воронцова [32], предложена математическая модель сооружения со встроенными гасителями колебаний и средствами измерения, представленная системой линейных матричных дифференциальных уравнений, описывающих отклонения конструкции от стационарного состояния.

А.А. Гришаев [38] на примере простейшей динамической модели с одной степенью свободы изложил результаты синтеза согласованных силового и параметрического виброгасящих воздействий для гашения вертикальных колебаний корпуса мобильной машины. Показал, что схема с двумя виброгасящими воздействиями оказывается более эффективной, чем традиционно используемые схемы виброгашения с одним воздействием.

М.Я. Израилович [60] занимался решением задачи об управляемом гашении вынужденных колебаний, вводя переменную составляющую жесткости, изменяемую по закону обратной связи.

Системе гашения колебаний высотных сооружений посвящена диссертация О.А. Кузиной [76]. Рассмотренные в диссертации математические модели, алгоритмы и программные средства позволяют использовать их при построении системы контроля и управления высотными сооружениями. Предлагаемая система пассивно-активного гашения снижает уровень колебаний сооружения до необходимых пределов либо вовсе устраняет нежелательные отклонения от действия возмущения.

Динамическое гашение колебаний, как правило, осуществляется посредством присоединения к объекту защиты дополнительных устройств в виде либо пассивных элементов (масс, пружин), либо активных, имеющих собственные источники энергии, которые формируют необходимые силовые воздействия на объект. В управляемых машинах, движение исполнительных механизмов которых

описывается трехмассовыми расчетными схемами, возможна реализация режимов динамического гашения колебаний путем организации управляемого движения промежуточной массы системы. В работе [79] рассматривается возможность реализации режима динамического гашения колебаний в трехмассовых системах.

Аналитический обзор систем и элементов активной сейсмозащиты на базе опор растяжения или подвесных опор, выполненный Н.В. Мартыновым, был представлен в работе [86]. Сделаны предложения по использованию систем активной сейсмозащиты на базе опор растяжения. Имеются положительные отзывы как со стороны отечественных специалистов, так и со стороны специалистов Японии, Мексики, Испании. Хотя внешне системы отличаются друг от друга, по сути, у них одна и та же конструктивная основа, которая заключается в идее изоляции строительного объекта посредством его подвески на растяжках или тяжах. Общая конструктивная основа систем предопределяет их общие преимущества и недостатки. В отличие от ранее рассмотренных упругих опор сжатия, в опорах растяжения отсутствуют сжимаемые упругие элементы, зато присутствуют тяжи, воспринимающие растягивающие усилия от веса амортизируемого объекта и от сейсмического воздействия. При этом наиболее сложным оказывается решение узла крепления подвески несущей опорной системы к самому строительному объекту. В целом в строительной практике идея сейсмозащиты строительных объектов посредством упругих опор растяжения из-за высокой стоимости и конструктивной сложности изготовления сложности эксплуатации, является нежелательной и бесперспективной. Зато комплексный вариант сейсмозащиты подвесных зданий и сооружений с жестким стволом, выполняющим роль лифтонесущего блока, наоборот, следует признать потенциально перспективным направлением, заслуживающим особого внимания и исследования. Особенно в части организации промышленных фундаментов с малым поперечным сечением для восприятия больших вертикальных нагрузок и значительных опрокидывающих, срезающих динамических нагрузок.

Синтез H-регуляторов для активного гашения колебаний высотных

сооружений описал О.П. Никонычев [94]. В статье рассматривается задача стабилизации динамического объекта, заданного дифференциальными уравнениями для случаев измеряемого выхода. Получена математическая модель стабилизирующей системы. Проведены численные эксперименты для регуляторов по состоянию и по выходу полного порядка. Выполнено сравнение уровней гашения возмущений, достигаемых построенными регуляторами для десятиэтажного здания.

В работе О.А. Петраковой, ЕА. Колинко, О.В. Фоминовой [114] приведены результаты анализа динамических свойств управляемой виброзащитной системы с динамическим гасителем.

В.В. Провоторов [118] сделал попытку указать условия на заданные управляющие граничные функции при успокоении колебательных процессов механической системы «мачта – растяжки». В [119] рассматривается задача гашения (успокоения) континуума, имеющего особенность – сосредоточенную массу. Исследуемая математическая модель лежит в основе изучения вопросов управления колебательными процессами механической системы, содержащей мачту и поддерживающие ее растяжки. В [117] представлено решение задачи гашения продольных колебаний стержня с особенностями.

ВА. Проурзин [119] рассмотрел задачу скалярного управления конечной или счетной системой осцилляторов, расположенных на общем основании. Управление осуществляется скалярной ограниченной силой, приложенной к основанию. Широкий круг задач управления системами с распределенными параметрами и многомассовыми системами может быть сведен к подобной постановке. Разработан метод решения задачи построения ограниченного по модулю управления, перемещающего основание из заданного состояния в начало координат за конечное время так, чтобы отсутствовали остаточные колебания осцилляторов.

Известно много вариантов эффективного практического использования метода гашения колебаний для уменьшения уровня сейсмического воздействия на жилые

здания, мосты и другие сооружения, а также исследования по постановкам задач, близким к активной системе, но с применением дополнительных установок для фильтрации, акселерограмм грунта и повышения поглощающей способности сооружения. Обзор результатов таких исследований приведен в работе [144].

В работе [150] проанализирована возможность повышения эффективности динамического гасителя моногармонических колебаний гироскопической системы на основе изменения его структуры путем перенастройки гасителя в зависимости от частоты внешнего воздействия, т.е. управление жесткостью электрической упругой связи инерционной массы гасителя с объектом демпфирования. Рассмотрено влияние погрешности настройки на эффективность гашения колебаний.

В работе [151] особое место отведено решению проблемы создания smart-системы, предназначенной для управляемого гашения колебаний уменьшенной модели лопасти вертолета, оснащенной системой активных пьезоэлементов. Рассмотрены проблемы обеспечения динамического подобия модели и полноразмерной лопасти, особенности создания напряженно-деформированного состояния трубчатой конструкции лонжерона при действии пьезоэлектрических пластин, структура системы адаптивного управления.

В работе [141] приведены результаты анализа современных методов активной сейсмической защиты с оценкой их достоинств и недостатков. Дано предложение по классификации систем сейсмоизоляции, основанной на характере зависимости восстанавливающей силы от перемещения здания. Представлен краткий анализ опыта исследований и практики строительства зданий с системами активной сейсмозащиты в Узбекистане. Определены основные направления развития исследований и разработок активной сейсмозащиты применительно к условиям Узбекистана.

## **1.5 Моделирование сейсмических воздействий**

Сейсмические проявления различны и по своей природе, и по воздействиям на здания и сооружения. В связи с этим представляет значительный интерес моделирование этих воздействий.

В работе [16] описана методика задания сейсмического воздействия для статистического моделирования сейсмических колебаний сейсмоизолированных систем. Используется модель процесса в виде произведения детерминистской огибающей на стационарный случайный процесс. Предлагается методика задания процесса, обеспечивающего одновременно приемлемый уровень средних смещений, скоростей и ускорений модельного воздействия и уровень пиковых ускорений, соответствующий натурным данным и ситуационной сейсмичности на площадке строительства.

Системы сейсмоизоляции и сейсмогашения являются эффективными средствами повышения сейсмостойкости зданий и сооружений. В настоящее время выполнено значительное количество исследований по оптимизации параметров таких систем. Сложностью задачи оптимизации является необходимость обеспечения эффективности работы сейсмозащиты в широком диапазоне амплитуд и спектрального состава сейсмического воздействия. Для исследования систем сейсмоизоляции и уменьшения объема вычислений оказывается весьма удобным представление уравнений колебаний в безразмерной форме [29]. С этой целью А.А. Долгой и А.М. Уздиным предложены уравнения движения в безразмерных ускорениях.

В статье Г.В. Давыдовой [42] рассмотрена новая статистическая модель сейсмического воздействия, содержащая одновременно высокочастотную и низкочастотную компоненты. Эта модель имеет два пика на спектральной плотности.

Развитию методов учета взаимодействия фундамента с основанием для оценки сейсмостойкости сооружений посвящена диссертационная работа А.О. Докторовой [46]. Целью является анализ и усовершенствование динамических моделей грунтового основания, а также оценка на этой основе

сейсмической реакции системы «фундамент – основание».

Определение периодов собственных колебаний каркасных зданий для практических расчетов в антисейсмическом проектировании рассматривается в работе Я.М. Айзенберга, Г.В. Мамаевой [4]. В настоящее время в антисейсмическом проектировании наблюдаются серьезные различия в оценках величин периодов собственных колебаний сооружений. Это приводит к тому, что расчет одинаковых сооружений производится на существенно различающиеся нагрузки. Значительное количество факторов, влияющих на динамические характеристики сооружений и трудноформализуемых в математических моделях, усложняет чисто расчетное определение периодов собственных колебаний сооружений. Произведен анализ и обобщены имеющиеся экспериментальные данные, включая данные сети инженерно-сейсмометрической службы (ИСС). На этой основе предложены эмпирические и полуэмпирические формулы для практического определения периодов основного тона собственных колебаний каркасных зданий.

В работе [95] приведены результаты исследований по определению величин периодов колебаний различных типов зданий: при одинаковых габаритах и грунтах основания периоды колебаний кирпичных и крупноблочных зданий практически совпадают, а периоды колебаний таких же по габаритам крупнопанельных зданий существенно меньше. Подобраны экспериментальные зависимости «период – этажность здания», «период – протяженность здания» для всех трех категорий основания по сейсмическим свойствам. Полученные аналитические зависимости, основанные на экспериментальных данных, могут использоваться для проверки различных теоретических моделей расчета кирпичных зданий на сейсмические воздействия.

Во многих случаях практика проектирования и расчета сейсмоизолированных зданий предполагает возможность определения собственного периода колебаний здания с последующим его расчетом по линейно-спектральной методике. Такой подход не только представлен в научной литературе, но и реализован в ряде

проектов. Приведенные в статье А.М. Курзанова и Ю.Д. Черепинского результаты указывают на несостоятельность применяемых подходов. Авторы считают, что рассматриваемые здания не имеют собственного периода колебаний. Результаты измерений полностью зависят от начальных условий и могут принимать любые значения от нуля до бесконечности. К тому же система основание – сооружение существенно нелинейна, и разложение по формам колебаний не имеет смысла. Для расчета зданий на рассматриваемых фундаментах предложено два подхода.

В [45] представлен расчет многоопорной конструкции по спектральной методике. Проанализированы способы представления сейсмического воздействия и соответствующие им методы учета корреляции форм колебаний и возмущения под опорами. Предложено представление воздействия в виде суммы бегущей замороженной волны и статистически независимых возмущений опор. Даны рекомендации по разделению воздействия на указанные составляющие.

И. Каландарбеков в [63] рассматривает многоэтажное здание, для которого можно выбрать динамическую расчетную схему в виде многомассовой консольной системы. Если учесть, что колебания грунта при землетрясении описываются в виде трех компонент ускорения, то сейсмическая реакция упругой системы на эти три компоненты может быть рассчитана путем суперпозиции параметров реакции на каждую отдельную компоненту. Расчет сводится к определению внутренних усилий при одном поступательном воздействии. Сосредоточив массы здания на уровне перекрытий, а также приняв во внимание массу фундамента, получаем динамические расчетные схемы, где помимо поступательных учитываются вращательные движения масс.

Изменение сейсмических свойств грунтов в основании зданий и сооружений во времени, а также после их улучшения методами инженерной подготовки исследовали И.Г. Миндель и Б.А. Трофимов в [88]. В практике сейсмического микрорайонирования сейсмические и физико-механические свойства грунтов в основании зданий и сооружений обычно приводятся для естественного состояния толщин ниже планировочной отметки (или от черной отметки в случае насыпи).

Однако с течением времени под действием нагрузки от сооружения, а также по другим причинам (подтопление территорий, оттаивания многолетнемерзлых грунтов и т.д.) свойства грунтов, в том числе сейсмические, изменяются. Другая актуальная проблема – инженерная подготовка оснований зданий и сооружений с целью улучшения сейсмических свойств грунтов; она еще более обострилась после введения в нормы комплекта карт ОСР-97 и повышения исходной сейсмичности в некоторых районах России. На грунтах III категории по сейсмическим свойствам в районах с сейсмичностью девять баллов (и тем более 10 баллов) строительство, как правило, не допускается. В нормах на возведение оснований зданий и сооружений указывается несколько способов преобразования строительных свойств грунтов. Наиболее технологичными и экономически целесообразными для сейсмических районов представляются: замена водонасыщенных песчаноглинистых грунтов подушками из гравия и щебня, устройство свайного основания, реже цементация грунтов и закрепление их другими способами. До последнего времени прогнозы изменения свойств грунтов под фундаментами зданий и сооружений в результате их уплотнения и упрочнения под действием нагрузки, а также путем устройства подушек из гравия и щебня или свайного основания, выполнялись с помощью соответствующего моделирования расчетными методами.

Применение дифференциальной модели сейсмического воздействия при расчете сооружений предложено в работе Ю.П. Назарова и Е.В. Колпаковой [91]. В статье рассмотрено использование дифференциальной модели сейсмического воздействия при расчете зданий и сооружений с учетом их пространственной работы. Приведена краткая теория, примеры обработки записей ускорений сейсмических движений грунта для получения расчетных параметров модели воздействия. Рассмотрена ее область применения и особенности.

Использование интегральной модели сейсмического воздействия при расчете зданий и сооружений предложено в работе Ю.В. Панасенко [112]. В статье рассмотрено применение интегральной модели сейсмического воздействия при

расчете здания и сооружений с учетом их пространственной работы. Приведено краткое изложение теории, алгоритм решения уравнений модели и ее особенности, представлены примеры использования данной модели.

Ряд расчетных моделей описан в работе А.В. Перельмутер и др. [113]. Книга посвящена анализу методов, используемых при создании современных программных систем для статического и динамического расчета несущих строительных конструкций, а также приемов использования этих систем. Особое внимание в книге уделено проблеме выбора расчетной модели, ее обоснованности, а также внутренней и внешней согласованности с решаемой задачей. Приведены многочисленные практические рекомендации, указаны типичные и нетипичные проблемы и ошибки, описаны различного рода ловушки, подстерегающие инженера-расчетчика.

Сейсмический и динамический отклик сооружений со случайными параметрами при векторных случайных воздействиях исследовал М.Л. Холмянский [144]. Сооружения часто испытывают динамические и сейсмические воздействия от нескольких источников. Эти источники могут иметь разное происхождение или же являться различными преобразованиями исходного воздействия; действовать внутри сооружения (например, при установке нескольких машин на перекрытие здания или при групповой установке машин на общий фундамент) или извне (при несинхронном воздействии распространяющихся в грунте волн, при воздействии морского волнения или ветра и т.д.); возможно и сочетание таких воздействий. В общем случае воздействия описываются векторной функцией времени. В случае случайных воздействий необходимо рассматривать векторный случайный процесс. Для возникающих в этих случаях колебаний отсутствуют методы решения, учитывающие случайную изменчивость параметров как воздействия, так и колебательной системы. В работе ставится и решается задача расчета отклика (выходного сигнала) при колебаниях сооружения, описываемого моделью линейной системы. Входные воздействия задаются как нестационарные, в общем

случае векторные случайные процессы. Параметры системы предполагаются случайными величинами, не зависящими от входных воздействий.

## **1.6 Выводы к главе 1**

Проблеме гашения колебаний зданий и сооружений посвящены работы многих российских и зарубежных ученых. Однако проблема предотвращения развития колебаний стальных куполообразующих и прямоугольных каркасов остается открытой вследствие небольшого количества реально адаптированных решений сейсмической защиты.

Необходима разработка универсальных в работе, эффективных и относительно недорогих способов гашения колебаний, построение и развитие теории вычислительных методов расчёта механической безопасности конструкций и конструктивных систем зданий и сооружений.

## **Глава 2. Гашение колебаний открытых куполов**

Открытый купол – механическая система в виде сферической оболочки (или параболоида) или в виде стержневой циклически симметричной конструкции, образующей поверхность части сферы (или параболоида), закрепленная в полюсе конструкции.

Основным практическим применением конструкций открытых куполов является радиолокационная техника (антенны, локаторы). Для повышения устойчивости работы радиолокационной техники целесообразно иметь возможность гашения колебаний, вызванных сейсмическими или взрывными воздействиями.

### **2.1 Учет геометрической и физической нелинейностей при колебаниях открытых куполов**

Строительные конструкции и элементы сооружений под воздействием силовых факторов могут существенно менять свои формы и размеры, из-за чего принцип малых перемещений, на основе которого построены методы линейной строительной механики, не применим. При возникновении больших деформаций значения напряжений в элементах конструкций могут превышать предел упругости, а зависимость напряжений от деформаций становится нелинейной. Следовательно, для описания реальной работы таких конструкций необходимо учитывать нелинейные факторы. В частности, при сейсмических воздействиях стержневые купола локаторов, антенн и других подобных сооружений могут получать большие изгибные перемещения. Это требует модернизации прямых методов решения дифференциальных уравнений колебательного движения механической системы для учета нелинейных составляющих деформаций и напряжений [158, 166, 176].

### 2.1.1 Учет геометрической нелинейности

Положительные направления узловых перемещений и усилий конечного элемента и их нумерация изображены на рисунке 1.

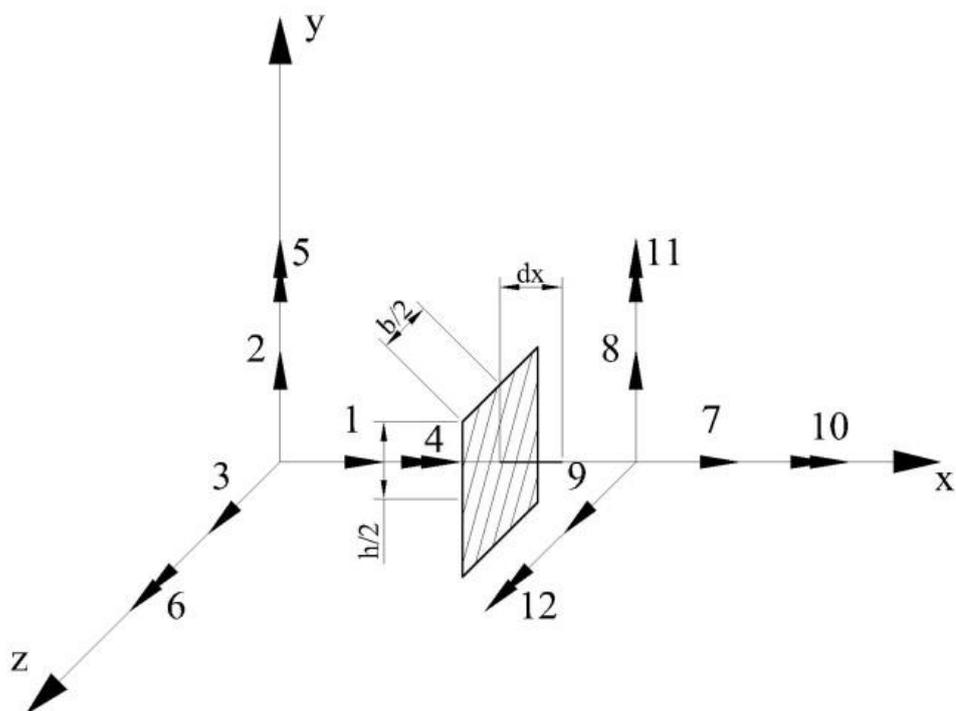


Рисунок 1 – Направление перемещений и деформаций в узлах стержня

Обозначим через  $u$ ,  $v$ ,  $w$  осевые смещения точек вдоль осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , соответственно;  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$ ,  $\varphi_z$  – углы поворотов сечений стержня вокруг осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Причем далее будем считать

$$\varphi_x = \varphi, \quad -\varphi_y = \frac{dw}{dx} = w', \quad \varphi_z = \frac{dv}{dx} = v'. \quad (1)$$

Для сжато-изогнутого (растянуто-изогнутого) стержня точное выражение деформация–перемещения определяется зависимостью:

$$\varepsilon = u' - y \cdot v'' + z \cdot w'' + \frac{1}{2} \cdot (v')^2 + \frac{1}{2} \cdot (w')^2. \quad (2)$$

В (2) три первых слагаемых – компоненты осевой и изгибной деформации, а четвертый и пятый слагаемые, которые являются нелинейными, учитывают

изменение геометрии стержня при большой амплитуде колебаний. Следуя Р. Галлагеру, потенциальную энергию деформации призматического стержня запишем в виде:

$$V_{\Pi} = \frac{1}{2} \cdot E \cdot \int_l \int_A (\varepsilon_x)^2 \cdot dA \cdot dx. \quad (3)$$

При представлении компонентов вектора перемещений стержня в виде:

$$U = \{u_1 \quad v_1 \quad w_1 \quad \varphi_{x1} \quad \varphi_{y1} \quad \varphi_{z1} \quad u_2 \quad v_2 \quad w_2 \quad \varphi_{x2} \quad \varphi_{y2} \quad \varphi_{z2}\}^T, \quad (4a)$$

$$\text{или } U = \{u_{i1} \quad u_{i2} \quad u_{i3} \quad u_{i4} \quad u_{i5} \quad u_{i6} \quad u_{i7} \quad u_{i8} \quad u_{i9} \quad u_{i10} \quad u_{i11} \quad u_{i12}\}^T, \quad (4б)$$

дифференцируя выражение (3) по этим компонентам, получаем известную матрицу жесткости пространственного стержня двенадцатого порядка  $K_l$  и  $K^{\Gamma}$  – так называемую геометрическую матрицу размерами  $[12 \times 12]$ , учитывающую изменение геометрии системы:

$$K^{\Gamma} = N \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5 \cdot l} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & \frac{6}{5 \cdot l} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6}{5 \cdot l} & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{6}{5 \cdot l} & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & \frac{2 \cdot l}{15} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & \frac{2 \cdot l}{15} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{2 \cdot l}{15} & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{2 \cdot l}{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5 \cdot l} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & \frac{6}{5 \cdot l} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6}{5 \cdot l} & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{6}{5 \cdot l} & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & -\frac{l}{30} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & \frac{2 \cdot l}{30} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{l}{30} & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{2 \cdot l}{30} & 0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где  $N = -E \cdot A \cdot u'$ .

Для решения динамических задач с учетом геометрической нелинейности в дифференциальном уравнении движения механической системы:

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = P(t) \quad (6)$$

матрицу жесткости будем представлять в виде:

$$K = K_n - K^\Gamma, \quad (7)$$

где  $M$  – диагональная матрица масс;

$U$  – вектор перемещений системы;

$C$  – матрица демпфирования (матрица сопротивления движению);

$P(t)$  – вектор узловых нагрузок, составленный из произведений величин ускорений по заданной акселерограмме землетрясения на массы соответствующих узлов.

Для составления матрицы  $C$  использовалось демпфирование по Релею:

$$C = \alpha \cdot M + \beta \cdot K, \quad (8)$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$  – коэффициенты демпфирования, значения которых определяются из модального анализа конструкции.

При определении коэффициентов демпфирования для строительных сооружений, жёсткость которых при проектировании закладывается достаточно высокой, необходимо определить две низшие частоты собственных колебаний и решить систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} 2 \cdot \zeta_1 \cdot \omega_1 = \alpha + \beta \cdot (\omega_1)^2 \\ 2 \cdot \zeta_2 \cdot \omega_2 = \alpha + \beta \cdot (\omega_2)^2 \end{cases}, \quad (9)$$

где  $\zeta_1$  и  $\zeta_2$  – эмпирические коэффициенты демпфирования для конструкции при первой и второй модам колебаний соответственно, для стержневых стальных конструкций  $\zeta_1 = \zeta_2 = 0,03$ ;

$\omega_1$  и  $\omega_2$  – частоты собственных колебаний, соответствующие первой и второй модам колебаний соответственно.

### 2.1.2 Учет физической нелинейности материала

При записи уравнений равновесия с учетом физической нелинейности удобно пользоваться зависимостями вида:

$$\sigma = f(\varepsilon). \quad (10)$$

В достаточно общем виде такую зависимость (10) можно записать следующим образом:

$$\sigma = \sum_{i=1}^n A_i \cdot \varepsilon^{k_i} = A_1 \cdot \varepsilon^{k_1} + A_2 \cdot \varepsilon^{k_2} + \dots + A_n \cdot \varepsilon^{k_n}, \quad (11)$$

где  $A_i$  – некоторые физические константы, имеющие размерность напряжений;  $k_i$  – безразмерные показатели, которые могут быть любым положительным числом (целым, дробным).

Для низколегированных сталей удобно использовать диаграммы, аналитически выраженные степенными функциями, многочленами вида:

$$\sigma = \sum_{k=1,3,5,\dots}^n E_k \cdot \varepsilon^k = E_1 \cdot \varepsilon \pm E_3 \cdot \varepsilon^3 \pm \dots \pm E_n \cdot \varepsilon^n. \quad (12)$$

Для большинства практических расчетов можно ограничиться двумя членами этого ряда:

$$\sigma = \sum_{k=1,3}^n E_k \cdot \varepsilon^k = E \cdot \varepsilon - E_3 \cdot \varepsilon^3, \quad (13)$$

т.е. кубической зависимостью, обеспечивающей симметричность диаграммы относительно растяжения-сжатия. Здесь  $E$  – начальный модуль упругости материала; а параметр:

$$E_3 = \frac{4}{27} \cdot \frac{E^3}{\sigma_{\text{мп}}^2}, \quad (14)$$

где  $\sigma_{\text{мп}}$  – предел прочности (текучести) материала, который в соответствии с моделью Купера-Саймондса зависит от скорости деформации стержня:

$$\sigma_{\text{ин}} = \sigma_{\text{ин}}^{\text{ст}} \left( 1 + \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{40} \right)^{\frac{1}{4}} \right). \quad (15)$$

Формула (14) одинаково удобна при аппроксимации зависимостей  $\sigma$ – $\varepsilon$  как для бетона, так и для стали.

Подставляя (2) и (14) в (13) получим уравнение, устанавливающее зависимость между напряжениями и перемещениями  $u, v, w, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ .

Будем различать понятия статической и динамической жесткости элементов каркаса. Под «статической» понимается жесткость, определенная при медленных процессах деформирования конструкций, а под «динамической» – жесткость, определенная при достаточно быстрых циклических процессах деформирования конструкций (обычно по частотам собственных колебаний).

При назначении статической жесткости исходят из диаграмм напряжения–деформации материалов, из которых состоит конструкция. При этом расчетным значениям соответствуют верхние пределы статических напряжений или деформаций материалов. Динамическую жесткость принимают, как правило, выше статической, но назначение абсолютной величины здесь связано с учетом влияния многих факторов.

Для большинства строительных материалов вид диаграммы  $\sigma$ – $\varepsilon$  при разгрузке принимается по линейному закону. При нагружении вид диаграммы зависит от скорости возрастания нагрузки, однако сам характер деформирования при любой быстроте нагружения примерно сохраняется. Это дает возможность использовать и в динамических расчетах диаграммы, аналогичные статическим, но с корректировкой основных параметров, например, предела прочности при сжатии для бетона или предела временного сопротивления для низколегированной стали. Кроме того, при колебательных движениях конструкций происходят внутренние и внешние процессы, вызывающие переменное сопротивление движению.

### 2.1.3 Алгоритм расчета

Для практического расчета нелинейных напряжений и деформаций воспользуемся методом последовательных приближений (метод переменных параметров упругости), разработанного И.А. Биргером для решения задач статики, но адаптируем его для задач динамики. Для этого на каждом шаге по времени будем считать, что значения матрицы жёсткости  $K$  на каждом шаге по времени итерационно определяются через значения вектора  $U_{t-\Delta t}$ , полученного на предыдущем этапе упругого решения.

1. Методом центральных разностей определяем перемещения узлов механической системы в моменты времени:

$$U_{t+\Delta t} = \left( \frac{M}{(\Delta t)^2} + \frac{C}{2 \cdot \Delta t} \right)^{-1} \cdot \left( P_t - M \cdot \frac{U_{t-\Delta t} - 2 \cdot U_t}{(\Delta t)^2} + C \cdot \frac{U_{t-\Delta t}}{2 \cdot \Delta t} - K(U_{t-\Delta t}) \cdot U_t \right). \quad (16)$$

На первом шаге итерации по параметрам упругости используем упругое решение с начальным модулем упругости  $E$ .

2. По значениям перемещений определяем составляющие деформации  $\epsilon_x$ :

$$u_i' = \frac{u_{i7} - u_{i1}}{l_i}, \quad (17)$$

$$w_i'' = \left( 2 \cdot \frac{-3 \cdot u_{i3} - 2 \cdot u_{i5} \cdot l_i + 3 \cdot u_{i9} - 3 \cdot u_{i11} \cdot l_i}{(l_i)^2} + 3 \cdot \frac{2 \cdot u_{i3} + u_{i5} \cdot l_i - 2 \cdot u_{i9} + u_{i11} \cdot l_i}{(l_i)^3} x \right), \quad (18)$$

$$v_i'' = \left( 2 \cdot \frac{-3 \cdot u_{i2} - 2 \cdot u_{i6} \cdot l_i + 3 \cdot u_{i8} - 3 \cdot u_{i12} \cdot l_i}{(l_i)^2} + 3 \cdot \frac{2 \cdot u_{i2} + u_{i6} \cdot l_i - 2 \cdot u_{i8} + u_{i12} \cdot l_i}{(l_i)^3} x \right), \quad (19)$$

$$w_i' = u_{i5} + 2 \cdot \frac{-3 \cdot u_{i3} - 2 \cdot u_{i5} \cdot l_i + 3 \cdot u_{i9} - 3 \cdot u_{i11} \cdot l_i}{(l_i)^2} x + 3 \cdot \frac{2 \cdot u_{i3} + u_{i5} \cdot l_i - 2 \cdot u_{i9} + u_{i11} \cdot l_i}{(l_i)^3} x^2, \quad (20)$$

$$v_i' = u_{i6} + 2 \cdot \frac{-3 \cdot u_{i2} - 2 \cdot u_{i6} \cdot l_i + 3 \cdot u_{i8} - 3 \cdot u_{i12} \cdot l_i}{(l_i)^2} x + 3 \cdot \frac{2 \cdot u_{i2} + u_{i6} \cdot l_i - 2 \cdot u_{i8} + u_{i12} \cdot l_i}{(l_i)^3} x^2, \quad (21)$$

$$\varepsilon_{x,i} = u_i' - y \cdot v_i'' + z \cdot w_i'' + \frac{1}{2} \cdot (v_i')^2 + \frac{1}{2} \cdot (w_i')^2. \quad (22)$$

Деформации целесообразно определять в наиболее удаленных точках сечения.

Например, для прямоугольного сечения  $z = \pm \frac{b}{2}$ ,  $y = \pm \frac{h}{2}$ .

3. Определяем напряжения:

$$\sigma_{x,i} = E \cdot \varepsilon_{x,i} - E_3 \cdot (\varepsilon_{x,i})^3. \quad (23)$$

4. Определяем секущие модули упругости для элементов конструкции:

$$E_i = \frac{\sigma_{x,i}}{\varepsilon_{x,i}}. \quad (24)$$

5. Выполняем проверку:

$$|E_i - E_{i-1}| \leq \delta, \quad (25)$$

где  $\delta$  – заданная норма погрешности.

При выполнении этого соотношения заканчиваем расчет и переходим к новому шагу по времени. В противном случае переходим к пункту 1.

### 2.1.4 Результаты динамических расчетов

Динамический расчет производился на примере локаторов, радиусами 4,0–4,5 м, высотой стрелы подъема 0,8 м (рисунок 2). К узлам локатора приложили нагрузку, которая изменялась по закону:

$$\begin{aligned}
 P_x &= 10M_i \cdot \sin(20 \cdot t); \\
 P_y &= 10M_i \cdot \sin(20 \cdot t) - M_i \cdot g; \\
 P_z &= 10M_i \cdot \sin(20 \cdot t).
 \end{aligned}$$

По результатам расчета элемент 22 получил наибольшие относительные деформации (отмечен на рисунке 2а красным). На рисунке 3 показана диаграмма напряжения–деформации для элемента 22 под действием данной нагрузки (вертикальная ось – напряжения, Па; горизонтальная ось – относительные деформации). На рисунках 4 – 6 изображены графики линейных перемещений узла на внешнем кольце вдоль глобальных координатных осей (вертикальная ось – перемещения, м; горизонтальная ось – количество шагов по времени, величина шага 0,000125 с). Красный график перемещений – без учета нелинейности. Синий график перемещений – с учетом нелинейности.

Результаты расчетов сведены в таблицу 1, где  $x_{\max}$ ,  $y_{\max}$ ,  $z_{\max}$  – максимальные положительные перемещения вдоль осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  соответственно;  $x_{\min}$ ,  $y_{\min}$ ,  $z_{\min}$  – максимальные отрицательные перемещения вдоль осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  соответственно. Частота свободных колебаний системы определялась в момент времени, при котором перемещения вдоль оси  $x$  достигали  $x_{\max}$ .

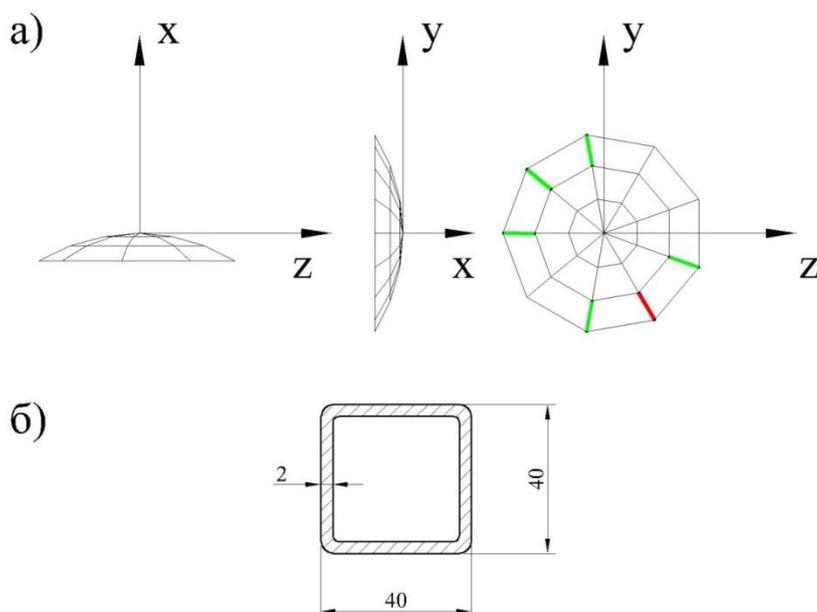


Рисунок 2 – Исследуемая модель локатора: а) расчетная схема локатора;  
б) поперечное сечение всех элементов

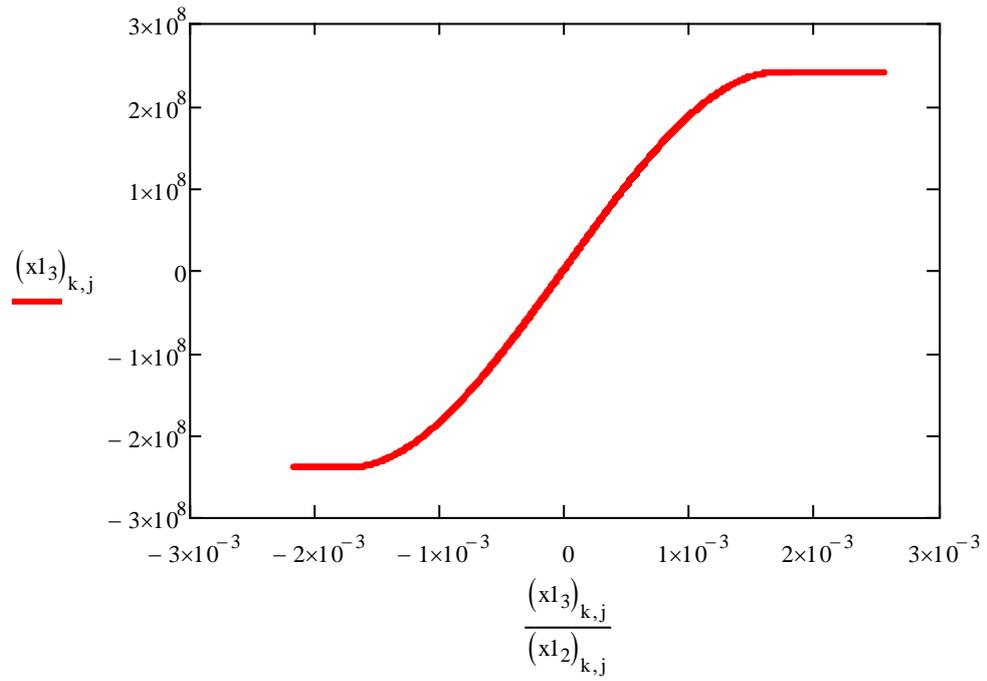


Рисунок 3 – Диаграмма напряжения–деформации для элемента 22

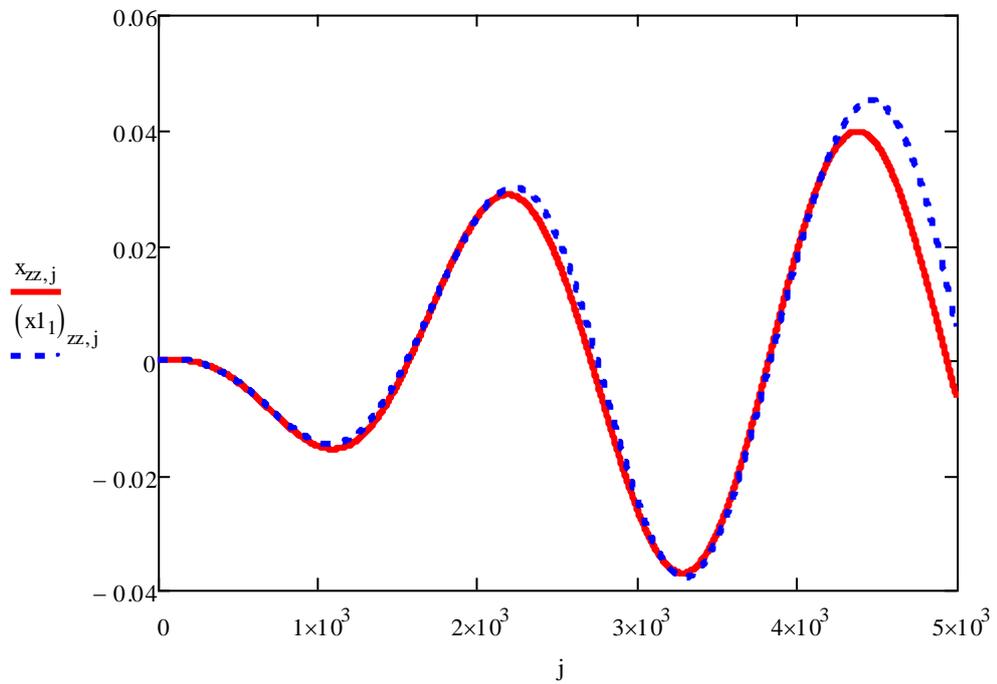


Рисунок 4 – Перемещение вдоль оси  $x$

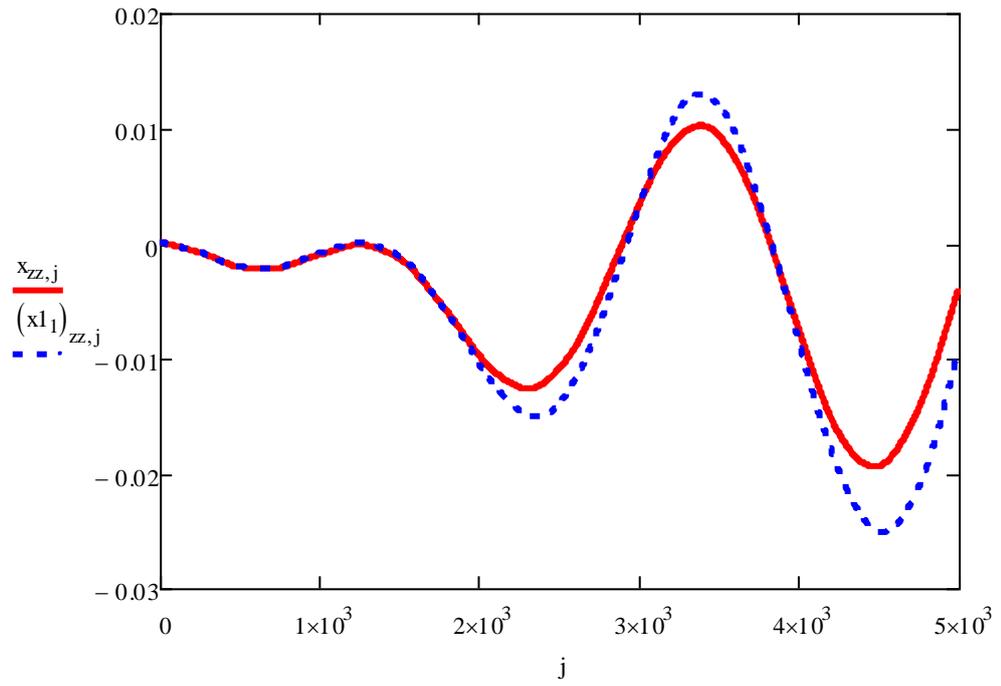
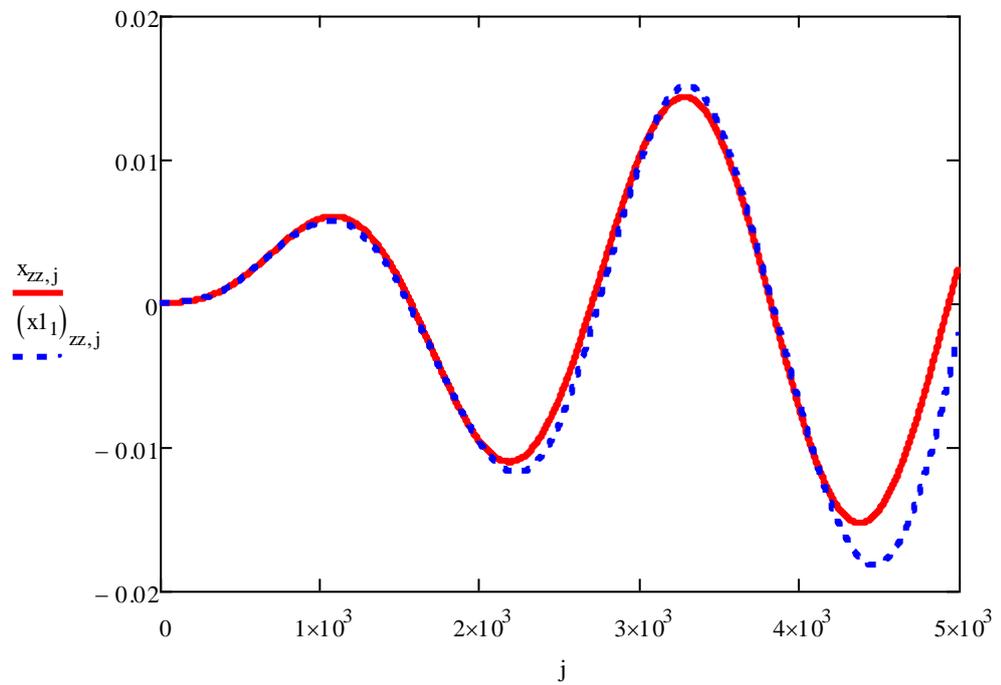
Рисунок 5 – Перемещение вдоль оси  $y$ Рисунок 6 – Перемещение вдоль оси  $z$

Таблица 1 – Сравнение результатов линейного расчета и расчета с учетом нелинейности

	Радиус купола локатора, м					
	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5
Линейный расчет						
X <sub>max</sub> , М	0,039669	0,051123	0,062631	0,073623	0,083537	0,091874
X <sub>min</sub> , М	-0,03713	-0,04396	-0,05075	-0,05732	-0,06347	-0,06898
У <sub>max</sub> , М	0,010199	0,011368	0,012512	0,013736	0,014629	0,015375
У <sub>min</sub> , М	-0,01946	-0,02293	-0,02648	-0,02965	-0,03261	-0,03548
Z <sub>max</sub> , М	0,014326	0,016911	0,019516	0,022006	0,024343	0,026398
Z <sub>min</sub> , М	-0,01531	-0,01968	-0,02408	-0,02827	-0,03200	-0,03513
Период колебаний, с	0,272875	0,2825	0,288	0,29575	0,30375	0,309375
Частота собственных колебаний (1 форма), Гц	25,885	24,638	23,479	22,401	21,394	20,454
Расчет с учетом нелинейности						
X <sub>max</sub> , М	0,045045	0,058506	0,071869	0,084187	0,094499	0,10204
X <sub>min</sub> , М	-0,03782	-0,04461	-0,05153	-0,05812	-0,06431	-0,06991
У <sub>max</sub> , М	0,012903	0,014815	0,016516	0,017945	0,019396	0,02073
У <sub>min</sub> , М	-0,02511	-0,03087	-0,03662	-0,04221	-0,04680	-0,05095
Z <sub>max</sub> , М	0,015041	0,017876	0,020634	0,023295	0,02581	0,028072
Z <sub>min</sub> , М	-0,01823	-0,02383	-0,09532	-0,03484	-0,03914	-0,04245
Период колебаний, с	0,278625	0,28675	0,298875	0,304625	0,3115	0,3175
Частота собственных колебаний (1 форма), Гц	24,096	22,459	20,968	19,653	18,508	17,557
Процент увеличения амплитуды перемещений вдоль оси x, %	13,55	14,44	14,75	14,35	13,10	11,07

	Радиус купола локатора, м					
	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5
Процент увеличения амплитуды перемещений вдоль оси $y$ , %	29,02	34,63	38,30	42,33	43,52	43,61
Процент увеличения амплитуды перемещений вдоль оси $z$ , %	19,08	21,13	22,61	23,23	22,31	20,83

В результатах расчета (таблица 1) наблюдается увеличение амплитуды перемещений вдоль осей  $x$ ,  $y$  и  $z$  до 15; 44 и 24 % соответственно. Графики перемещений до 440 шага совпадают, т.е. обе системы работают в пределах упругости. После 440 шага напряжения некоторых элементов принимают значения, близкие к предельным, поэтому происходит значительное отклонение графиков нелинейного расчета в сравнении с линейным расчетом.

В расчетах при радиусе локатора 4 м наблюдаются шесть элементов, в которых напряжения достигают предельных (отмечены красным и зелёным на рисунке 2), а при радиусе 4,5 м – 27 элементов (все радиальные элементы). Поскольку на каждом временном шаге меняется матрица жесткости всей системы в соответствии с предложенным выше алгоритмом, меняются и частоты собственных колебаний (уменьшаются). Вследствие этого, на графиках (рисунки 4 – 6) соответствующие амплитудные значения перемещений при линейном и нелинейном расчетах достигаются в разные моменты времени, а период колебаний в расчете с учетом нелинейности больше, чем в линейном (таблица 2). То есть при возникновении больших деформаций во время колебаний эффект биений может произойти не при той частоте, которая ожидалась при линейном расчете.

Подтверждение подлинности метода расчета показывает расчет локатора на гармоническую нагрузку в ПК ЛИРА (рисунок 7).



Рисунок 7 – Сравнение с ПК Лири

Разница результатов расчетов составляет 3%.

## **2.2 Ленточная система гашения колебаний открытых куполов при взрывном воздействии**

Активная часть локатора (антенны, телескопа), как правило, представляет собой вогнутую поверхность параболоида вращения, сформированную стержневой циклически симметричной несущей системой. Размещение гасителей на поверхности локатора представляет собой проблему и в плане искажения считываемой информации (сигналов), и в плане эффективности работы демпфирующей системы.

В данной главе предлагается новая инерционно-преднатяжительная полиэстерно-ленточная система гашения колебаний. Ленты из такого материала практически не влияют на «зрение» локатора. Крепление инерционных катушек с преднатяжителями осуществляется в крайних точках контура (обода) циклически симметричной системы или в крайних и центральной точках.

При взрывной нагрузке или при сейсмической нагрузке параболоидная поверхность локатора начинает деформироваться. Направление движения поверхности параболоида зависит от положения центра взрыва – спереди или сзади локатора. Для исключения колебательного движения локаторов при взрывных воздействиях используем ленточные гасители колебаний. При взрыве противоположные узлы крепления лент гасителя начинают сближаться или, наоборот, удаляться по отношению друг к другу [157, 164, 165].

Лента пассивной системы безопасности, оснащенная инерционными катушками, преднатяжителями (электрическими или пиропатронными) и торсионами, предотвращает развитие колебаний. Материал ленты – волокна полиэстера. Этот материал отличается высокими показателями на разрыв и способен выдерживать высокие нагрузки.

Эффективность работы гасителя во многом зависит от правильного натяжения ленты пассивной системы безопасности при взрыве сзади или спереди от локатора. Инерционная катушка самостоятельно регулирует натяжение ленты, выбирая лишнюю часть. При взрыве сзади применяются преднатяжители, которые натягивают ленту вместе с тем, как поверхность параболоида вращения совершает инерционное движение в сторону взрыва, то есть они предотвращают получение ускорения в обратном (противоположном направлению взрыва) направлении. Преднатяжители наматывают отрезки ленты длиной 100–150 мм в течение 10–15 мс. Если сила, воздействующая на ленту, больше, чем предельно допустимое усилие натяжения, то процесс натяжения останавливается. Эти устройства работают на опережение и для этого используются датчики ударной волны, подобные датчикам удара, применяемым в конструкции подушек безопасности автомобиля. Работают преднатяжители так: в момент фиксации ударной волны при взрыве датчики регистрируют ее и подают сигнал на блок управления. Тот в свою очередь задействует исполнительные механизмы, и они мгновенно натягивают ленту, исключая ускоренное смещение узлов крепления катушек друг от друга. Преднатяжители бывают двух типов – пиропатронные и

электроприводные.

Вытягивание ленты осуществляется при действии силы сопротивления движению. Такую силу сопротивления может, например, создавать поршневой гидроцилиндр одностороннего действия. Характерная особенность поршневого гидроцилиндра одностороннего действия заключается в том, что усилие на выходном штоке, возникающее при нагнетании в рабочую полость гидроцилиндра жидкости под давлением, может быть направлено только в одну сторону (рабочий ход). В противоположном направлении выходное звено перемещается, вытесняя при этом жидкость из гидроцилиндра только под влиянием возвратной пружины.

Таким образом, гасится накопленная энергия деформации купола.

При взрыве спереди срабатывают инерционные катушки и (при необходимости) преднатяжители, не давая куполу локатора шире раскрыться или не давая резко распрямлять после некоторого «сплющивания» тарелки локатора.

Для предотвращения обрыва ленты и получения эффекта рассеивания энергии ударной волны будем использовать торсионы. При достижении определенного усилия на ленту, торсион начинает скручиваться, проворачивая катушку и отматывая полиэстерную ленту. Из-за этого и происходит плавное гашение усилия в ленте.

Смоделируем стержневую систему локатора методом конечных элементов (рисунок 8).

Модель ударного воздействия воздушной волны представляет собой сосредоточенные силы, приложенные к узлам стержневой системы, направленные по оси  $y$ . При этом в связи с природой возникновения данного воздействия, величина нагрузки от ударной волны является непостоянной величиной, которая уменьшается с течением времени и достигает нуля через отрезок времени  $t_1$  (рисунок 9) после достижения конструкции фронта воздушной ударной волны.

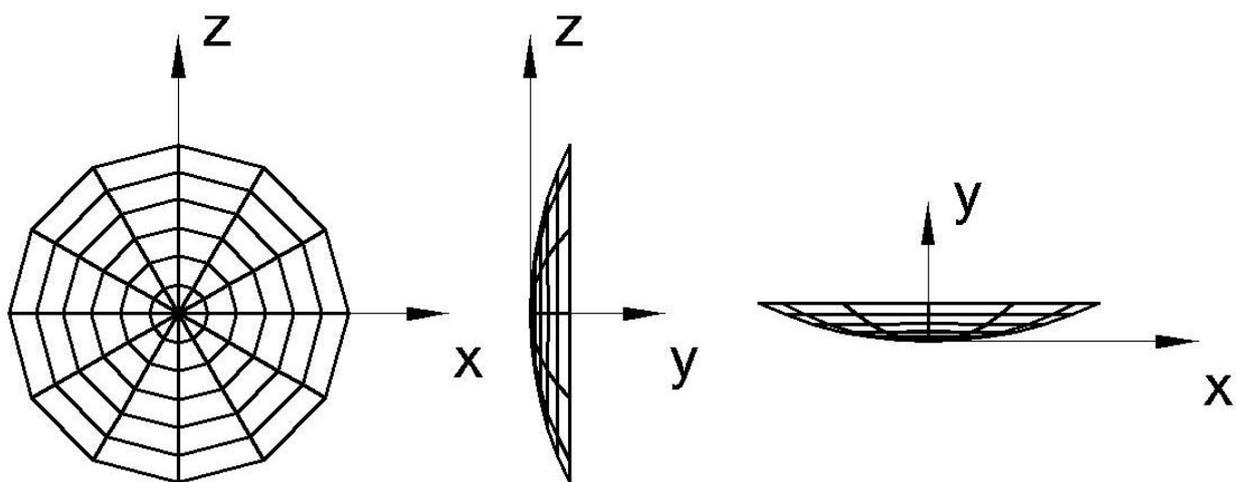


Рисунок 8 – Схема конструкции локатора

Нагрузка от ударной волны зависит от тротилового эквивалента взрывчатого вещества  $G$ , расстояния от эпицентра взрыва до конструкции  $R$  и места взрыва (наземный или воздушный).

Для локаторов нагрузка образуется от давления скоростного напора:

$$\Delta P_{\text{ск}} = C_x \cdot \frac{\rho_{\phi} \cdot V_{\phi}^2}{2}, \quad (26)$$

где  $C_x$  – аэродинамический коэффициент лобового сопротивления;

$\rho_{\phi}$ ,  $V_{\phi}$  – плотность и скорость движения воздуха во фронте ударной волны соответственно.

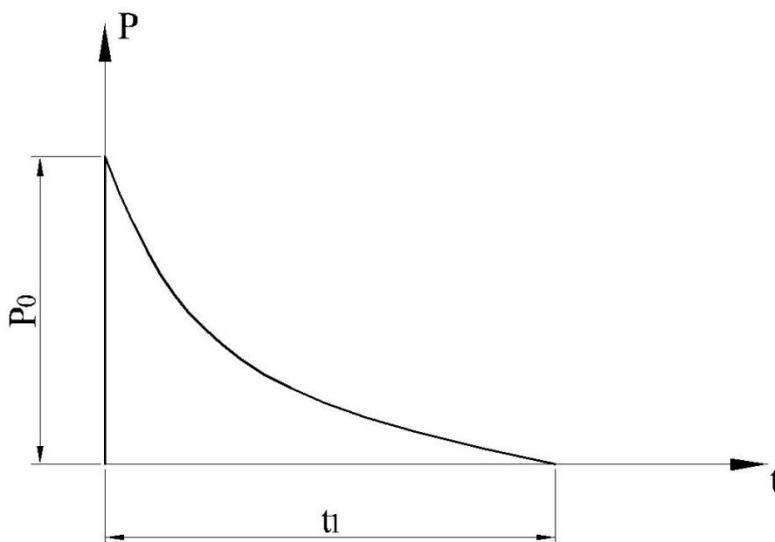


Рисунок 9 – График зависимости нагрузки от ударной волны от времени

Плотность и скорость воздуха во фронте волны определяются по формулам:

$$\rho_{\phi} = \rho_0 \cdot \frac{1 + k \cdot \frac{\gamma + 1}{2 \cdot \gamma}}{1 - k \cdot \frac{\gamma + 1}{2 \cdot \gamma}} \quad (27)$$

$$V_{\phi} = \frac{V_{зв}}{\gamma} \quad (28)$$

где  $\rho_0$  – плотность среды, для воздуха 1,28 кг/м<sup>3</sup>;

$$k = \frac{\Delta P_{\phi}}{P_0} \quad (29)$$

$\gamma = 1,4$  – для воздуха;

$V_{зв}$  – скорость звука в среде, для воздуха 331,46 м/с;

$P_0$ ,  $\Delta P_{\phi}$  – давление воздуха и избыточное давление во фронте воздушной ударной волны.

Избыточное давление во фронте воздушной ударной волны рассчитывается по формуле:

$$\Delta P_{\phi} = a_1 \cdot \frac{\sqrt[3]{G}}{R} + a_2 \cdot \left( \frac{\sqrt[3]{G}}{R} \right)^2 + a_3 \cdot \left( \frac{\sqrt[3]{G}}{R} \right)^3, \quad (30)$$

– для воздушного взрыва  $a_1 = 76$ ;  $a_2 = 246$ ;  $a_3 = 650$ ;

– для наземного взрыва  $a_1 = 95$ ;  $a_2 = 390$ ;  $a_3 = 1300$ .

Зависимость избыточного давления от времени:

$$\Delta P(t) = \Delta P_{\phi} \cdot \left( 1 - \frac{t}{t_1} \right). \quad (31)$$

Время действия ударной волны определяется по формуле:

$$t_1 = 1,3 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt[6]{G} \cdot \sqrt[2]{R}. \quad (32)$$

Проведем расчет для наземного взрыва 15 т тротилового эквивалента на расстоянии 200 м от локатора (радиус крайнего кольца локатора 10 м, высота

стрелы подъема 2,3 м). Форма деформации от воздушной ударной волны изображена на рисунке 10.

Введем модель предложенного выше гасителя колебаний, представляющую собой стержневой конечный элемент, работающий только на осевое растяжение (рисунок 10) на крайнем кольце локатора в двух перпендикулярных направлениях. При этом этот конечный элемент вводится только при условии:

$$|a_i| - |a_j| > a_0,$$

где  $a_0$  – ускорение, при котором лента перестает разматываться.

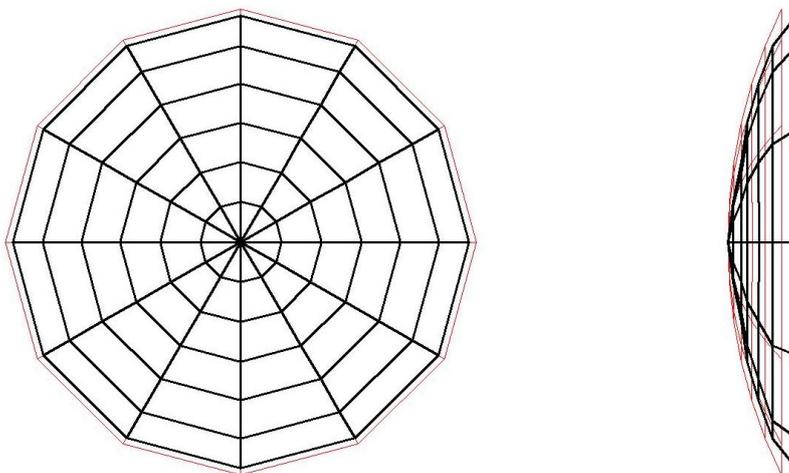


Рисунок 10 – Форма деформации под воздействием воздушной ударной волны

При условии  $|v_i| - |v_j| \geq 0$  гаситель выводится из расчета (рисунок 11).

Результаты расчета показывают, что при воздействии воздушной ударной волны на конструкцию локатора с гасителем колебаний значительно уменьшается амплитуда колебаний (до 90 %), начиная еще с фазы воздействия нагрузки (рисунок 12).

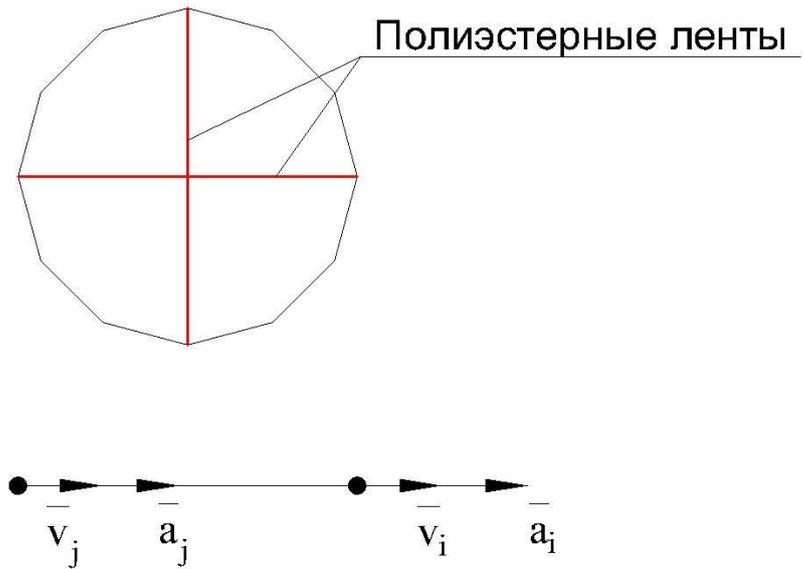


Рисунок 11 – Схема установки гасителя и положительные направления скоростей и ускорений узлов модели гасителя

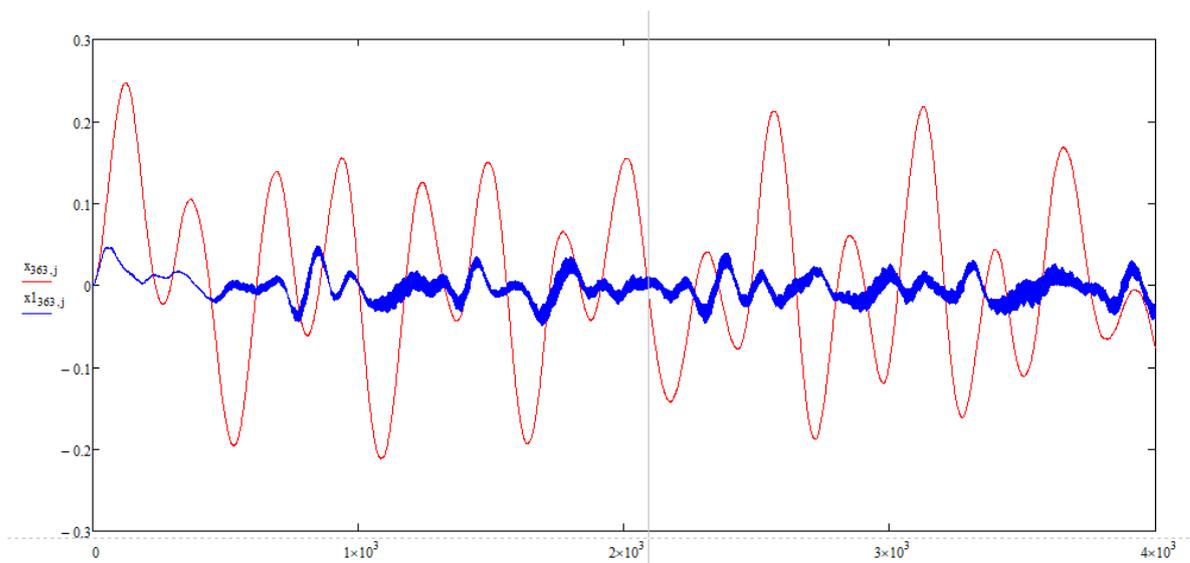


Рисунок 12 – График перемещений узлов локатора, в которых установлен гаситель колебаний

Но на уровнях других колец наблюдается незначительное уменьшение амплитуды колебаний. Следовательно, для более эффективного использования данного гасителя необходимо устанавливать его на нескольких уровнях конструкции.

## **2.3 Ленточная система гашения колебаний открытых куполов при сейсмическом воздействии**

В разделе 2.2 предлагался способ гашения колебаний элементов локатора от воздушной ударной волны при помощи ленточной системы. Локаторы конструктивно относятся к циклически симметричным несущим системам. Исследование форм собственных колебаний циклически симметричных конструкций купольного типа показало, что при низких частотах, соответствующих первым двум частотам собственных колебаний, возникают изгибные (первая форма колебаний) и крутильные (вторая форма колебаний) формы деформаций. При этом изгиб происходит вдоль оси, в направлении которой жесткость механической системы локатора является наименьшей. Для крутильных форм деформаций вращение происходит относительно центральной оси симметрии купольной конструкции, или конструкции локатора.

Для повышения модуля упругости лент используем их армирование ориентированными стекловолокнистыми (стеклопластиковыми). Они имеют в качестве наполнителя длинные стеклянные волокна, уложенные закономерно отдельными прядями, что придает стеклопластику высокую прочность. Данный материал удобно использовать для изготовления (армирования) лент, обладающих повышенной прочностью и жесткостью. Кроме того, модуль упругости лент можно существенно повысить с использованием непрерывных высокопрочных и высокомодульных волокон бора в матрице полиэстерной ленты, или углепластиков на основе непрерывных высокопрочных и высокомодульных углеродных волокон (УП-ВП, УПВМ). Они также характеризуются низкой плотностью, высокой прочностью, высоким модулем упругости, вибропрочностью.

### **2.3.1 Описание способа гашения колебаний**

Рассмотрим работу ленточной системы гашения колебаний локатора в сейсмически опасных районах, т.е. при сейсмическом воздействии. Если применять принцип работы ленточной системы в виде двух взаимно перпендикулярных, диаметрально расположенных прямых максимального радиуса, рассмотренных в разделе 2.1, то из-за высоких частот сейсмических колебаний механизм остановки разматывания ленты не является эффективным способом гашения (на графике колебаний не наблюдается уменьшение амплитуды колебаний). Поэтому в данном разделе исследовалась ленточная система с центральным креплением лент (рисунок 13).

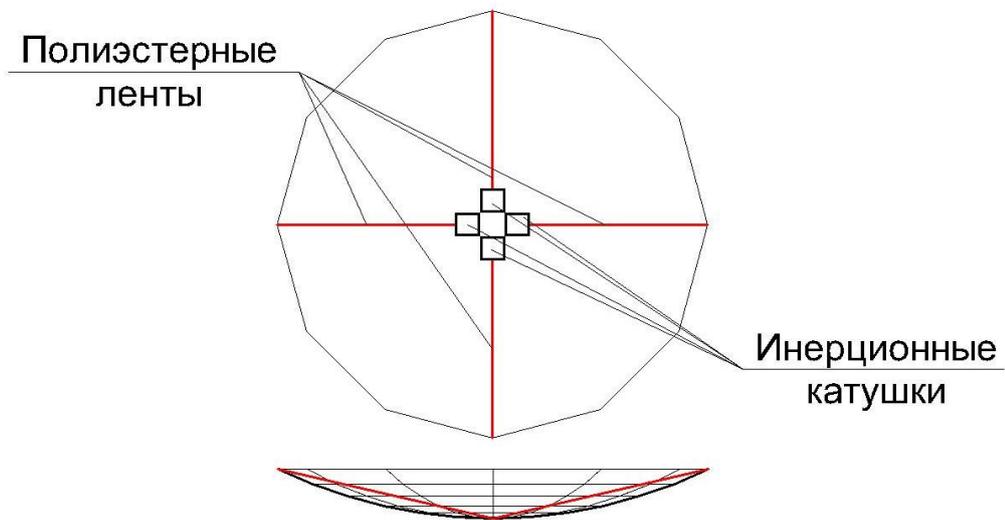


Рисунок 13 – Схема установки лент и катушек

Места крепления ленты оборудованы катушками, разматывание которых осуществляется при достижении силами натяжения лент некоторых определенных значений. При разматывании в катушках возникают силы сопротивления движению, пропорциональные скорости разматывания.

### 2.3.2 Построение численного эксперимента

В качестве модели сейсмического воздействия принята акселерограмма землетрясения 1976 г. в Газли (Узбекистан) (рисунок 14).

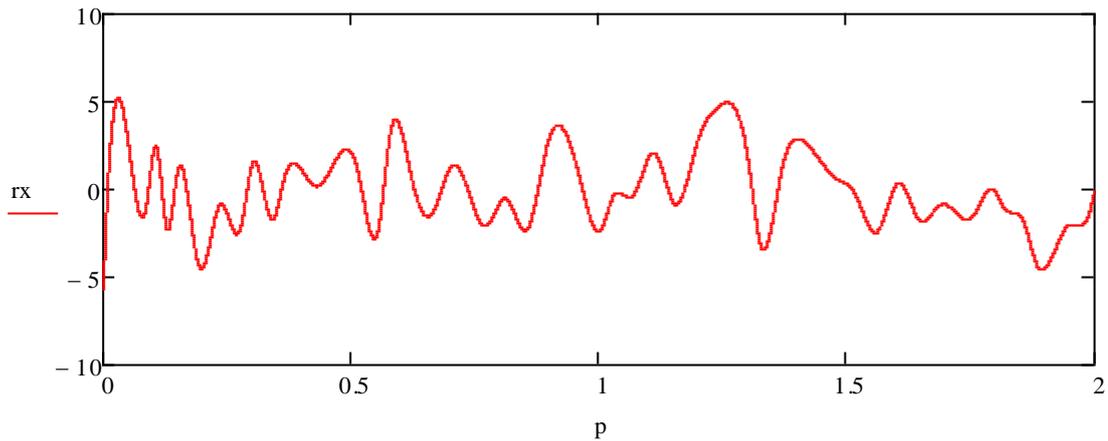


Рисунок 14 – Акселерограмма землетрясения 1976 г. в Газли

При моделировании работы гасителя колебаний на ударное воздействие воздушной волны, изложенного в разделе 2.1, предлагалось включать гаситель в работу после изменения направления движения точек крепления лент в сечении максимального диаметра. При сейсмическом (многократном) воздействии эффективней будет переход к другому алгоритму работы ленточной системы: алгоритму, который обеспечит затухающие колебания. Будем полагать, что при увеличении расстояния между точками крепления ленты механизм разматывания ленты не включается в работу до тех пор, пока усилие в ленте не достигнет определенной величины  $N$ . Для того чтобы процесс гашения колебаний начинался моментально, необходимо установить в инерционные катушки преднатяжители, предназначенные для сматывания ленты и её натяжения до тех пор, пока продольная сила в ленте не примет значение  $N$ . Во время разматывания ленты возникает сила сопротивления разматыванию, пропорциональная скорости изменения расстояния между противоположными точками крепления ленты (коэффициент пропорциональности  $b$ ).

Условия введения в расчет гасителя колебаний имеют вид:

$$\begin{aligned} & \text{if } l_{i+1} - l_i > 0, \\ & \text{then } P_i = P(t)_{i\pm} (N + b(l_{i+1} - l_i) / \Delta t). \end{aligned}$$

### 2.3.3 Результаты расчета

Для проведения численных экспериментов составлена программа динамического расчета купольной системы на сейсмическое воздействие, реализующая вышеописанный алгоритм. Ниже приведена серия графиков гашения колебаний с перемещениями точек в направлении ускорения расчетной акселерограммы, составленных для локатора с радиусом внешнего кольца 10 м при различных силах начала разматывания лент и коэффициентах сопротивления движению разматывания (рисунки 15 – 18).

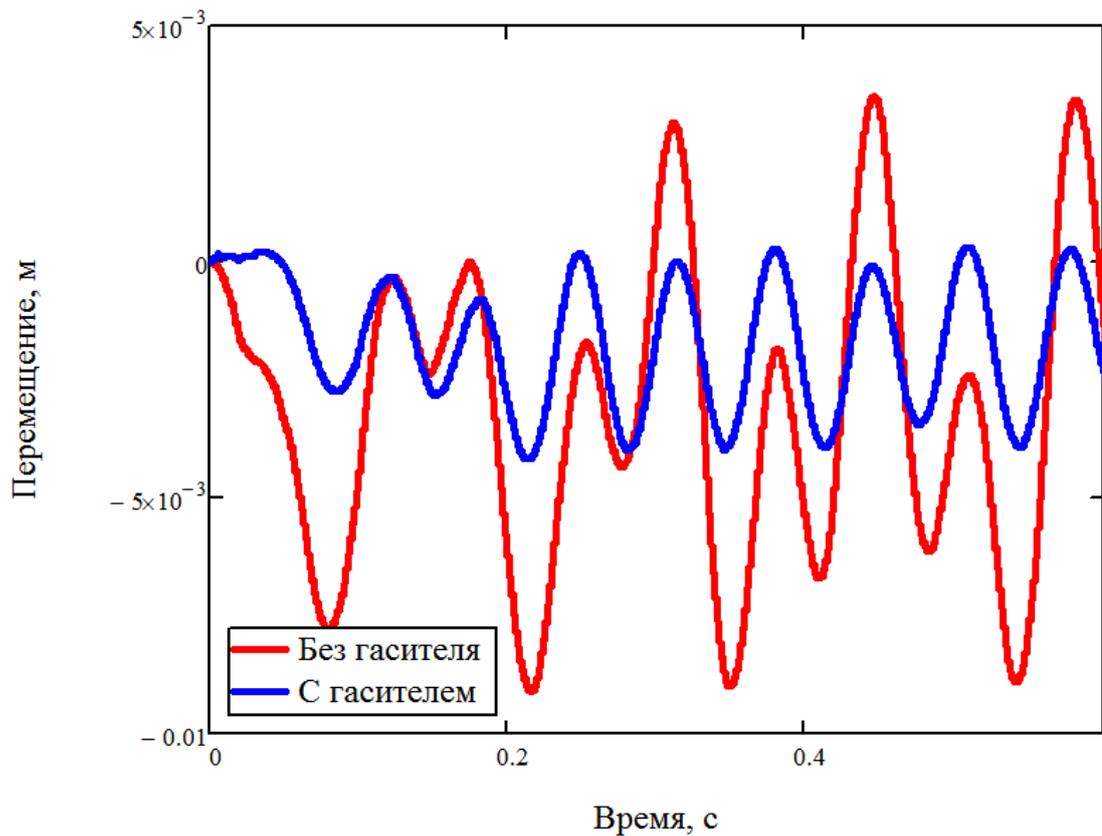
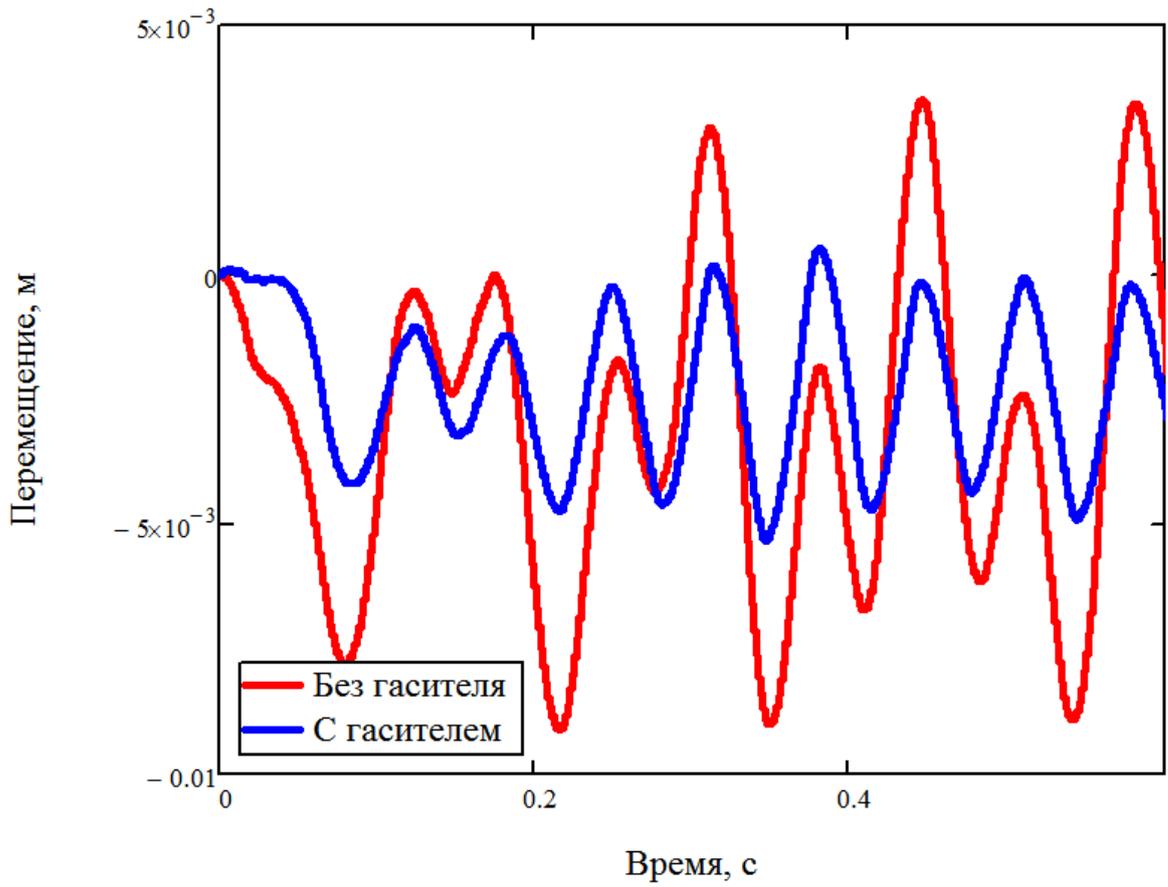
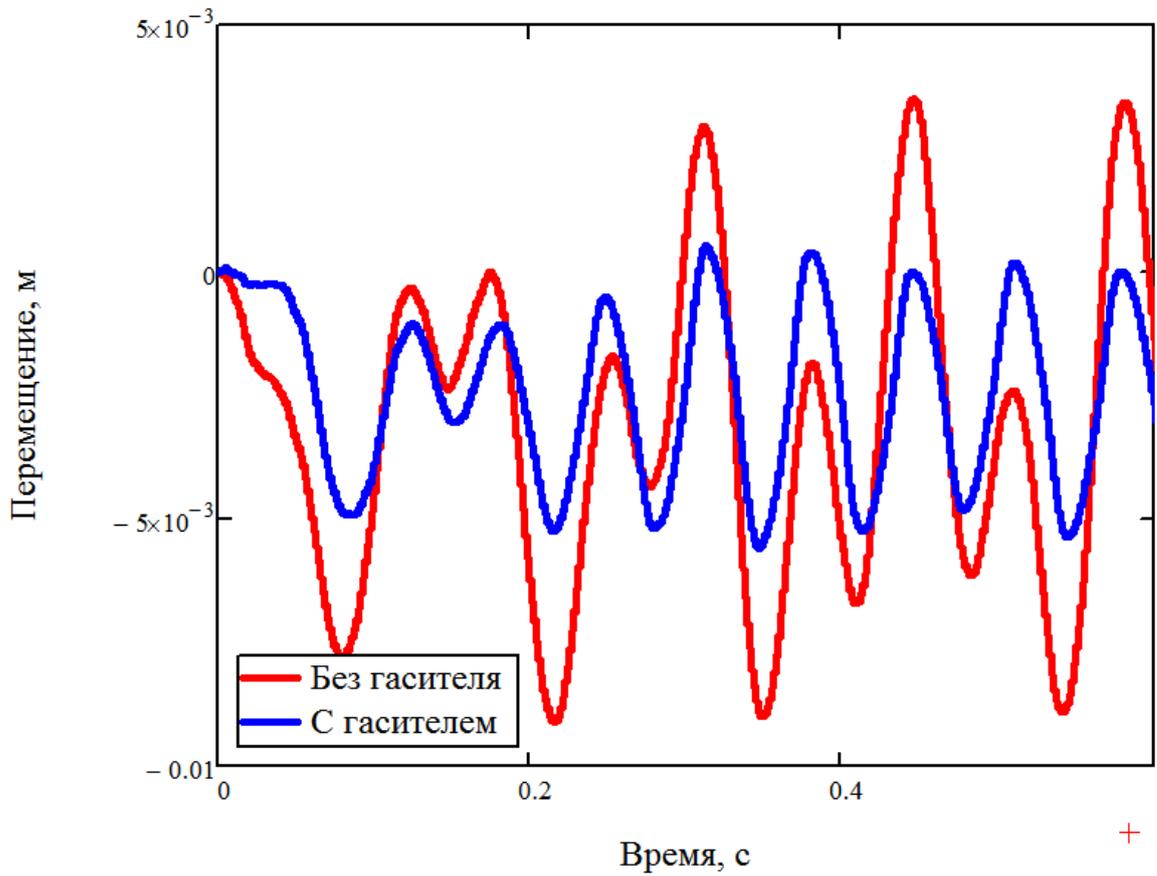


Рисунок 15 –  $N=1800$  Н,  $b=2000$  кг/с

Рисунок 16 –  $N=1200$  Н,  $b=750$  кг/сРисунок 17 –  $N=900$  Н,  $b=750$  кг/с

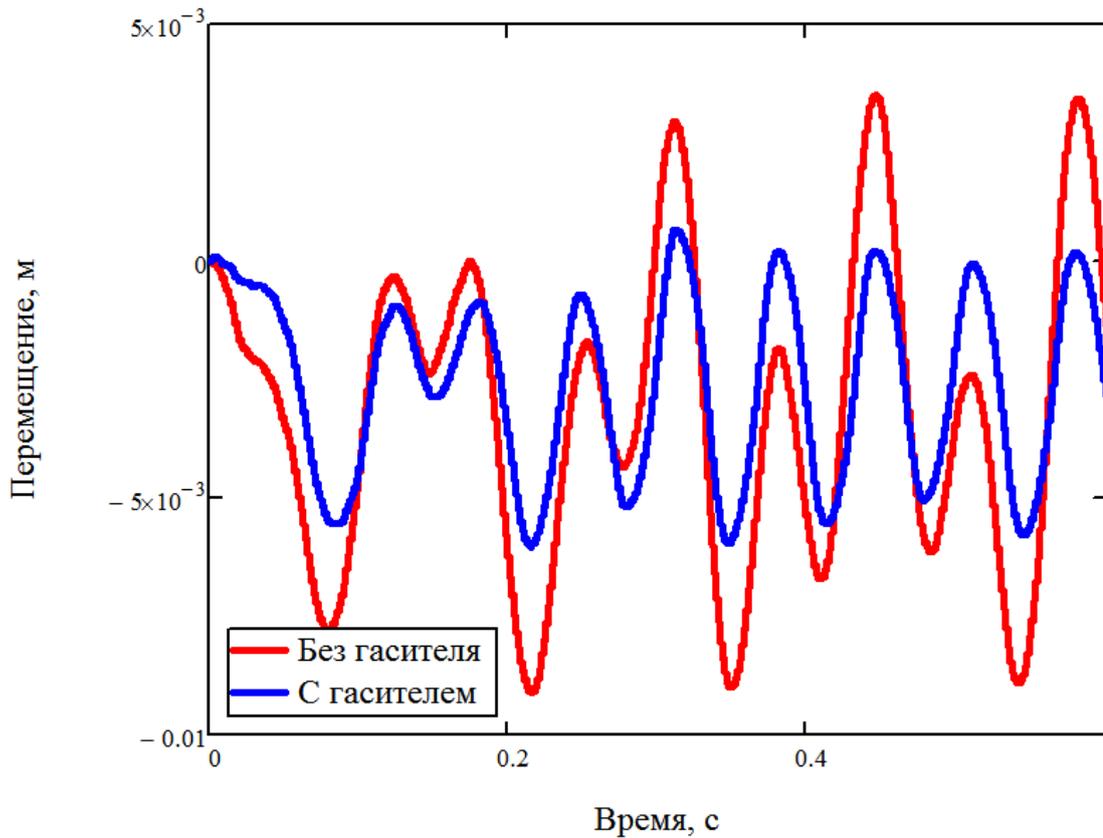


Рисунок 18 –  $N=600$  Н,  $b=1500$  кг/с

Результаты расчетов показывают, что такой способ гашения колебаний позволяет снизить амплитуду колебаний от сейсмических нагрузок вдвое.

### 2.3.4 Описание натурального эксперимента

Для подтверждения результатов численных экспериментов был разработан и проведен натуральный эксперимент. При воссоздании возмущающей (сейсмической) нагрузки взят принцип действия кривошипно-шатунного механизма (рисунок 19): кривошип 1, приводимый в движение двигателем, шарнирно соединен с шатуном 2, который передает движение на направляющий блок (ползун), состоящий из опорной части 4 и направляющей движения (ползуна) 3, жестко соединенной с конструкцией; 5 – инерционная катушка с преднатяжителем (в виде пружинного механизма), 6 – ленты гасителя колебаний. Защищаемая конструкция представляет собой арку ломаного очертания, элементы которой жестко

соединены в узлах с сосредоточенными массами (металлические цилиндры).

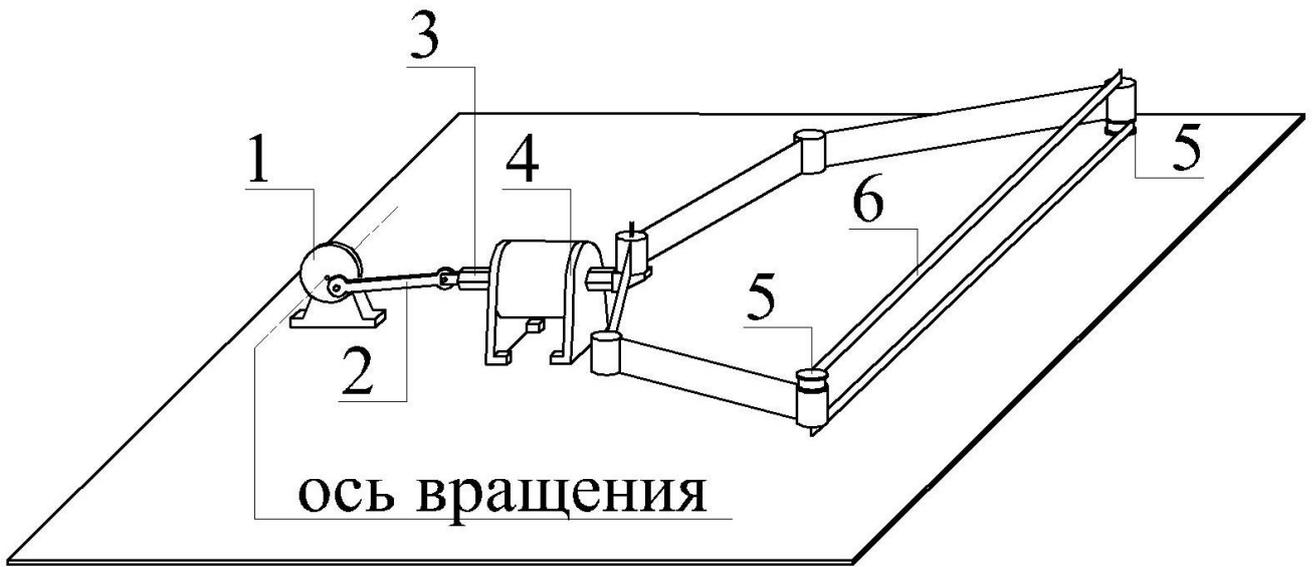


Рисунок 19 – Схема экспериментальной установки

При свободных колебаниях теоретическая частота первой формы колебаний составляла  $3,11 \text{ с}^{-1}$ . Экспериментальная конструкция совершала свободные колебания с частотой  $2,99 \text{ с}^{-1}$  (погрешность 4,7 %).

При вынужденных колебаниях амплитуда колебаний внешних узлов конструкции достигала 10–11 см. При установке и включении в работу гасителя колебаний значение амплитуды не превышало 2 см.

Таким образом, результаты физического эксперимента показывают хорошую согласованность с результатами численного эксперимента и доказывают эффективность ленточно-тросового гасителя колебаний.

## 2.4 Выводы к главе 2

Представлен модифицированный для решения физически и геометрически нелинейных динамических задач метод переменных параметров упругости. Метод позволяет более точно описать колебательный процесс механических систем.

Предложена новая инерционно-преднатяжительная ленточно-тросовая система гашения колебаний куполов, в частности куполов открытого типа – локаторов.

Анализ результатов численных исследований позволяет заключить, что ленточная система гашения колебаний позволяет существенно снизить амплитуду колебаний открытых куполов при взрывных и сейсмических воздействиях.

### **Глава 3. Ленточная система гашения колебаний закрытых куполов при сейсмическом воздействии**

Закрытый купол – это механическая система в виде сферической оболочки или стержневой циклически-симметричной системы, образующей очертания части сферы, закрепленная по контуру внешнего радиального кольца.

Практическим применением таких конструкций являются как зрелищные здания (Музей экологии биосферы в Монреале, Глобен-Арена в Швеции, Купол тысячелетия в Лондоне, Библиотека Чикагского университета, штаб-квартира компании Amazon), так и набирающее темпы развитие купольного домостроения для индивидуального жилья.

#### **3.1 Модель исследуемой конструкции**

В данном разделе для динамического временного анализа колебаний рассматривается купол в виде циклически симметричной конструкции, составленной из жестко закрепленных между собой стальных стержневых элементов (рисунок 20). Купол разделен на 16 сегментов в плане, и пятью 16-угольными кольцами по высоте купола. Общее количество элементов – 176. Диаметр купола – 30 метров, крепление к основанию купола по его контуру – жесткое. Поперечное сечение элементов купола квадратное трубчатое 120×120 мм с толщиной стенки 4 мм.

Ленточно-тросовый способ гашения заключается в том, что к опорам прикреплены (рисунок 21) инерционные ленточно-катушечные устройства (2) с преднатяжителями, а в узлах крепления лент (тросов) (1) (в том числе в промежуточных точках крепления (3) лент) к защищаемой конструкции (4) действуют силы натяжения, работающие как односторонние связи.

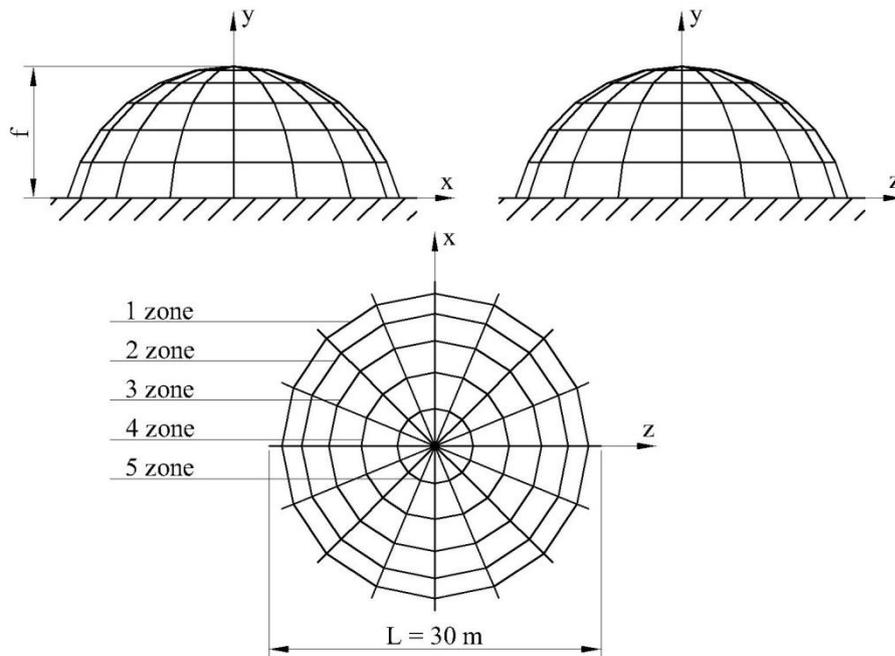


Рисунок 20 – Конечно-элементная модель купола

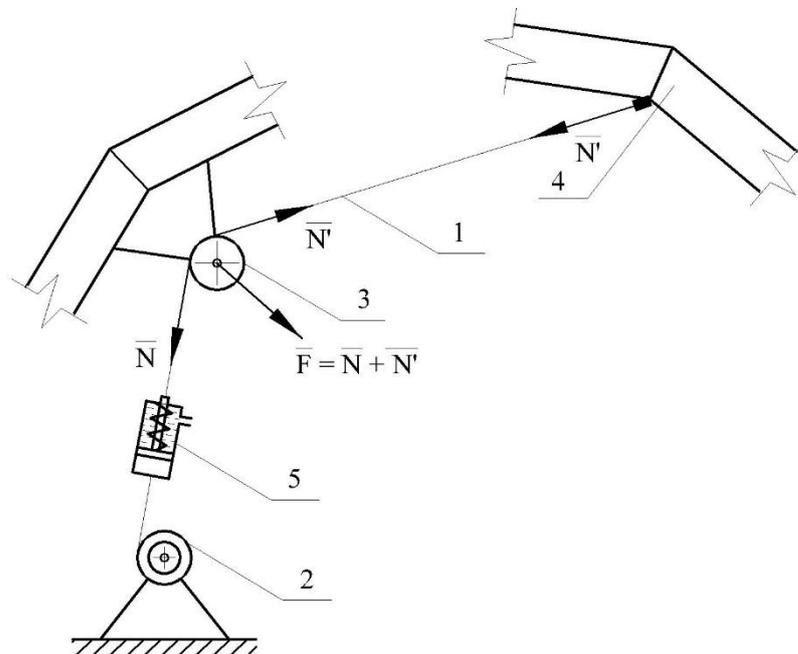


Рисунок 21 – Установка гасителя с промежуточной точкой крепления

Преднатяжители сматывают и натягивают ленту (трос) до тех пор, пока продольная сила в ленте (тросе) не примет заданного значения  $N$ . Таким образом данная система гашения позволяет осуществлять разматывание ленты (троса)

только при действии силы сопротивления в гидроцилиндре (5) большей, чем  $N$ , что и создает эффект гашения колебаний [159, 160, 167, 175].

### 3.2 Используемые методы расчета

Для составления вектора узловых нагрузок  $P$  использовалась объёмная акселерограмма землетрясения в г. Газли (Узбекистан) в 1976 г. (рисунок 22).

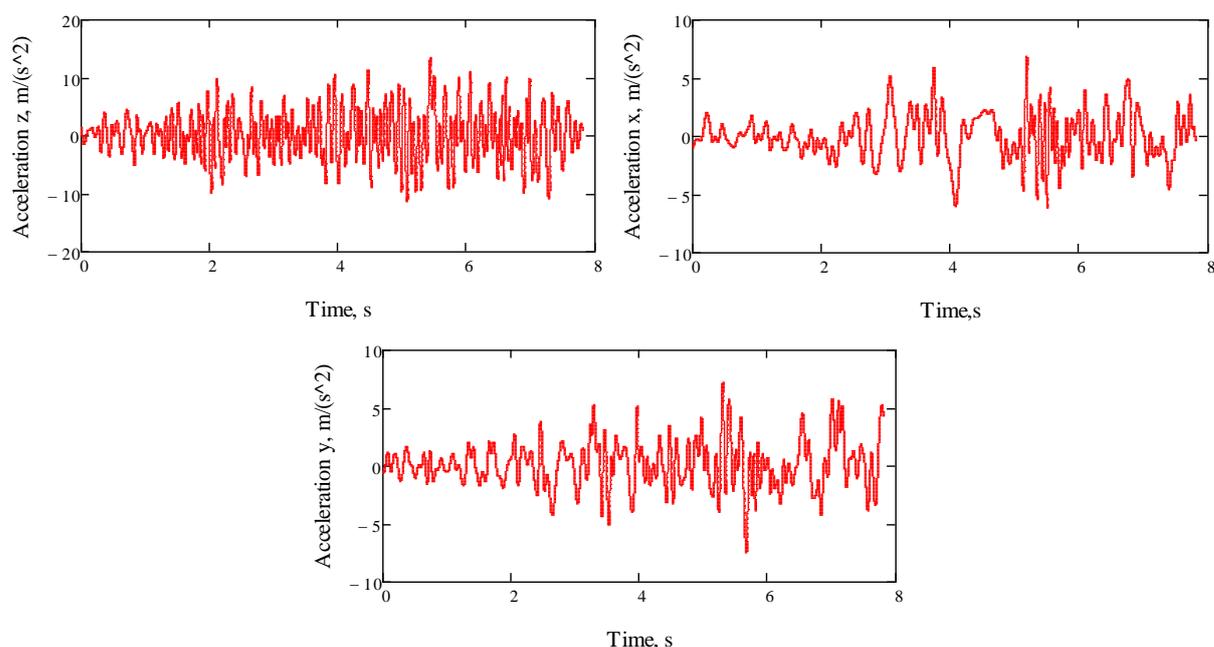


Рисунок 22 – 3D-акселерограмма землетрясения в г. Газли (Узбекистан)

Расчет конструкции производился методом конечных элементов. Уравнение движения механической системы:

$$M \cdot \ddot{U} + C \cdot \dot{U} + K \cdot U = P.$$

Внешние воздействия в виде сейсмических инерционных сил переносного движения задавались при помощи акселерограмм землетрясений.

### 3.3 Результаты расчета

В течение всего периода действия сейсмической нагрузки наблюдается изгибная форма колебаний механической системы (рисунок 23).

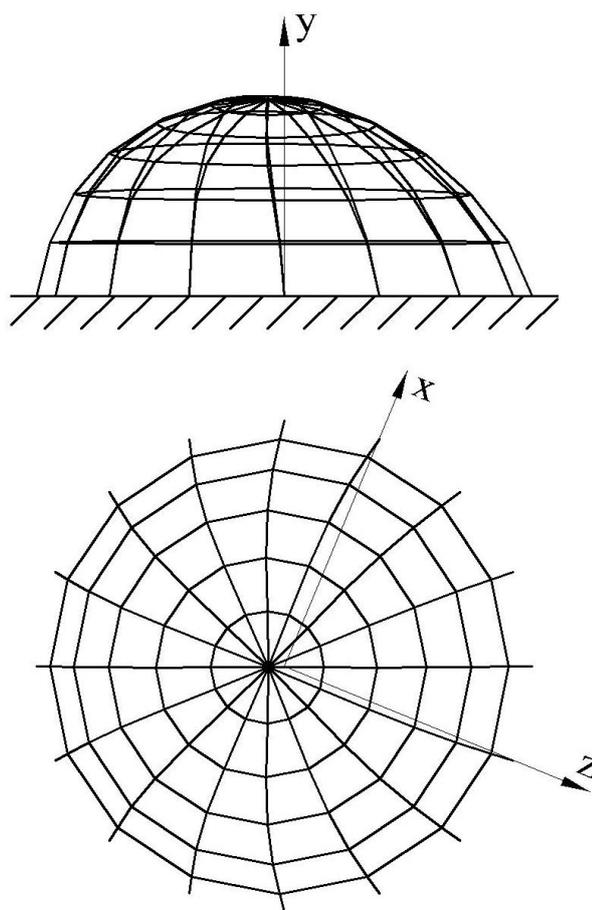


Рисунок 23 – Форма колебаний купола при сейсмическом воздействии  
(масштаб перемещений 5:1)

Для купола с отношением  $f/L = 0,4$  до момента времени три секунды амплитуда колебаний полюса купола вдоль оси  $x$  не превышает 4 см (рисунок 24). В течение следующих двух секунд (в интервале от 3 до 5 с) наблюдается увеличение амплитуды до 15 см. На заключительном отрезке времени величина амплитуды достигает максимального значения – 17,2 см (в момент времени 7,29 с). Характерной особенностью движения для всех видов куполов является колебание полюса купола вдоль оси  $y$ : на протяжении всего времени амплитуда колебаний не превышает 1 мм. При перемещении полюса вдоль оси  $z$  наблюдаются значения амплитуд, в основном, до 2 см с тремя всплесками (4,8 см в момент времени 2,77 с; 5,7 см в момент времени 5,94 с; 8,8 см в момент времени 7,31 с и 7,7 с).

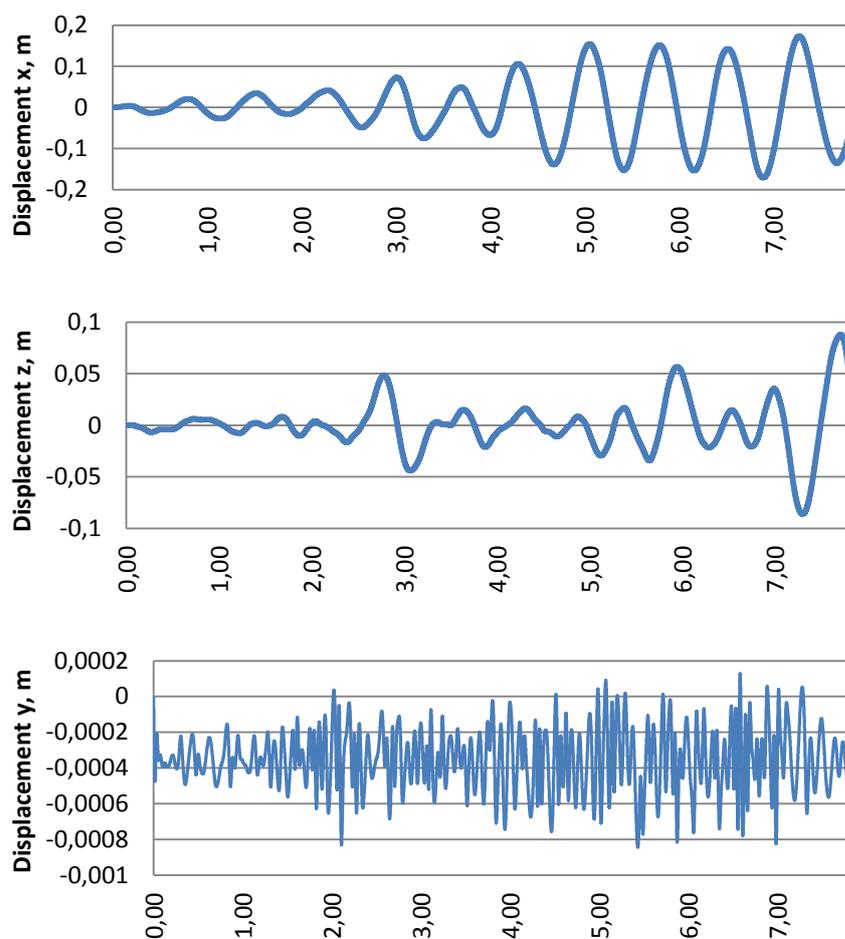


Рисунок 24 – Графики перемещений полюса купола

Установим ленточно-тросовую систему гашения колебаний. Примем поперечное сечение ленты  $200 \times 4$  мм, модуль упругости ленты  $E = 3 \cdot 10^{10}$  Па.

Для того чтобы найти наиболее рациональное расположение лент, рассмотрим четыре варианта их установки (рисунок 25). Определение расположения точек крепления гасителей основано на следующем принципе: катушку необходимо установить в опорном узле стержня, а положение второй точки крепления определяем по максимальному отклонению узлов от начального положения после динамического анализа перемещений узлов системы (таблица 2).

Таблица 2 – Максимальные отклонения узлов купола, см

f / L	0.50	0.45	0.40	0.35	0.30	0.25
1 пояс	7.11	6,92	6.20	4.66	4.27	3.38
2 пояс	17.80	16.86	16.22	11.80	11.38	9.11

$f/L$	0.50	0.45	0.40	0.35	0.30	0.25
3 пояс	25.97	23.44	24.36	17.05	16.61	13.20
4 пояс	29.17	24.88	27.31	18.30	17.46	13.91
5 пояс	26.61	21.97	23.60	15.24	13.89	10.57
полюс	23.38	19.37	19.25	12.07	10.48	7.24

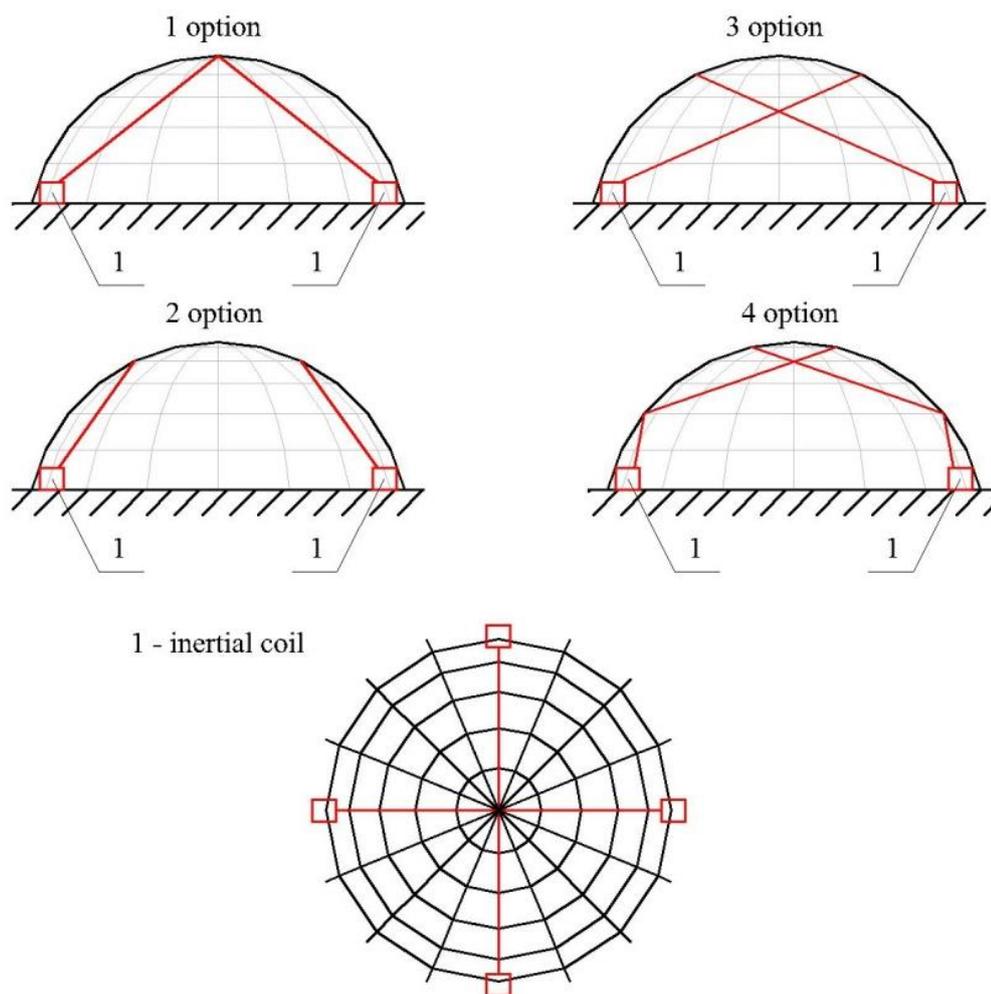


Рисунок 25 – Варианты установки ленточного гасителя колебаний

При введении гасителя колебаний размах колебаний полюса существенно уменьшается. Сравнение графиков колебаний купола без гасителя и с гасителем показано на рисунках 26 – 28 и в таблице 3.

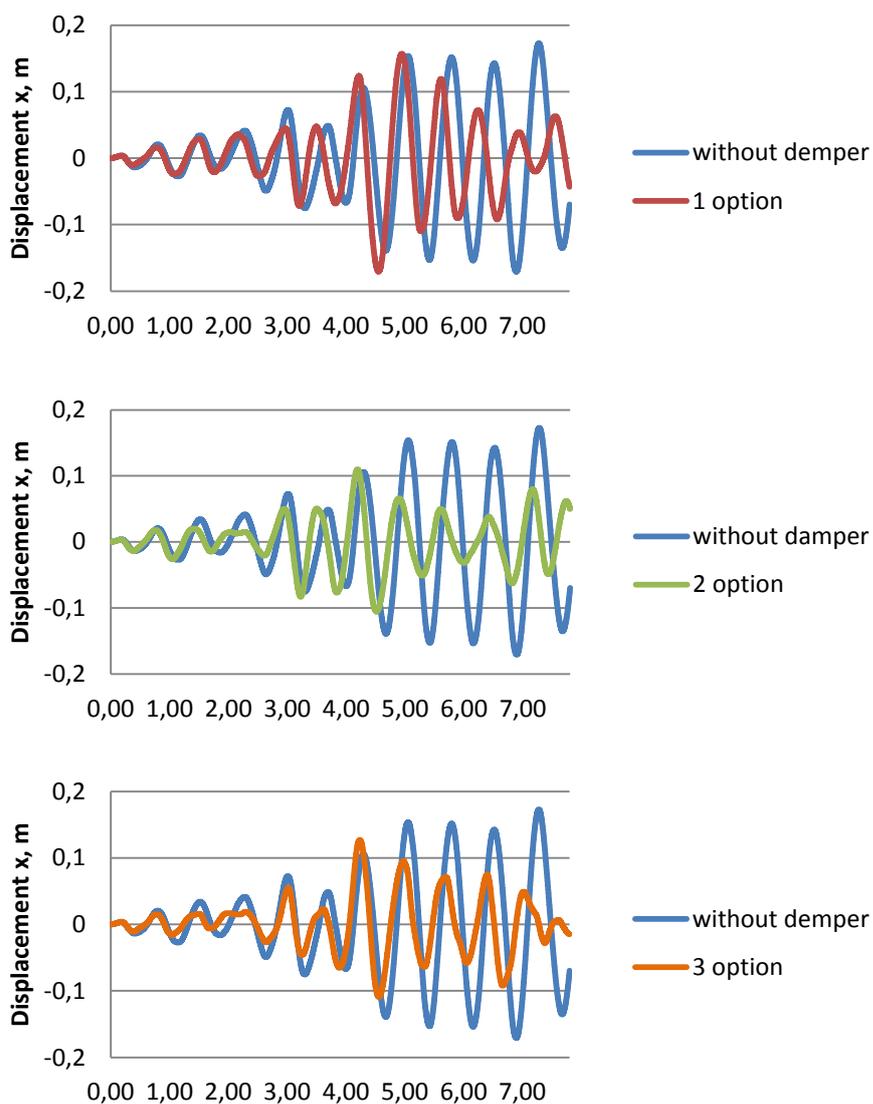
До момента времени 4,31 с при относительно малых перемещениях для всех

трех вариантов установки гасителей наблюдается небольшое гашение колебаний (до 15 %). На следующем отрезке времени при первом варианте гасителя колебаний (максимальное перемещение достигает 164 мм за 2,4 с) амплитуда плавно уменьшается до 36 мм; при втором (трапециевидном) варианте установки гасителя (здесь максимальное значение перемещения 109 мм) наблюдается более резкое уменьшение амплитуды колебаний по сравнению с остальными вариантами; при третьем, перекрестном, варианте установки (максимальная амплитуда 127 мм за 2,9 с) размах колебаний плавно уменьшается до 8 мм. Наиболее рациональным вариантом установки гасителя выглядят второй и третий, поскольку максимальное перемещение среди всех трех вариантов минимальное и уменьшение максимальных отклонений узлов купола достигает 38 %.

Таблица 3 – Максимальные отклонения узлов купола с гасителем колебаний, см

	0.50 (2 вариант)	0.45 (2 вариант)	0.40 (2 вариант)	0.35 (2 вариант)	0.30 (3 вариант)	0.25 (3 вариант)
1 пояс	13.74	14.46	10.92	11.89	6.94	4.31
2 пояс	13.35	16.73	12.90	12.14	10.14	7.32
3 пояс	16.76	19.60	16.16	13.27	14.99	9.06
4 пояс	18.98	21.12	16.92	14.65	14.32	10.86
5 пояс	22.65	18.84	14.44	13.17	11.27	9.17
полюс	14.61	15.31	11.19	9.30	7.96	3.81

При использовании третьего варианта гасителя перекрывается большая часть подкупольного пространства, что далеко не всегда возможно. Избежать перекрытия подкупольного пространства можно, добавив один промежуточный (роликовый) узел, через который будет проведена лента (4 вариант рисунка 25). Сравнение результатов расчетов представлено в таблице 4.



Рисунки 26 – 28 – Графики перемещений полюса купола по оси  $x$   
с различными вариантами установки гасителя

Таблица 4 – Сравнение максимальных отклонений при третьем и четвертом вариантах гасителя, см

$f / L$	0.30 (3 вариант)	0.30 (4 вариант)	0.25 (3 вариант)	0.35 (4 вариант)
1 пояс	6.94	5.34	4.31	4.15
2 пояс	10.14	9.51	7.32	6.83
3 пояс	14.99	13.04	9.06	7.66
4 пояс	14.32	13.48	10.86	9.59
5 пояс	11.27	10.64	9.17	8.52
полюс	7.96	8.10	3.81	3.72

При втором варианте расположения гасителя наблюдается значительное уменьшение максимальной амплитуды колебаний при  $f/L > 0,25$ . Причем при других пиковых значениях перемещений эффект гашения колебаний достигает 80 % (в период времени 4,31–7,8 с).

### **3.4 Определение рационального направления лент (тросов) крепления ленточно-тросового гасителя колебаний сооружений**

Предположим, что пространство купола позволяет установить гаситель в любой точке. Тогда для определения рационального направления воздействия односторонней связи гасителя необходимо найти вектор наиболее податливого направления перемещения защищаемого узла. Можно выделить два способа определения направления перемещения узла: из анализа откликов конструкции на единичные разнонаправленные воздействия на узел или из анализа стоячих волн собственных колебаний. Ниже приведены алгоритмы этих двух способов.

1. Выбор направления по результатам оценки перемещений от единичных воздействий в трех взаимно-перпендикулярных плоскостях производится по следующему алгоритму.

1а. В узел поочередно в каждой из взаимно-перпендикулярных плоскостей прикладываем сосредоточенную нагрузку под переменным углом к одной из координатных осей, изменяя данный угол с заданным шагом (рисунок 29).

1б. Сравниваем результаты перемещения узла с различными значениями углов и выбираем угол, который обеспечивает наибольшее перемещение узла.

1в. Три полученные силы, лежащие во взаимно-перпендикулярных плоскостях, раскладываем по проекциям на оси координат, складывая одноименные проекции. Геометрическая сумма полученных суммарных проекций  $(F_x, F_y, F_z)$  является вектором силы  $F$ , приложенной в узел, модуль которой равен:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} . \quad (33)$$

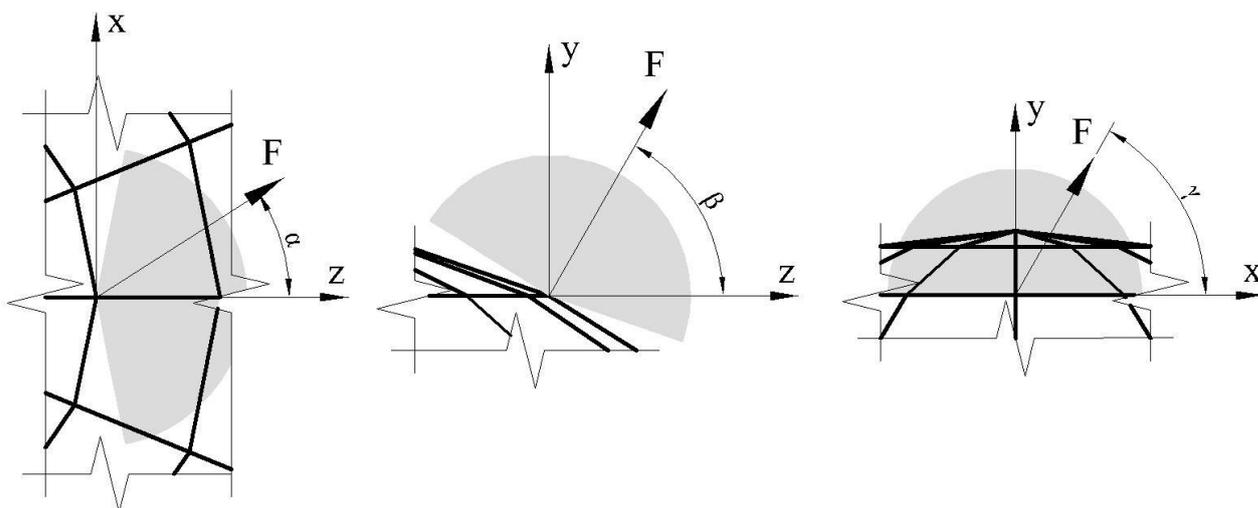


Рисунок 29 – Расчетная схема приложения сосредоточенной нагрузки в узел конструкции (серым цветом обозначен сектор приложения нагрузки)

1г. Направление вектора односторонней связи определяем через направляющие косинусы полученной силы:

$$\cos_x = \frac{F_x}{F}; \cos_y = \frac{F_y}{F}; \cos_z = \frac{F_z}{F}. \quad (34)$$

В результате получаем направляющие косинусы для ориентировки направления троса ленточно-тросового гасителя колебаний.

2. Выбор направления вектора односторонней связи по результатам динамического расчета конструкции без гасителя колебаний с помощью анализа основной моды колебания конструкции, т.е. по графикам стоячих волн собственных колебаний купола производится по следующему алгоритму:

2а. Определяем перемещения узлов при основной моде колебаний конструкции  $U_x, U_y, U_z$ .

2б. Определяем полное линейное перемещение наиболее податливого узла

$$U = \sqrt{U_x^2 + U_y^2 + U_z^2}. \quad (35)$$

2в. Определяем направляющие косинусы для ленты (троса) гасителя:

$$\cos_x = \frac{U_x}{U}; \cos_y = \frac{U_y}{U}; \cos_z = \frac{U_z}{U}. \quad (36)$$

Данные алгоритмы реализованы в численных экспериментах по гашению колебаний купольной конструкции с высотой стрелы подъёма  $f = 15$  метров и диаметром купола  $L = 30$  метров на основе трех вариантов крепления гасителя (рисунок 30).

Первый вариант крепления гасителя взят для сравнения разработанных ранее вариантов крепления с новыми. Второй и третий варианты крепления ленты (троса) получаем из первого и второго способов, рассмотренных в предыдущем разделе, соответственно. Ленты размещаем в двух взаимно-перпендикулярных направлениях (всего четыре ленты на один купол).

Стоит отметить, что и результаты динамического расчета, и результаты анализа основной моды колебаний показывают на наибольшую податливость конструкции (таблица 5) для одного и того же кольца купола (в данном примере – четвертое кольцо).

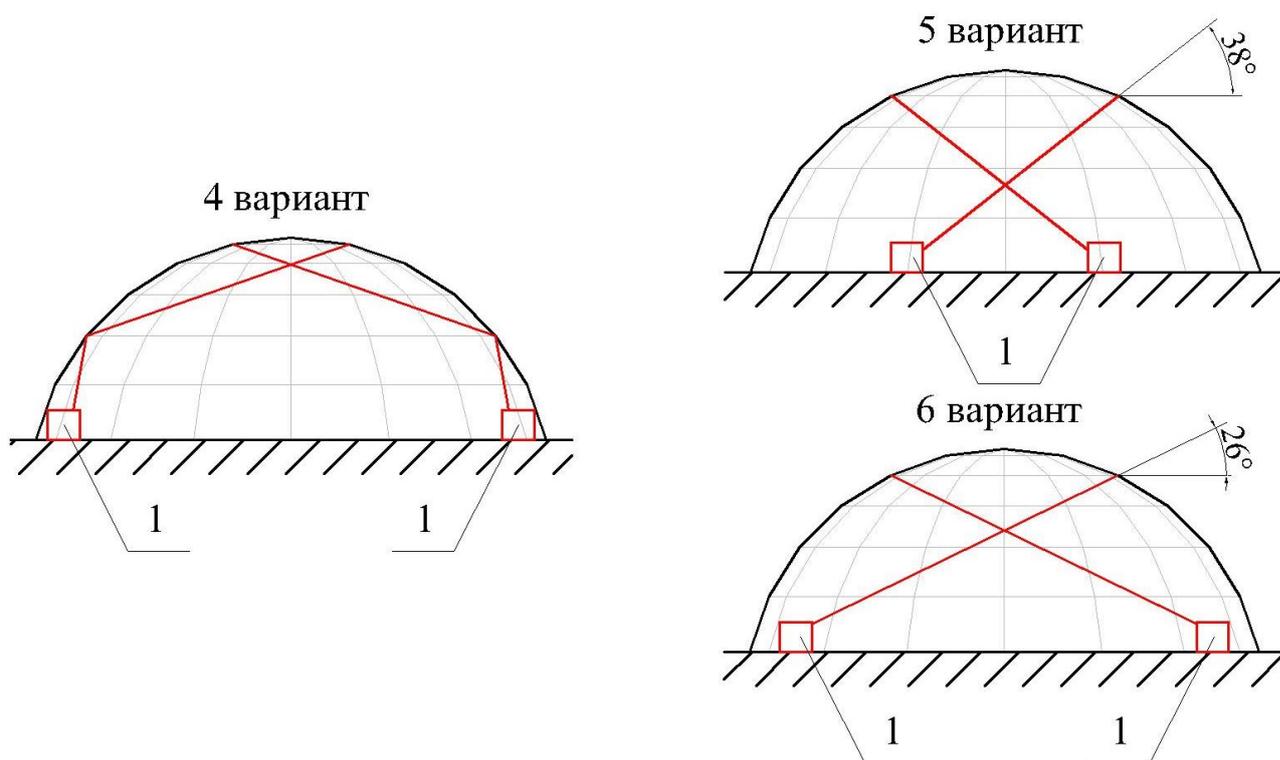


Рисунок 30 – Варианты крепления гасителей (1 – инерционные катушки)

Примечательно, что при определении направления ленты (троса) первым способом направление силы, приложенной в плоскости, параллельной основанию

купола ( $Oxz$ ), при которой перемещение максимально, является продолжением оси горизонтального элемента купола (любого из двух элементов), что позволяет варьировать расположение катушки колебаний на плане сооружения.

Таблица 5 – Перемещения узлов купольной конструкции, см

Номер пояса	1 способ (max)	2 способ
1	2.0	3.7
2	5.6	9.0
3	9.2	13.1
4	11.1	14.6
5	10.2	13.4
полюс	8.5	11.8

В численных экспериментах конструкцию подвергали сейсмическому воздействию, соответствующему землетрясению в г. Газли (Узбекистан) в 1976 г.

Графики перемещения (рисунок 31) наиболее податливого узла, защищаемого гасителем колебаний, установленного тремя вариантами, показывают, что оба предложенных варианта направления лент являются более эффективными по отношению к предыдущим разработанным вариантам крепления гасителя. Максимальное перемещение узла при первом варианте гасителя – 10,66 см, при втором варианте – 5,63 см (уменьшение на 47,19 %), при третьем варианте – 7,50 см (уменьшение на 29,64 %). В начальной фазе колебаний, при малых перемещениях, значительного эффекта не наблюдается (до момента времени 1,8 с).

Таким образом, на основе результатов динамических расчетов колебаний купола (сравнений перемещений наиболее податливого узла купола с разными вариантами крепления гасителя) проведен анализ эффективности трех вариантов расположения гасителя колебаний.

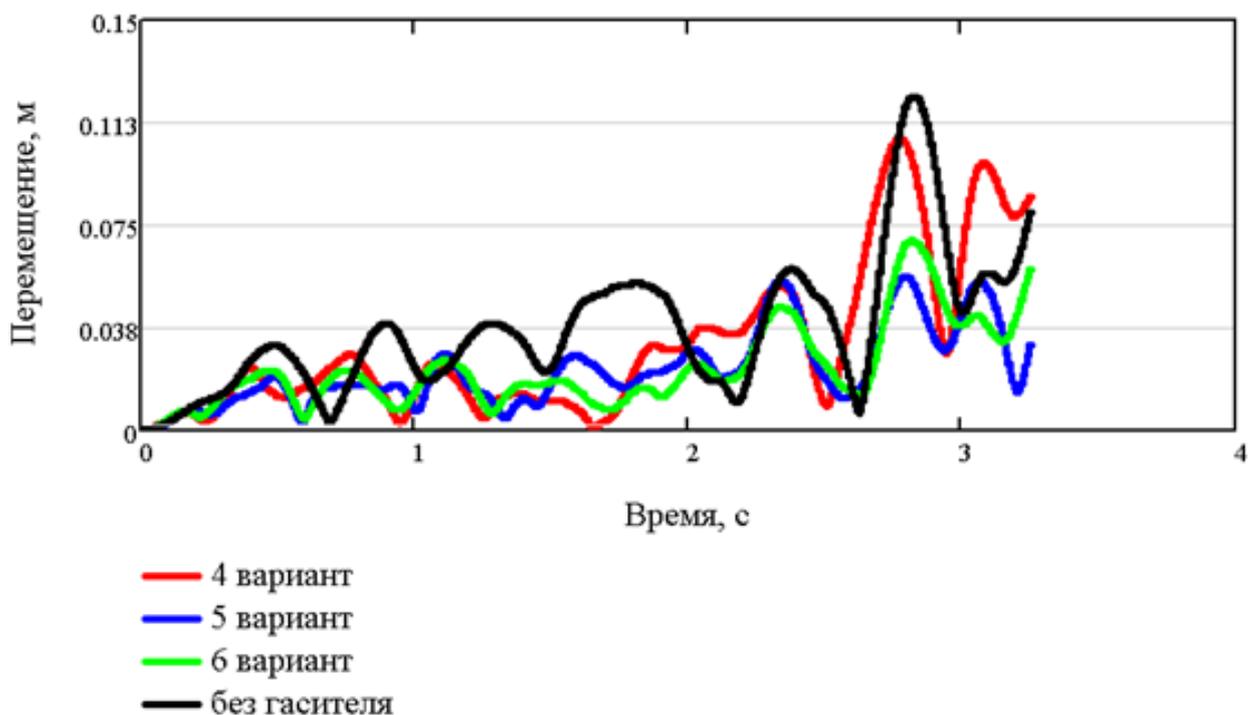


Рисунок 31 – График абсолютных перемещений защищаемого узла закрытого купола (5 вариант из метода оценки податливости конструкции в защищаемом узле перемещениям от сил, 6 вариант из анализа смещения узла по собственному вектору перемещений)

По результатам численных экспериментов установлен наиболее эффективный способ определения наклона ленты гасителя к защищаемой конструкции. Таким способом является выбор направления крепления лент по результатам сложения векторов, определяющих максимальные перемещения от единичных воздействий в трех взаимно перпендикулярных плоскостях.

### 3.5 Выводы к главе 3

Проведена численная проверка работоспособности ленточно-тросового гасителя для куполов закрытого типа. Показан высокий уровень демпфирования колебаний.

Рассмотрены четыре варианта установки ленточно-тросовых систем. По результатам численных экспериментов гашения колебаний закрытых куполов

ленточно-тросовой системой выявлены наиболее эффективные места расположения гасителя в зависимости от конфигурации закрытого купола.

Установлен наиболее эффективный способ определения наклона ленты гасителя к защищаемой конструкции. Таким способом является выбор направления крепления лент по результатам сложения векторов, определяющих максимальные перемещения от единичных воздействий в трех взаимно перпендикулярных плоскостях.

## Глава 4. Гашение колебаний рамных каркасов при помощи пластических накладок

### 4.1 Учет сил диссипации в уравнениях метода конечных элементов

Для гашения колебаний и предотвращения резонансных перемещений элементов каркаса зданий в данной главе предлагается использовать систему защиты «упругий сердечник – пластические накладки».

Положим, что упругой основой колонны служит профилированный или сконструированный стальной стержень, а пластические накладки могут быть выполнены из материалов, отличающихся высокой пластичностью.

В настоящее время соединения разнородных материалов могут выполняться не при помощи клепки, резьбы, фланцев, а с использованием сварки или наклейки. Сварка наряду с обеспечением требуемого сочетания материалов способствует повышению некоторых направленных свойств биметаллических соединений. Применение биметаллических элементов позволяет создать принципиально новые виды конструкций, ранее не применявшиеся, например, колонны «сталь – медный сплав», «сталь – алюминиевый сплав», или «сталь – сплав цинка».

В качестве альтернативного материала пластических накладок может рассматриваться эвтектический композит Ni–NbC. Матрицей в этой композиции является монокристалл никеля Ni, а армирующей фазой (волокном) – нитевидный монокристалл карбида ниобия NbC. Твердый раствор карбида в никеле имеет практически идеальную жестко-пластическую диаграмму.

Рассмотрим композитное сечение стержня (колонны), состоящее из упругой центральной части и пластических накладок (рисунок 32).

При колебательном движении такого стержня в идеально жесткопластических накладках возникают постоянные по величине, но переменные по направлению силы сопротивления движению [161, 163].

Эти силы создают постоянный по модулю момент сопротивления движению. При симметричных сечениях и постоянных по толщине накладках величина этого момента равна:

$$M_{pl} = 2 \cdot \sigma_T \cdot A_H \cdot h_H, \quad (37)$$

где  $A_H$  – площадь сечения накладки;

$h_H$  – расстояние от центра тяжести сечения до центра накладки;

$\sigma_T$  – предел текучести материала накладок.

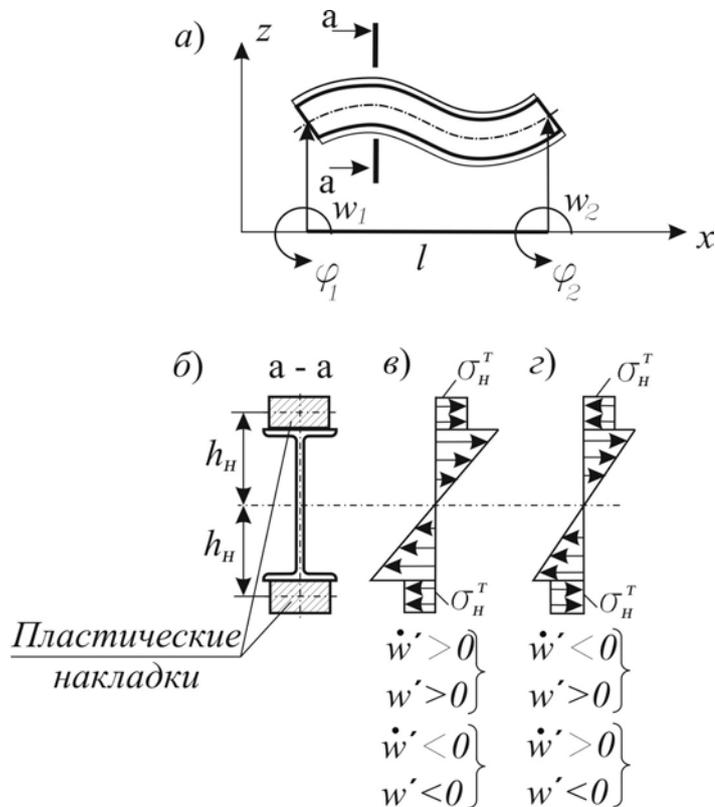


Рисунок 32 – Композитное сечение стержня

Работа внутренних сил, затраченная на изгиб или разгиб композитного стержня, равна:

$$\Pi = \int_0^l \left( 0,5 \cdot E \cdot I \cdot w'' \pm 2 \cdot A \cdot h_H \cdot \sigma_H^T \right) \cdot w'' \cdot dx, \quad (38)$$

где  $E \cdot I$  – жесткость упругой части сечения стержня;

$w''$  – кривизна оси стержня.

Аппроксимируя прогиб кубическим полиномом

$$w = w_1 + \varphi_1 x + \frac{-3w_1 - 2\varphi_1 l + 3w_2 - \varphi_2 l}{l^2} \cdot x^2 + \frac{2w_1 + \varphi_1 l - 2w_2 + \varphi_2 l}{l^3} \cdot x^3 \quad (39)$$

и используя свойства энергии деформации, приходим к матричному уравнению равновесия при изгибе вида

$$KU = P \pm F_H, \quad (40)$$

где  $K$  – матрица жесткости изгиба упругого сердечника стержня:

$$K = \begin{pmatrix} \frac{EF_i}{L} & 0 & 0 & -\frac{EF_i}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_x}{L_i^3} & \frac{6EI_x}{L_i^2} & 0 & -\frac{12EI_x}{L_i^3} & \frac{6EI_x}{L_i^2} \\ 0 & \frac{6EI_x}{L_i^2} & \frac{4EI_x}{L_i} & 0 & -\frac{6EI_x}{L_i^2} & \frac{2EI_x}{L_i} \\ -\frac{EF_i}{L} & 0 & 0 & \frac{EF_i}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_x}{L_i^3} & -\frac{6EI_x}{L_i^2} & 0 & \frac{12EI_x}{L_i^3} & -\frac{6EI_x}{L_i^2} \\ 0 & \frac{6EI_x}{L_i^2} & \frac{2EI_x}{L_i} & 0 & -\frac{6EI_x}{L_i^2} & \frac{4EI_x}{L_i} \end{pmatrix} \quad (41)$$

$F_H$  – вектор сил пластического сопротивления накладок при изгибе стержня:

$$F_H = \begin{pmatrix} 0 \\ \mp M_{pl} \\ 0 \\ \pm M_{pl} \end{pmatrix}, \quad (42)$$

$U = (w_1 \quad \varphi_1 \quad w_2 \quad \varphi_2)^T$  – вектор узловых перемещений стержня;

$P$  – вектор внешних узловых сил.

Переходя к механической системе и к динамической задаче вынужденных колебаний, приходим к дифференциальному уравнению движения:

$$M\ddot{U} + KU = P \mp F, \quad (43)$$

где  $M$  – диагональная матрица масс механической системы.

При этом мы получили матричное уравнение, аналогичное уравнению колебательного движения упругой системы при действии на нее силы сухого трения, не зависящей от скорости. Простейший пример такой системы – пружинный маятник, груз которого скользит по шероховатой горизонтальной поверхности. Сила сухого трения не меняется по величине, но она меняет свое направление при изменении направления скорости. В силу этого колебательное движение описывается двумя уравнениями движения. Эти уравнения различаются только знаком силы трения, который зависит от направления скорости движения груза. Аналогичным образом изменяется и знак сил пластического торможения накладок. Здесь будем различать изгиб и разгиб стержня. При изгибе  $\dot{w}' > 0$ ,  $w' > 0$ , а также при  $\dot{w}' < 0$ ,  $w' < 0$  – знак «минус», а при разгибе  $\dot{w}' < 0$ ,  $w' > 0$  или при  $\dot{w}' > 0$ ,  $w' < 0$  – знак «плюс».

Если с некоторого момента времени возмущающие воздействия прекращаются, т.е.  $P = 0$ , то приходим к матричному уравнению затухающих гармонических колебаний:

$$M\ddot{U} + KU = \bar{F}. \quad (44)$$

Вектор амплитуд с течением времени линейно убывает (рисунок 33). При этом отрицательное приращение амплитуд равно:

$$\Delta \bar{a} = 2K^{-1}F'_H \quad (45)$$

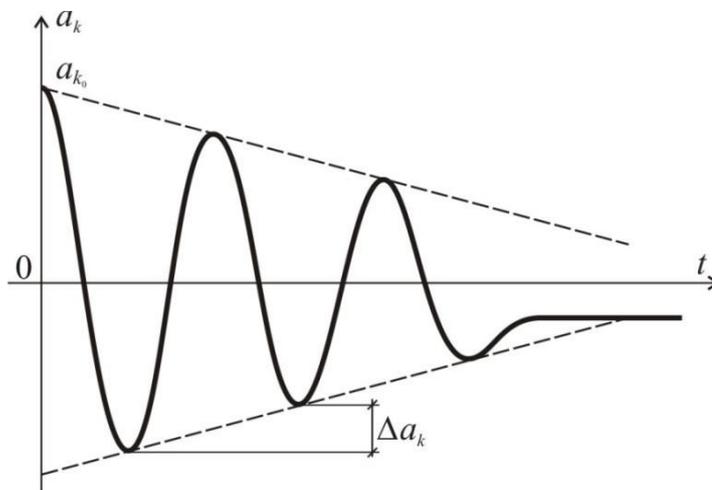


Рисунок 33 – Убывание вектора амплитуд

Таким образом, при установке пластических накладок на элементы стального каркаса полная остановка колебаний конструкции достигается за более короткий отрезок времени, чем для незащищенной конструкции.

#### 4.2 Оценка эффективности пластических накладок при гашении колебаний portalной рамы

Формулы (37), (43) и (45) показывают, что эффективность работы силы пластического торможения зависит от площади накладок и величины пластических напряжений материала накладок.

Для оценки демпфирующего эффекта были проведены численные эксперименты.

1. П-образную раму  $3 \times 6$  м, выполненную из стальных двутавров № 30 с пластическими накладками, подвергли статическому нагружению горизонтальной узловой силой  $P=50000$  Н в верхний узел конструкции, т.е. смоделировали перемещения в раме, соответствующие нагрузке  $P$ , а затем внезапно сняли эту нагрузку, вызвав свободные колебания рамы. Начальное положение рамы изображено на рисунке 34.

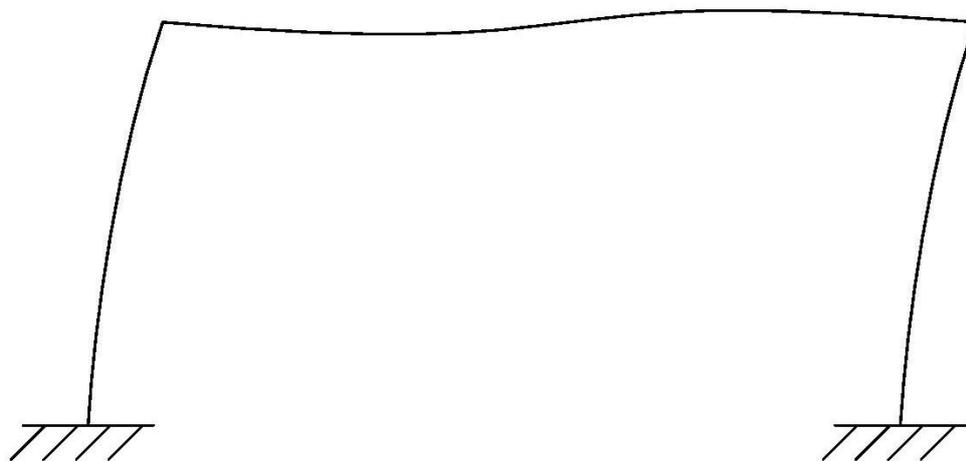


Рисунок 34 – Начальное положение рамы при моделировании свободных колебаний

В качестве материала пластических накладок был выбран алюминий, который отличается высокой пластичностью.

Моделирование поведения конструкции при колебаниях произведено методом конечных элементов. Уравнение движения рамы с накладками при свободных колебаниях имеет вид:

$$M\ddot{U} + KU = F,$$

где  $M$  – матрица масс;

$\ddot{U}$  – вектор ускорений;

$K$  – матрица жесткости;

$U$  – вектор перемещений;

$F$  – вектор сил пластического торможения, который имеет вид

$$F = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \pm M_{pl} \\ \cdot \\ \cdot \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ \pm M_{pl} \end{pmatrix};$$

$$M_{pl} = 2\sigma_T \cdot b_H \cdot t_H \cdot \frac{h + t_H}{2},$$

где  $\sigma_T$  – предел текучести материала накладок, для алюминия равный 70 МПа;

$b_H, t_H$  – ширина и толщина накладок соответственно;

$h$  – высота сечения упругого ядра.

Проведены численные эксперименты с разными толщинами накладок, результаты приведены в графическом виде на рисунках 35 – 37.

По результатам вычислений наблюдаем существенное уменьшение времени полного гашения колебаний в левой части графика (рисунок 38), что позволяет использовать накладки небольшой толщины (3–4 мм).

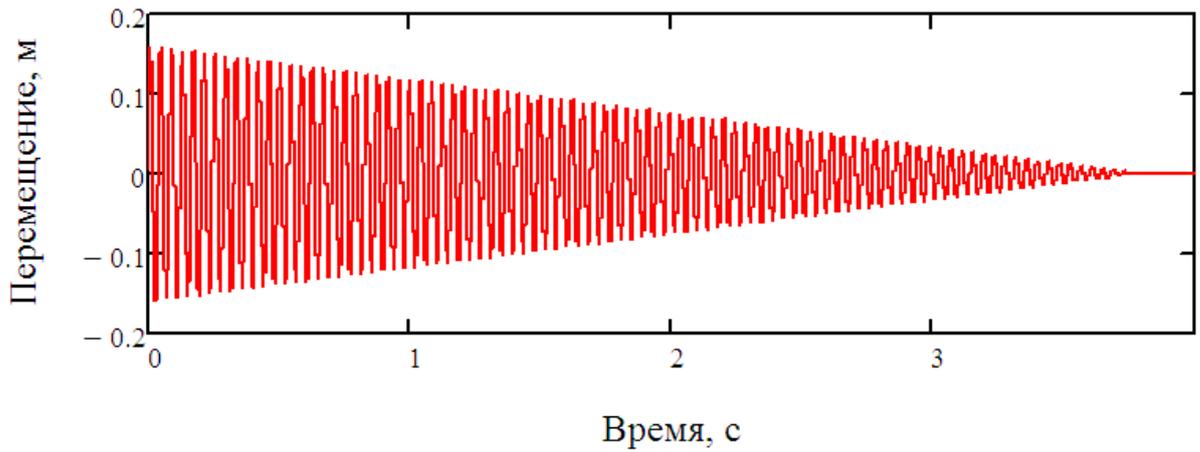


Рисунок 35 – График перемещений левого верхнего узла рамы при толщине накладок 0,5 мм

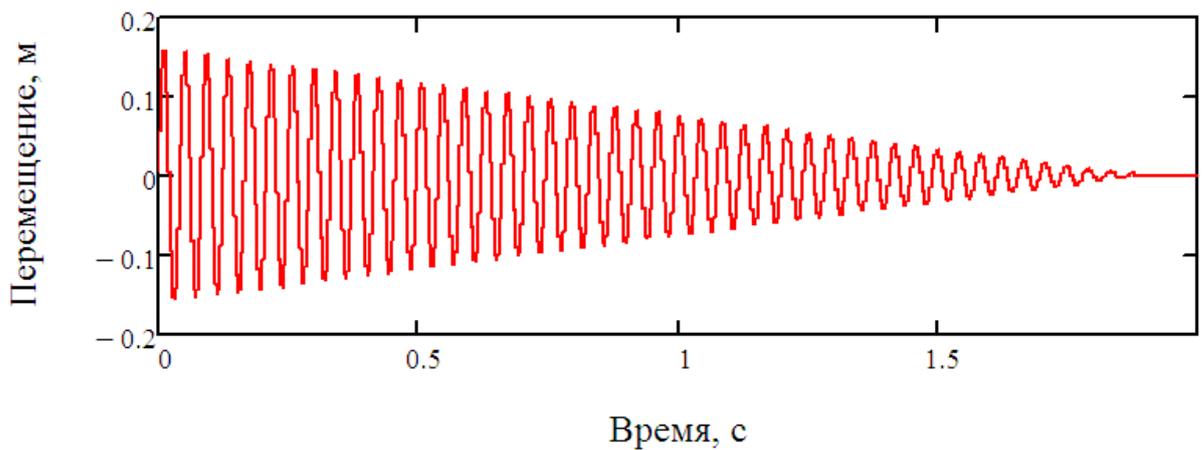


Рисунок 36 – График перемещений левого верхнего узла рамы при толщине накладок 1 мм

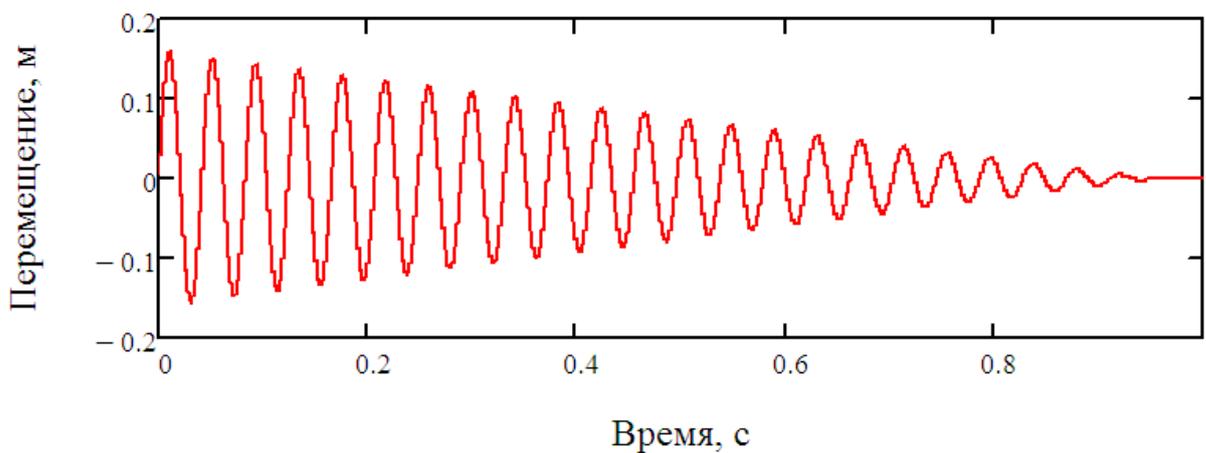


Рисунок 37 – График перемещений левого верхнего узла рамы при толщине накладок 2 мм

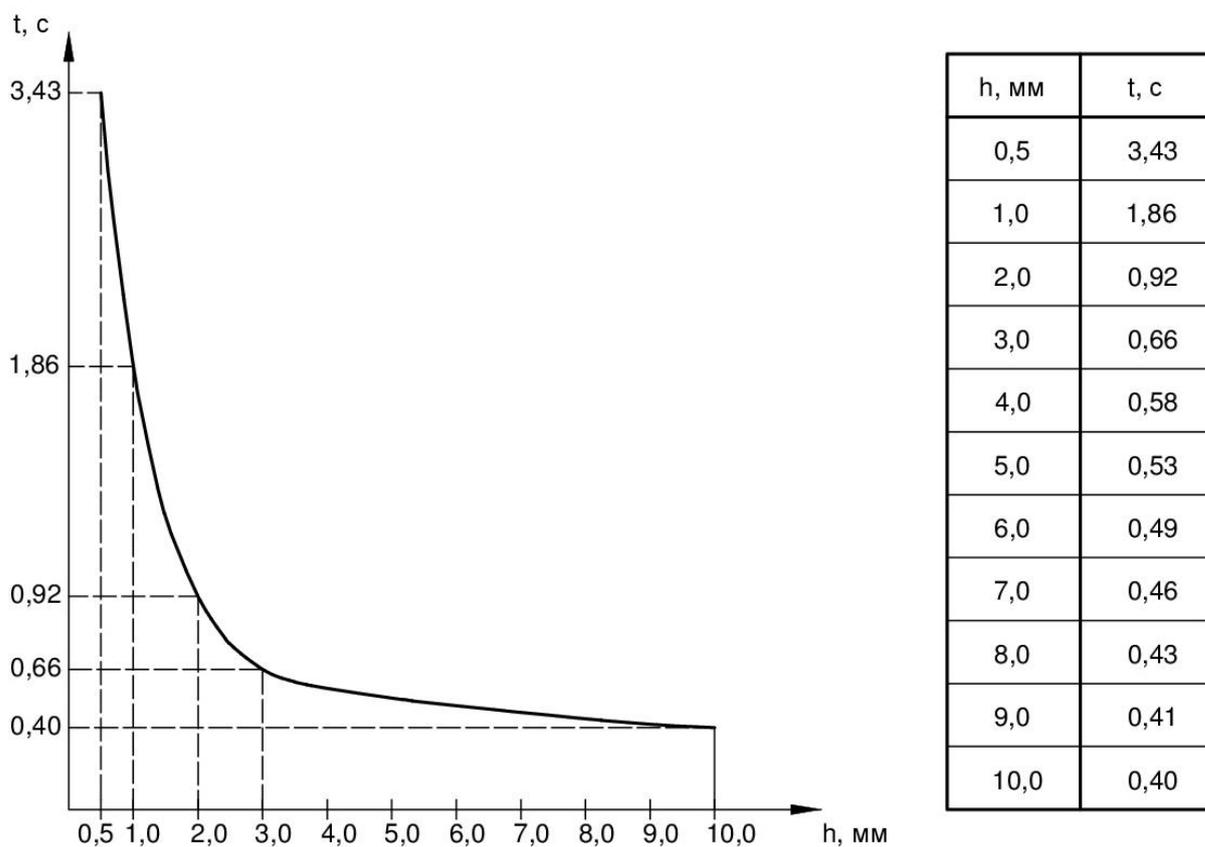


Рисунок 38 – График зависимости времени полного торможения конструкции одноэтажной рамы от толщины накладок

2. Исходя из эпюр изгибающих моментов, образующихся во время колебания рамы (рисунок 39), было выдвинуто предположение, что накладки, находящиеся в зонах наибольших изгибающих моментов (у опор рамы и узлов), больше участвуют в гашении колебаний, чем накладки, находящиеся в зонах изгибающих моментов небольшого значения.

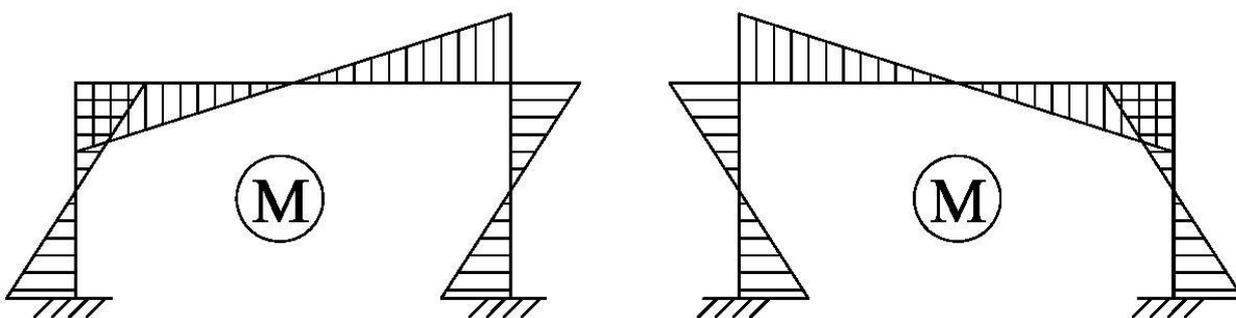


Рисунок 39 – Эпюры изгибающих моментов во время колебания рамы

Расположив накладки только около опор и узлов рамы, получили следующие результаты, показанные в графическом виде на рисунках 40, 41.

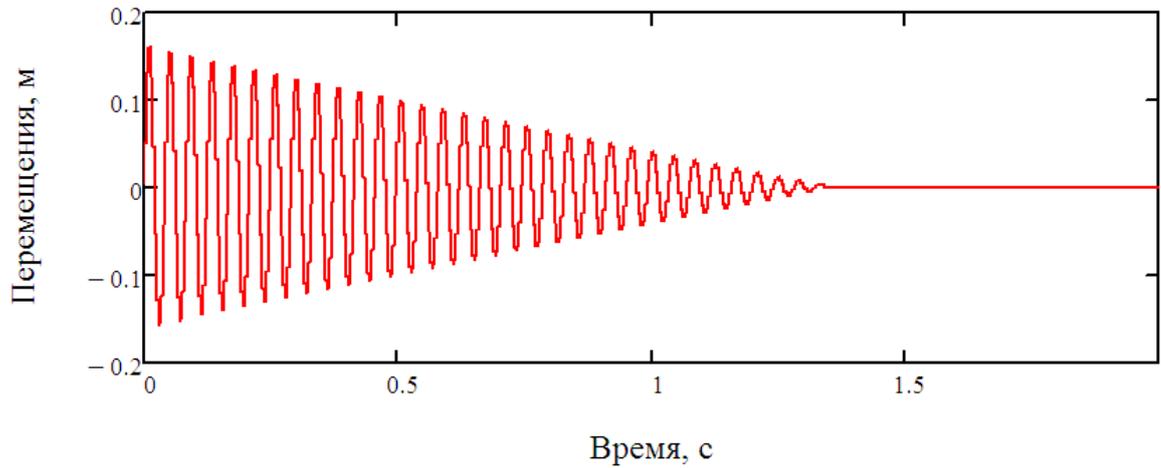


Рисунок 40 – График перемещения верхних узлов рамы при расположении накладок от узлов и опор на одну треть от длины элементов

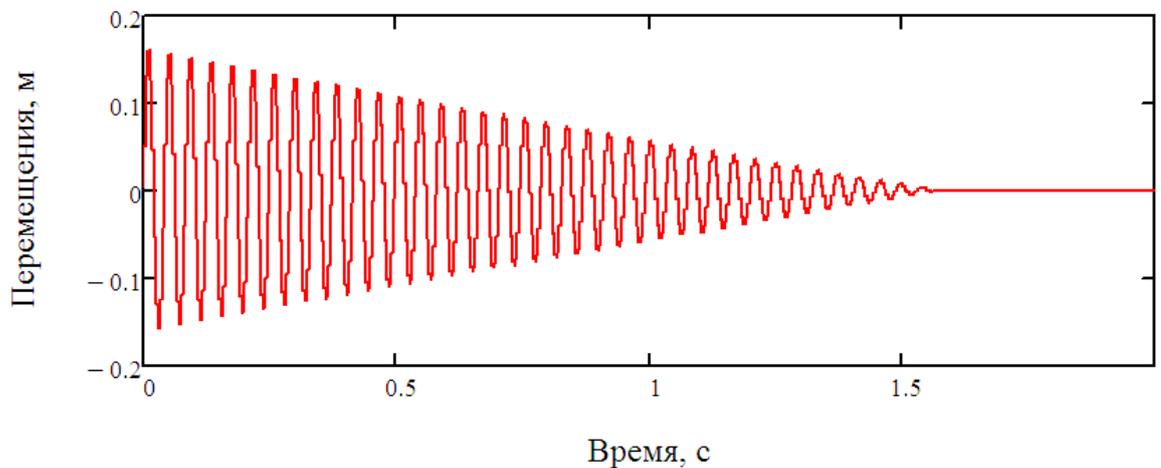


Рисунок 41 – График перемещения верхних узлов рамы при расположении накладок от узлов и опор на четверть от длины элементов

Результаты приведенных выше вычислений сведены в таблицу 6.

Таблица 6 – Сравнение вариантов расположения накладок

Расположение накладок	Время гашения при толщине накладок 1 мм, с	Необходимая толщина накладок для достижения одинакового времени гашения, мм	Расход материала, кг
По всей длине	0,35	–	1,62
На одну треть	1,25	3,5	3,78
На одну четверть	1,85	6	4,86

По результатам сравнения вариантов расположения демпфирующих элементов самым эффективным способом использования материала является расположение накладок по всей длине.

3. Для исследования поведения рамы с пластическими накладками во время резонанса загружаем раму в верхнем узле периодической нагрузкой, с частотой изменения, близкой к собственной частоте колебаний рамы (рисунок 42):

$$P = \begin{pmatrix} 0 \\ \dots \\ P_0 \cdot \sin(0,9 \cdot \omega_0 \cdot t) \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix},$$

где  $P_0$  – амплитуда нагрузки;

$\omega_0$  – собственная частота колебаний рамы;

$t$  – время.

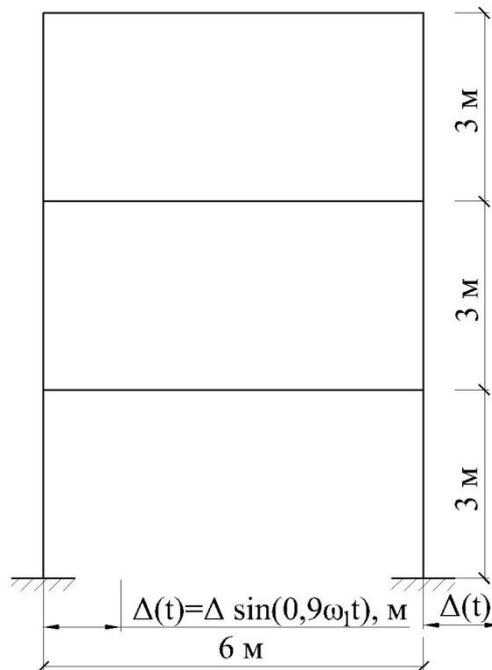


Рисунок 42 – Расчетная схема рамы при вынужденных колебаниях

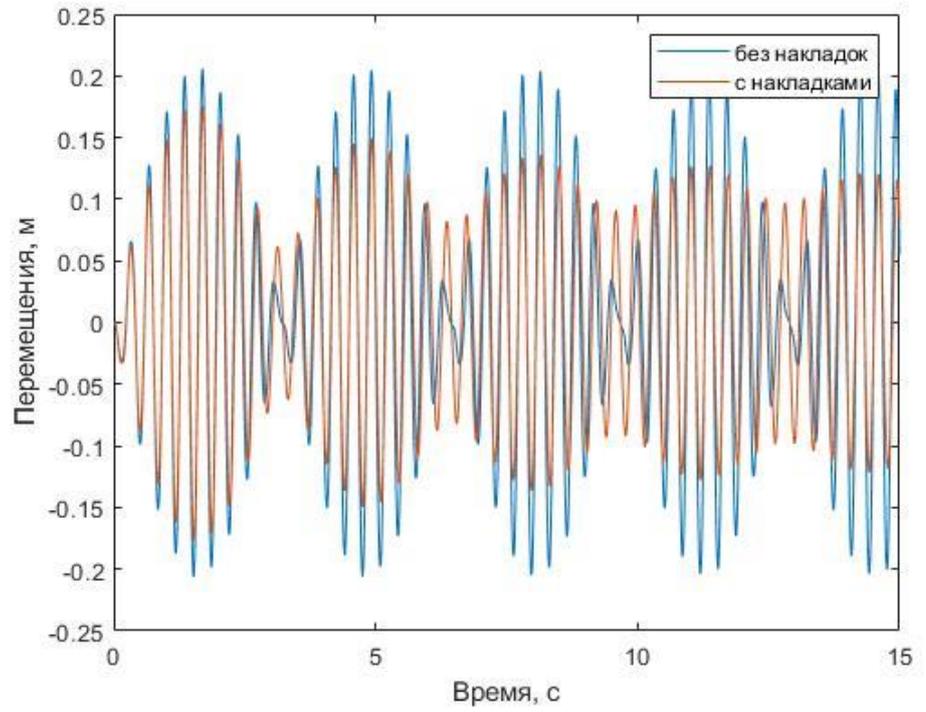
Результаты расчетов перемещений верхних узлов рам разной этажности с

различной толщиной накладок приведены в таблице 7.

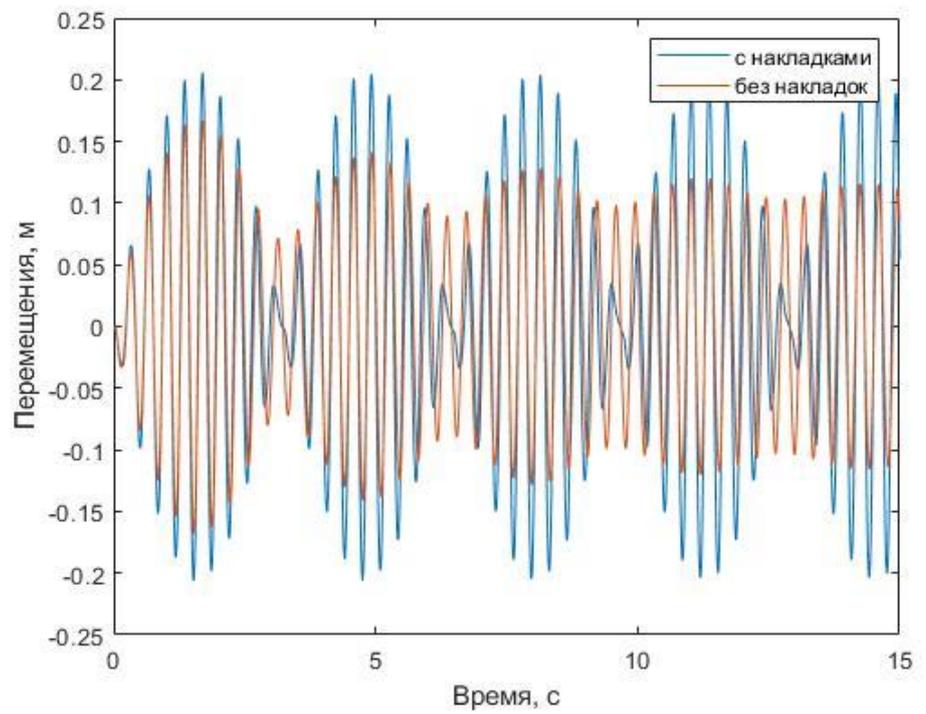
Таблица 7 – Графики перемещений верхних узлов рам разной этажности с различной толщиной накладок

Кол-во этажей	Толщина накладок, мм	График перемещения верхнего узла
1	1	
	2	

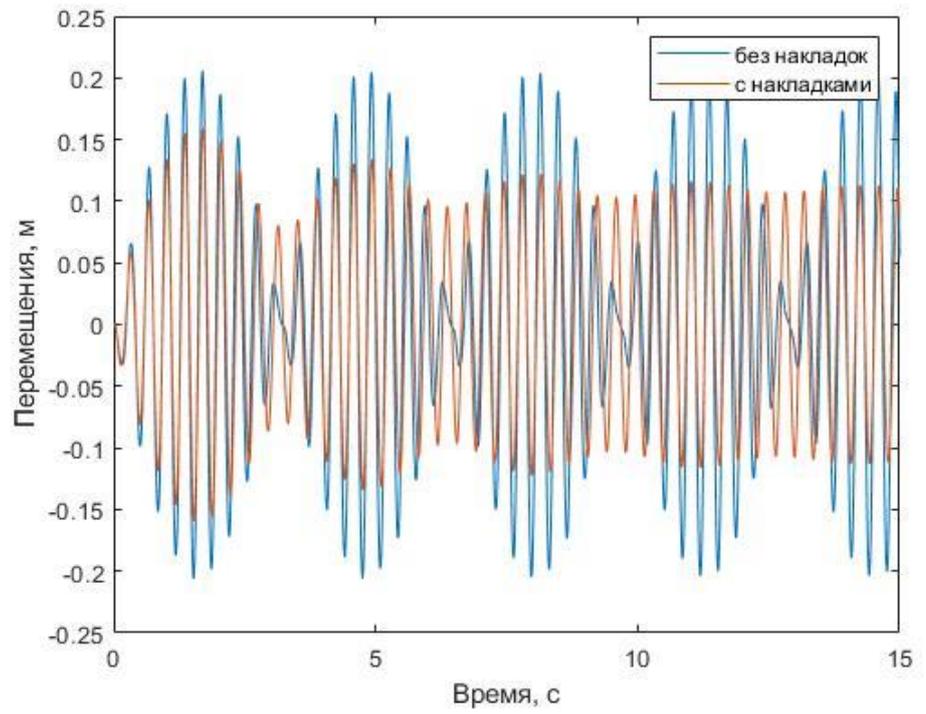
3



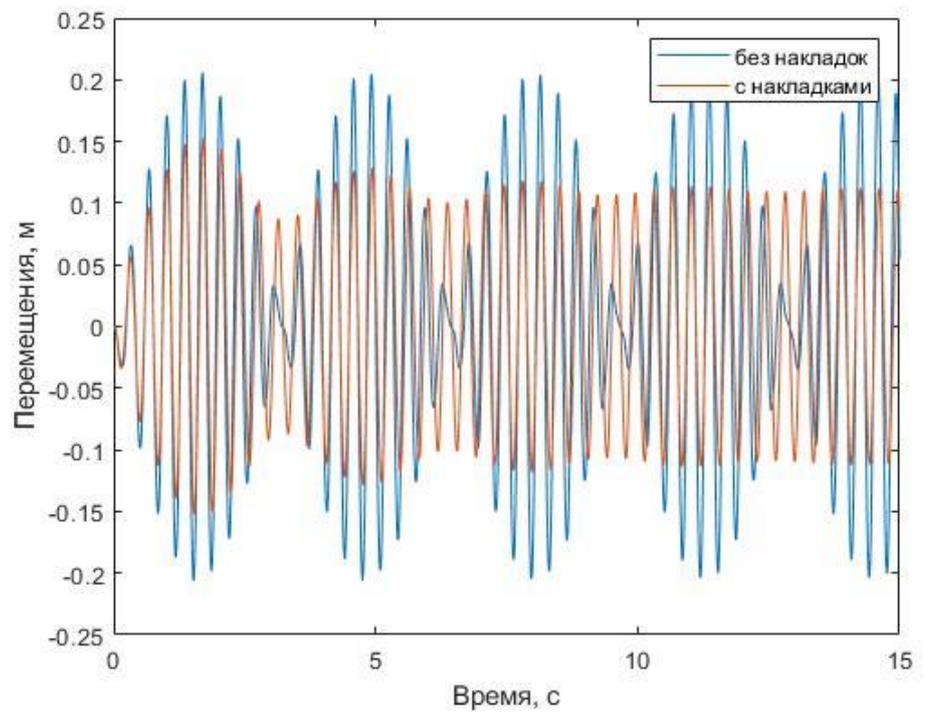
4



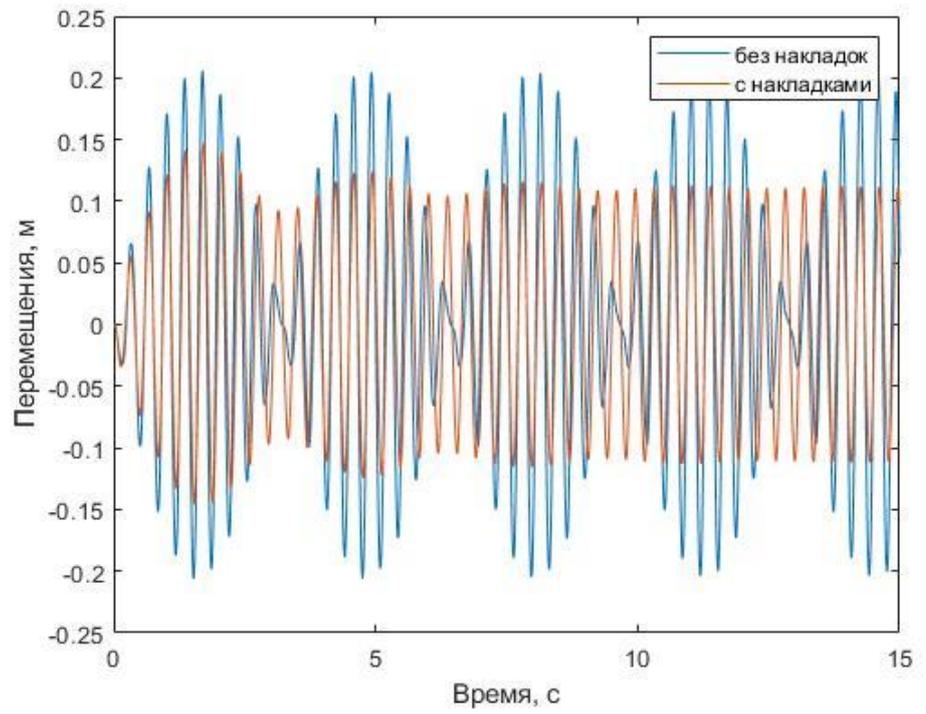
5



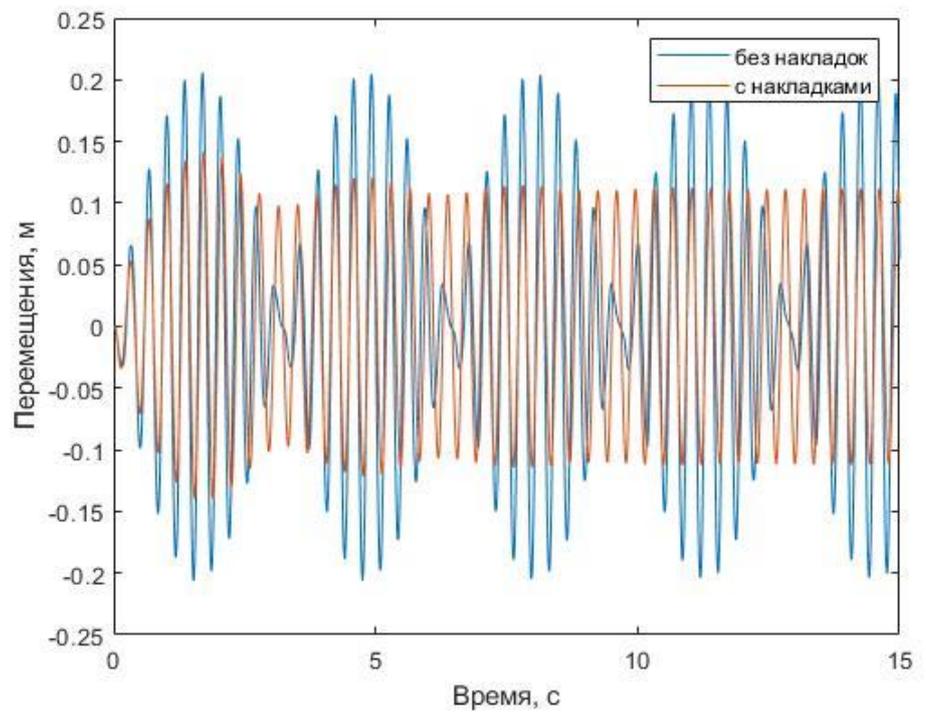
6



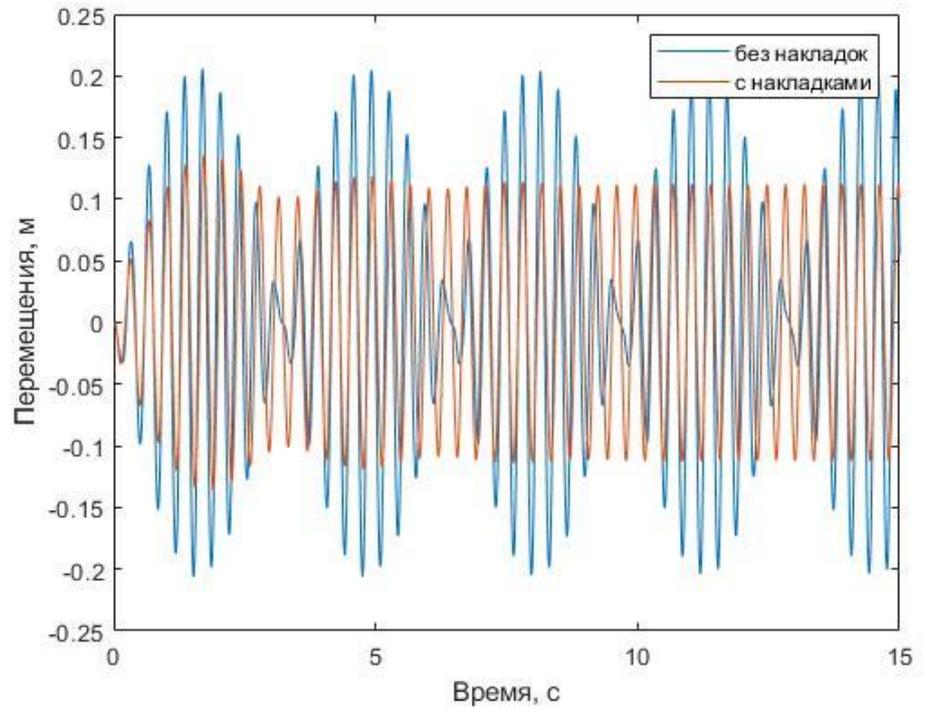
7



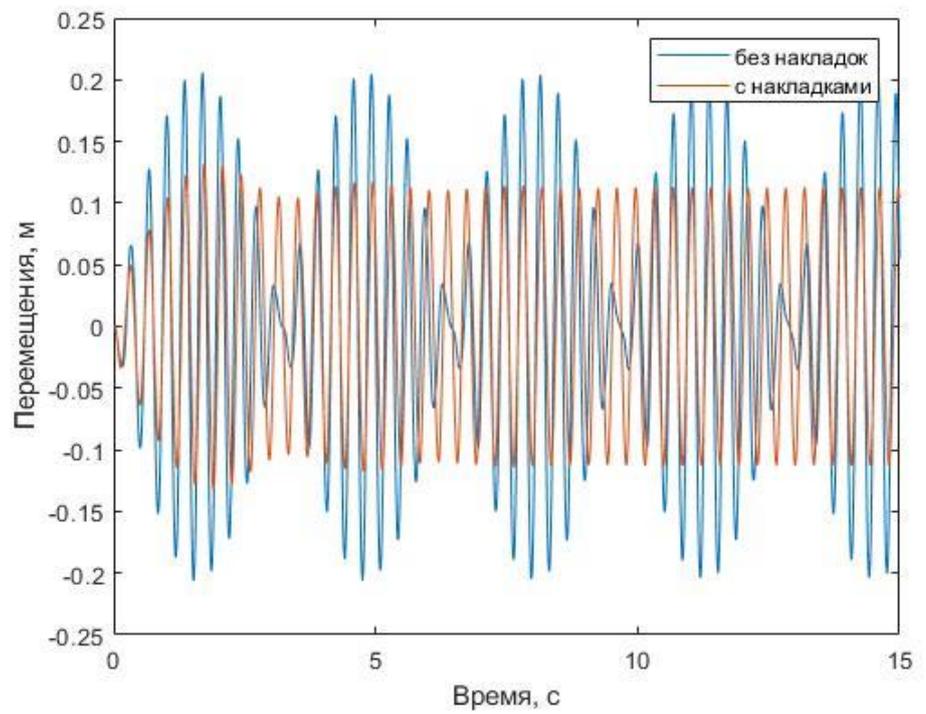
8

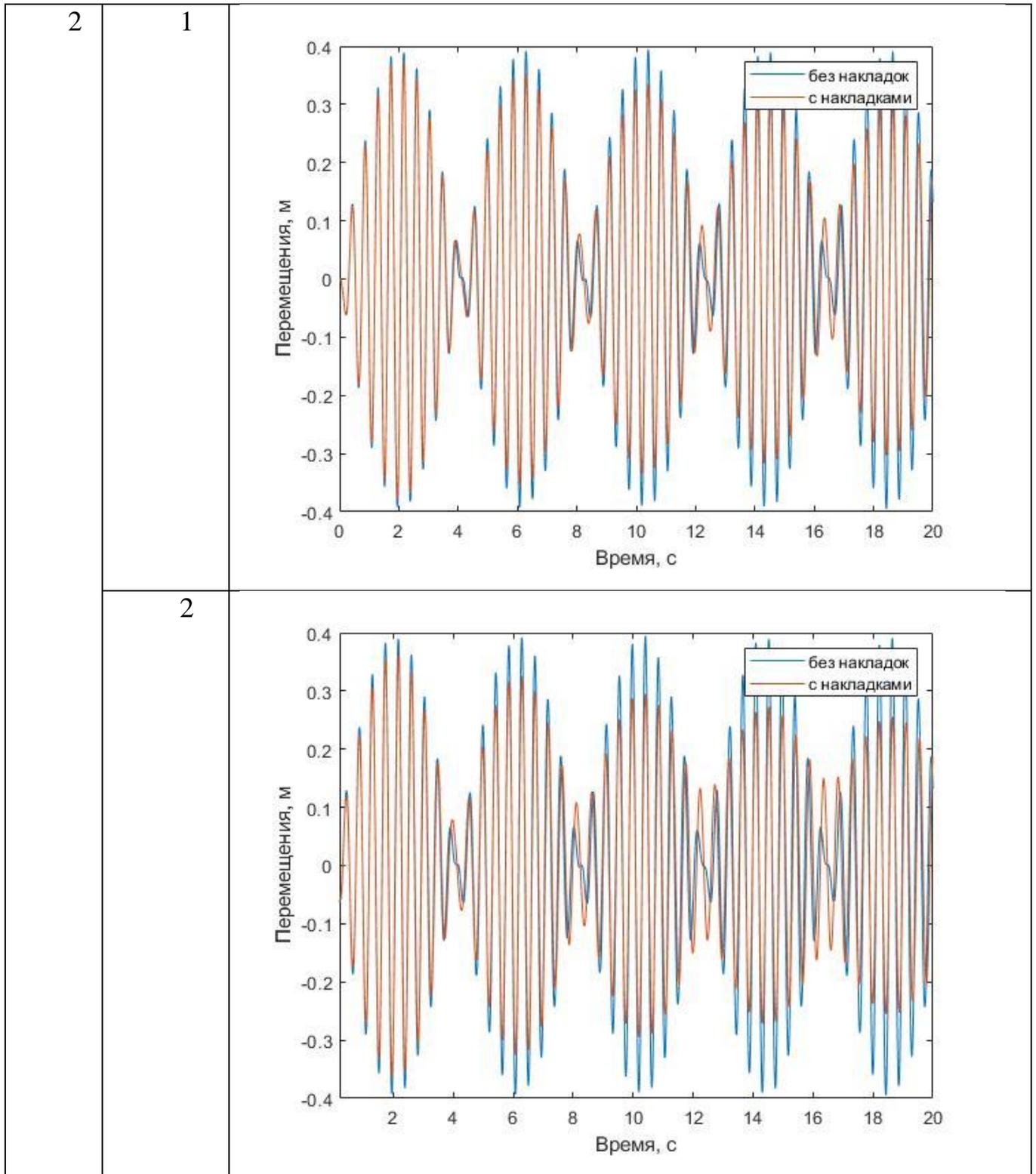


9

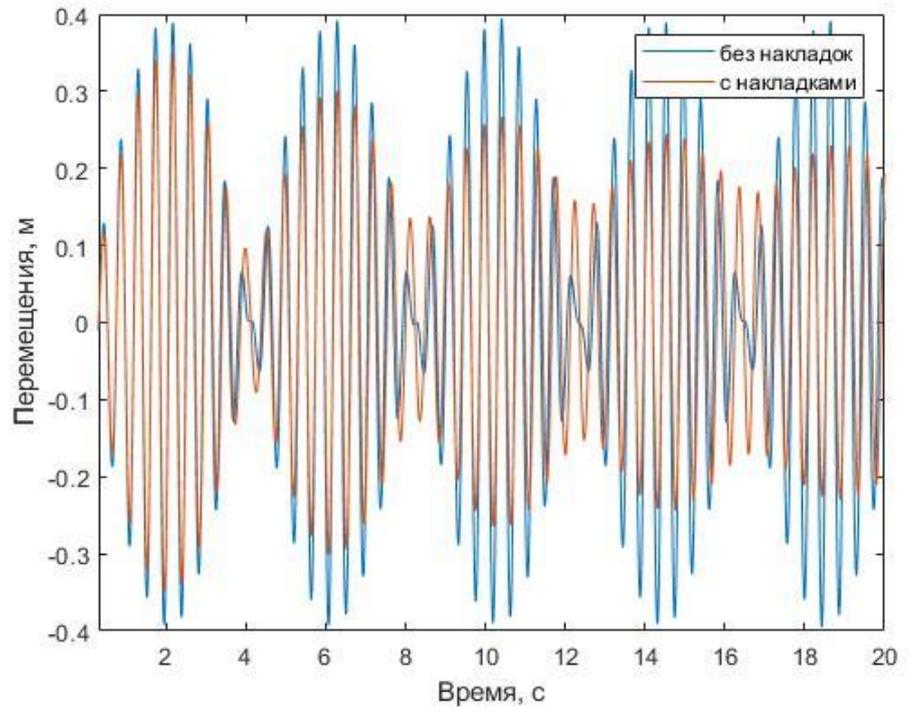


10

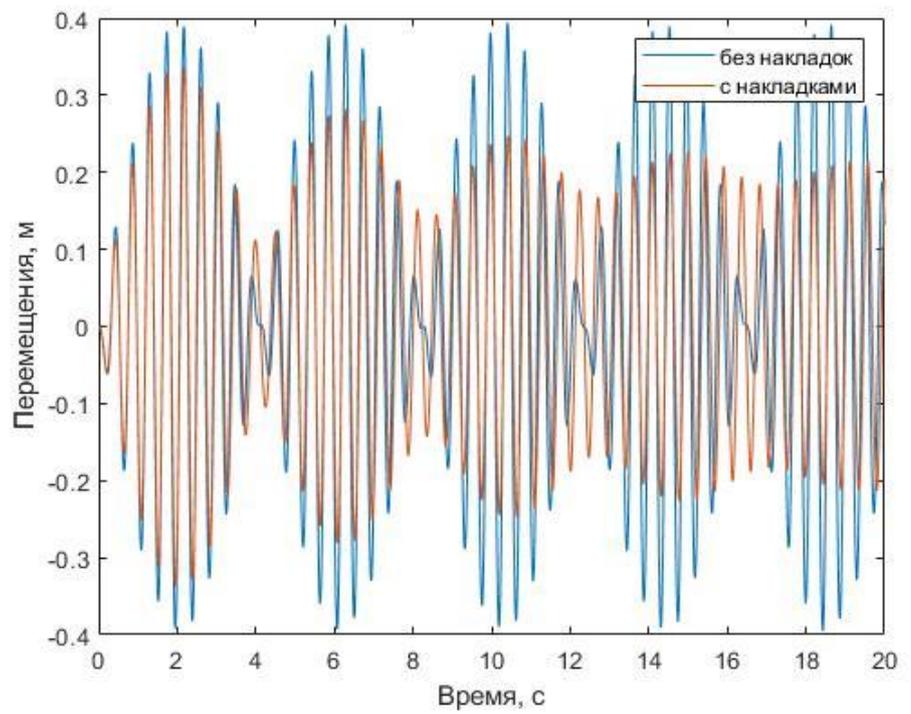




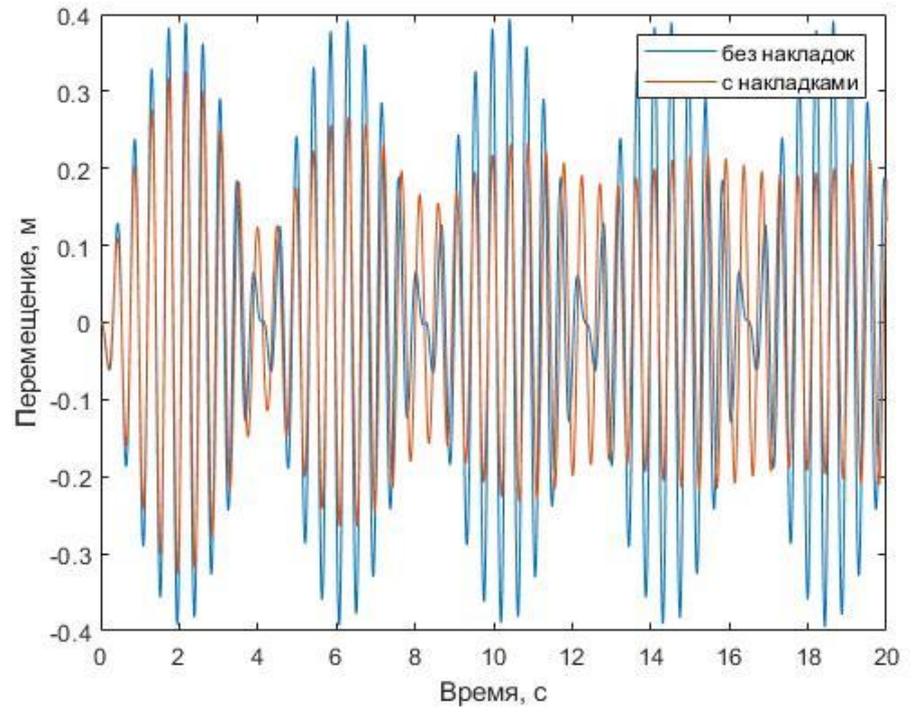
3



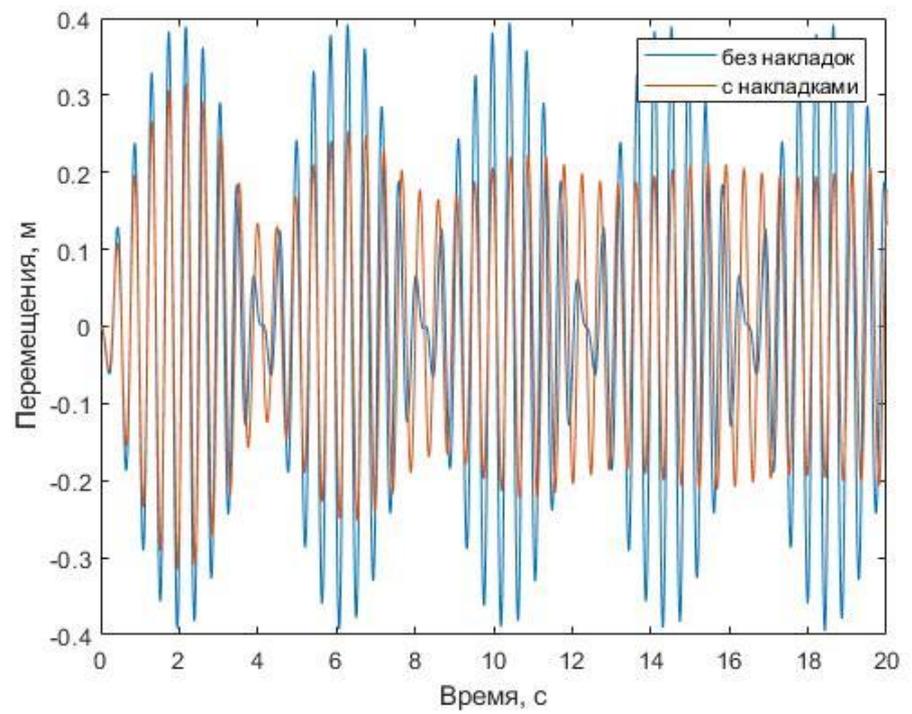
4



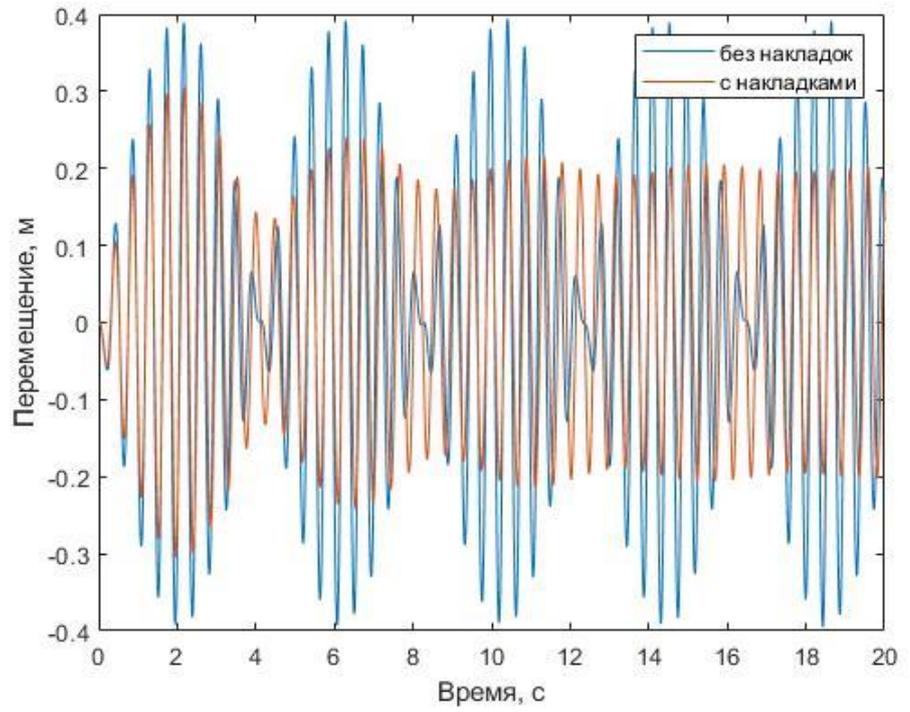
5



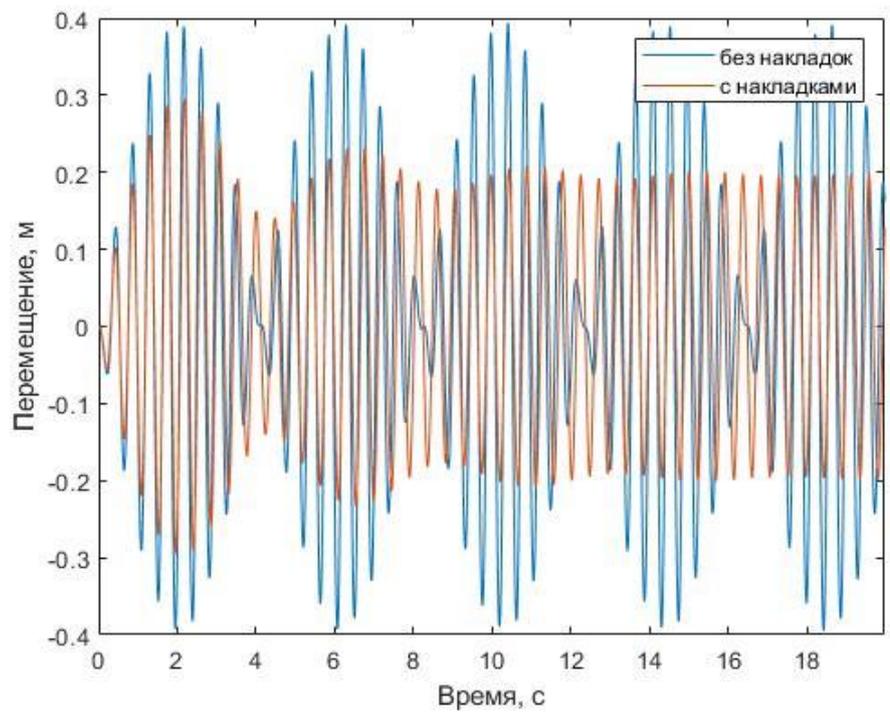
6



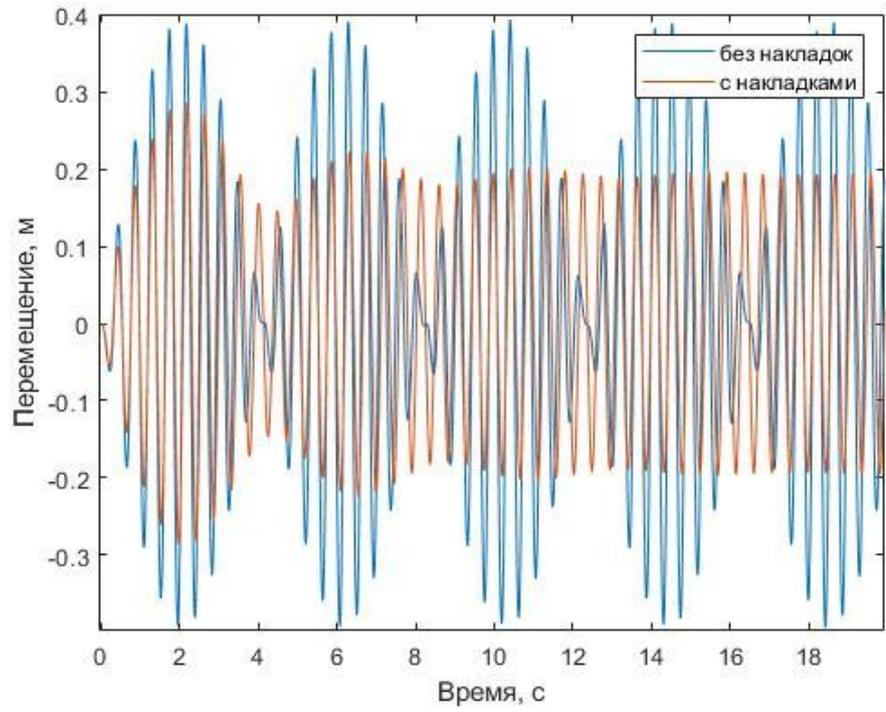
7



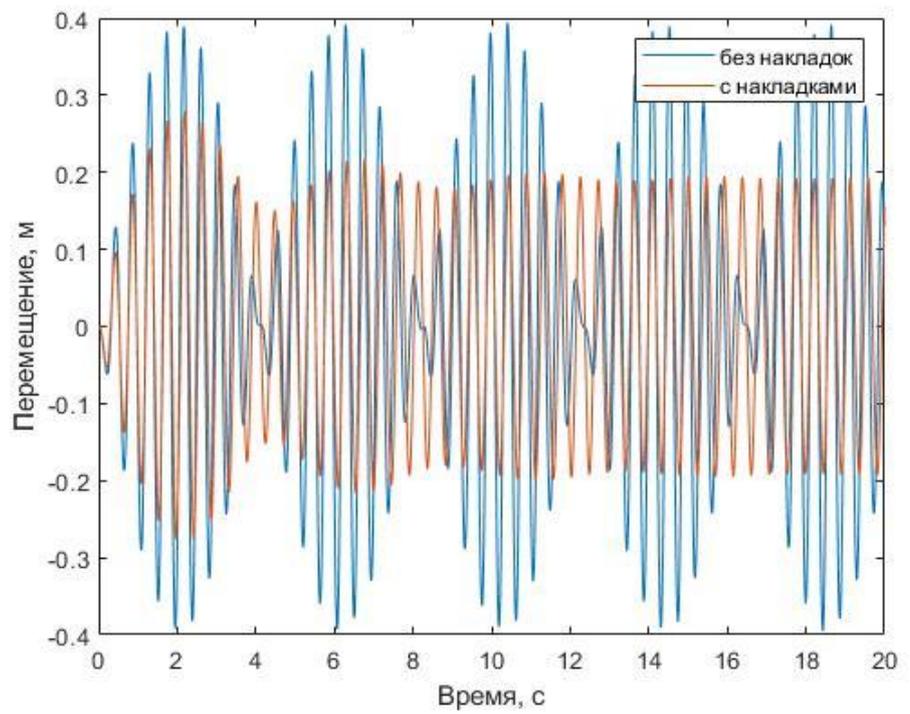
8

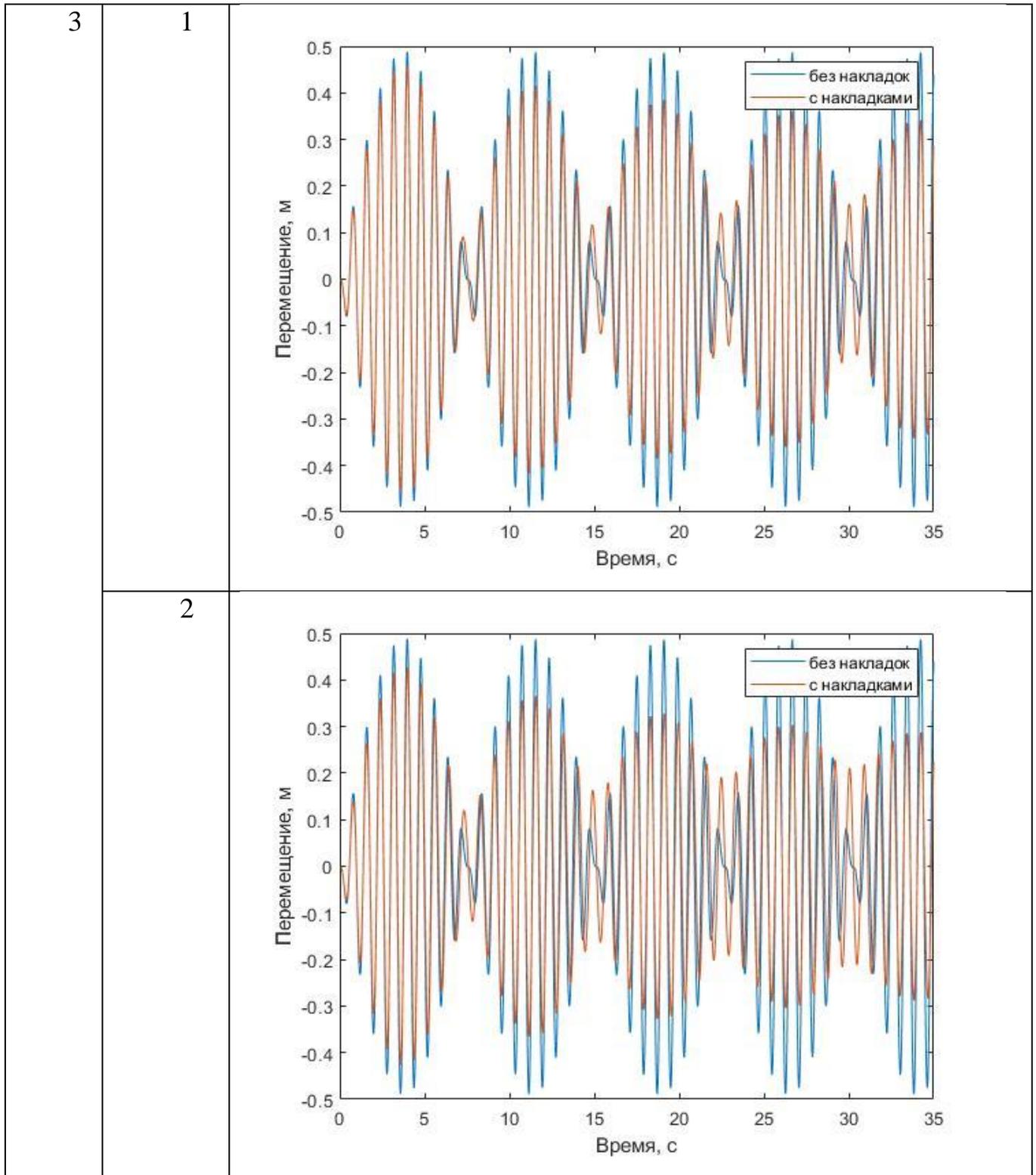


9

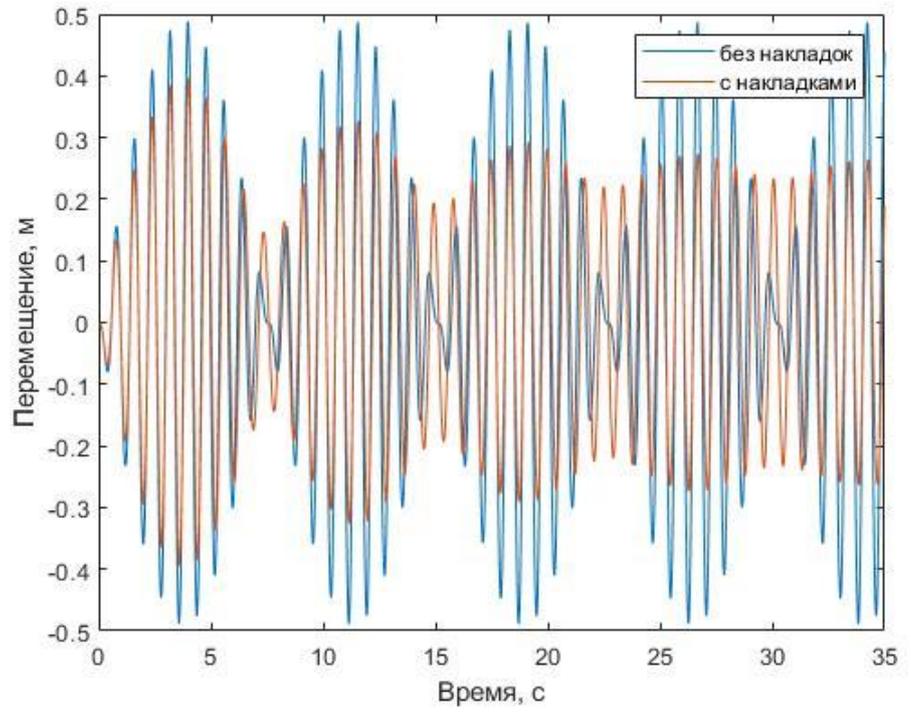


10

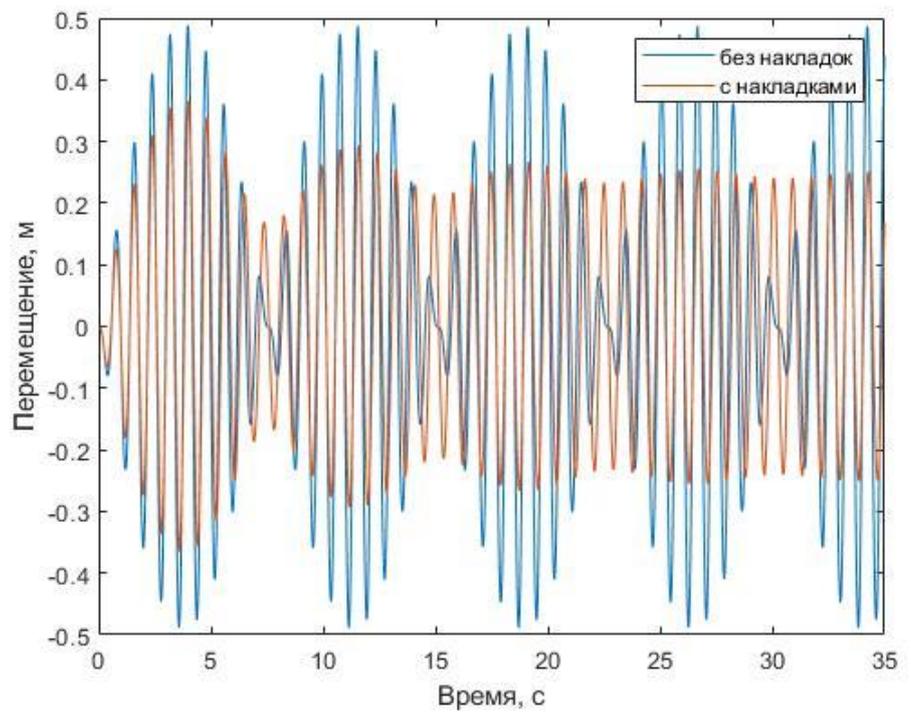




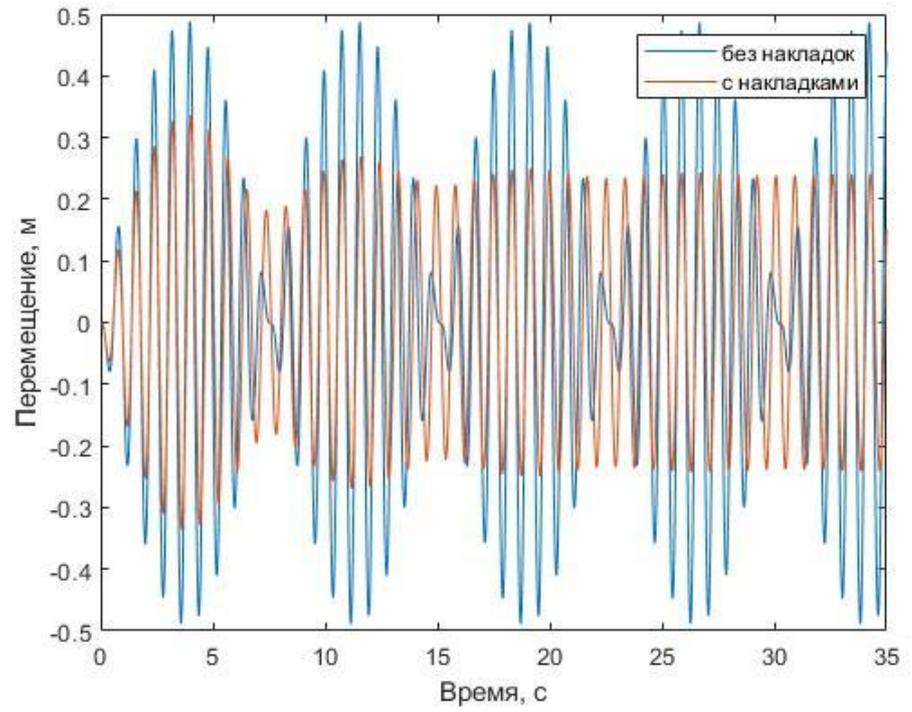
3



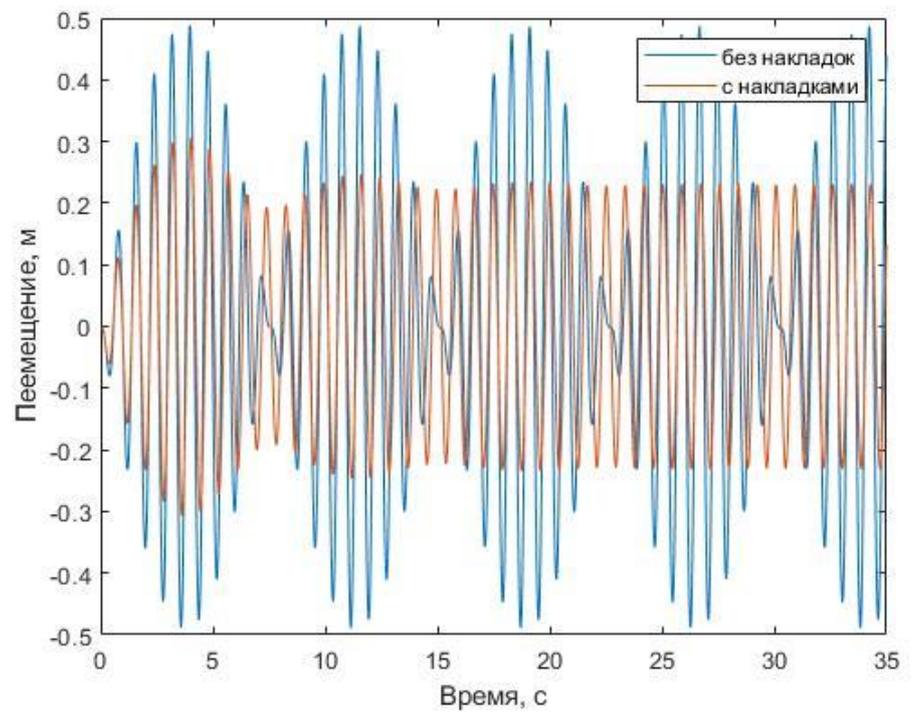
4



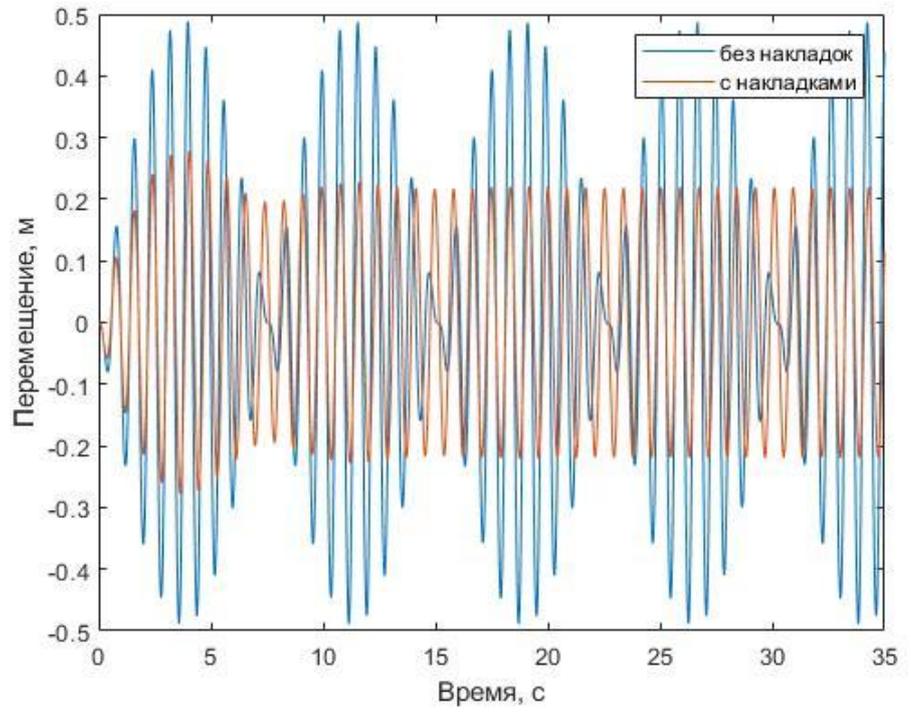
5



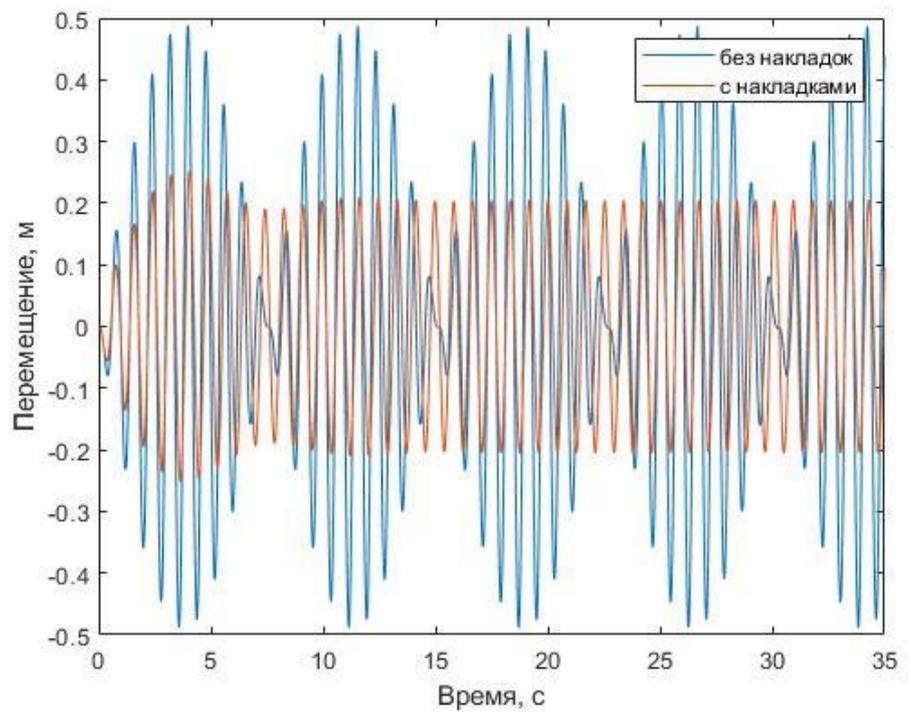
6

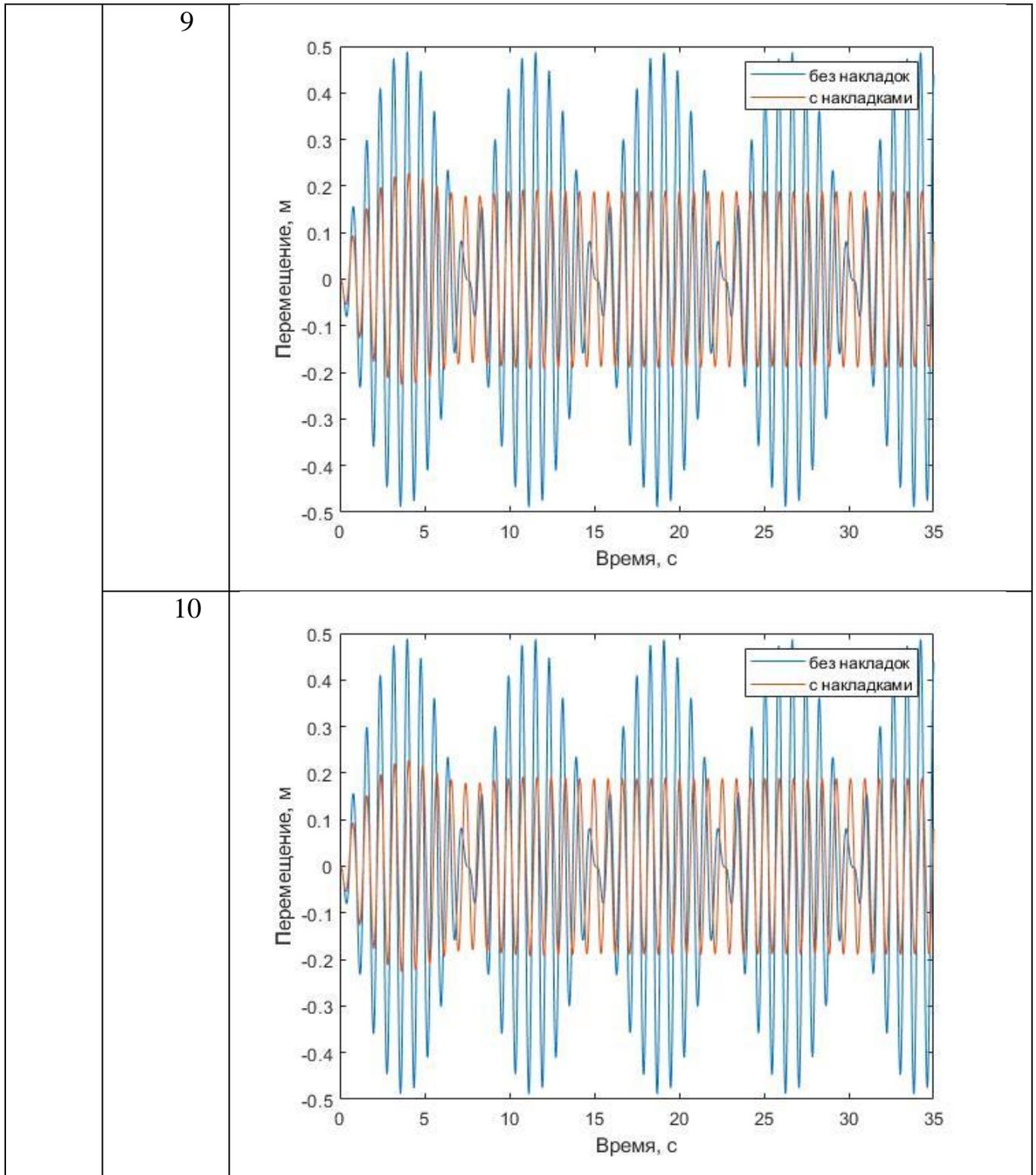


7



8





При малых толщинах накладок наблюдаем постепенное снижение максимальной амплитуды колебаний в каждой из фаз биения. При увеличении толщины накладок амплитуда колебаний стабилизируется раньше, а ее величина уменьшается на 45–50 % при толщинах накладок 3–4 мм.

### 4.3 Выводы к главе 4

Результаты 4 главы можно представить в следующем виде:

– теоретически обоснован принцип гашения колебаний стержней с пластическими накладками;

– анализ результатов численных экспериментов гашения свободных и вынужденных колебаний рам позволяет сделать заключение об эффективности применения этого способа гашения колебаний.

## Глава 5. Расчетные программные комплексы для динамического расчета

### 5.1 Блок сборки конструкции

Для создания расчетного программного комплекса для динамического расчета закрытых и открытых куполов были использованы математические пакеты MathCAD и Matlab (приложение А).

В качестве исходных данных для динамического расчета выступают: геометрические характеристики поперечных сечений стержневых элементов конструкции и лент (тросов) (геометрические размеры поперечных сечений  $h$ ,  $b$  и  $t$ , площадь поперечного сечения  $F$ , моменты инерции относительно главных центральных осей сечения  $I_y$  и  $I_z$ , момент кручения  $I_x$ ), механические характеристики материалов стержневых элементов и лент (тросов) гасителя (погонная масса стержня, предел прочности (текучести) материала стержней  $\sigma_{\text{пп}}$ , модуль упругости материалов  $E$  и  $E_{\text{л}}$ , модуль сдвига материала стержней  $G$ ), количество углов в правильном многоугольнике  $n$  (основание купола), количество ярусов купола (количество элементов в каждой полуарке)  $z$ , радиус описанной окружности (вокруг правильного многоугольника)  $r$ , отношение высоты стрелы подъема купола  $f_1$  к радиусу  $r$  (рисунок 43).

Для определения основных геометрических параметров элементов купола делаем следующие вычисления при  $k \in [1; z]$ :

– радиус описанной окружности вокруг арки:

$$R = \frac{f_1^2 + r^2}{2 \cdot f_1};$$

– угол наклона радиусов дуги окружности вокруг арки, проведенных к точкам основания арки, к плоскости основания:

$$\theta_k = \arcsin\left(\frac{R - f_k}{R}\right);$$

– угол раскрытия дуги окружности вокруг арки:

$$\varphi_k = \pi - 2 \cdot \theta_k;$$

– угол сегмента, границами которого является стержень:

$$\mu = \frac{\varphi_1}{2 \cdot z};$$

– угол наклона элементов арок:

$$\psi_k = \frac{\pi - \mu}{2} - \theta_k;$$

– длина стержневых арочных элементов:

$$Lc = 2 \cdot R \cdot \cos(\psi_1 + \theta_1);$$

– расстояние от полюса купола до следующего радиального кольца (пояса):

$$f_{k+1} = f_k - Lc \cdot \sin(\psi_k).$$

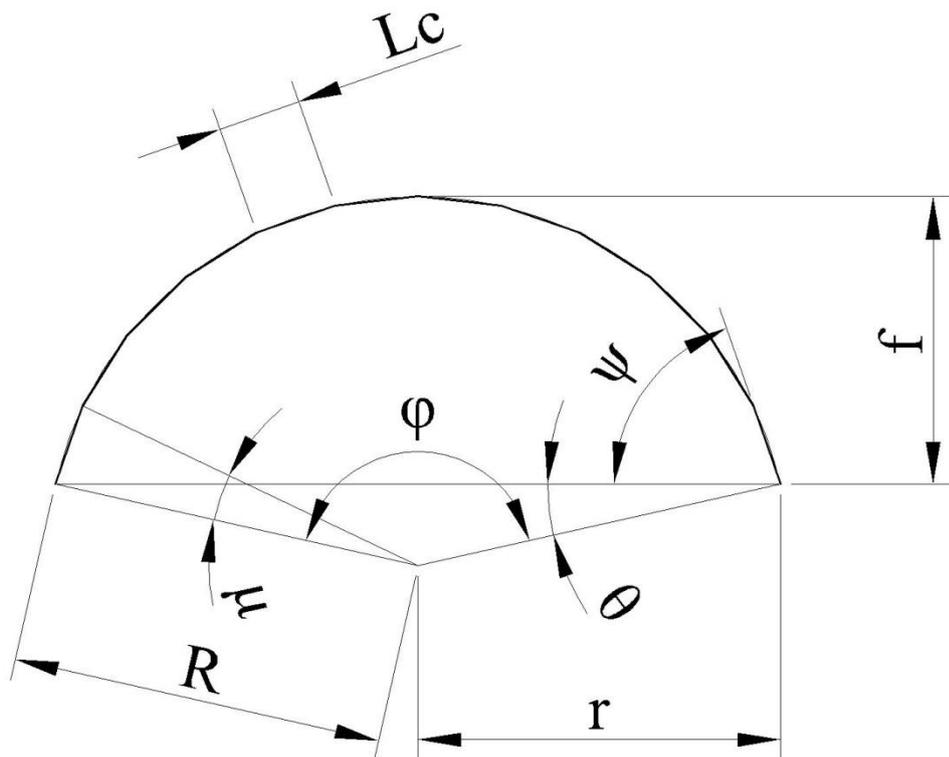


Рисунок 43 – К определению геометрических параметров элементов купола

Определяем радиусы описанных окружностей всех радиальных колец  $k \in [1; z]$ :

$$r_k = R \cdot \cos(\theta_k).$$

Назначаем и определяем длины всех стержней:

– для элементов арок куполов  $k \in [1; z \cdot n]$

$$L_k = Lc;$$

– для элементов поясов куполов  $k \in [z \cdot n + 1; (2 \cdot z - 1) \cdot n]$ :

$$c = \text{floor}\left(\frac{k - z \cdot n - 1}{n}\right) + 1;$$

$$L_k = 2 \cdot r_c \cdot \sin\left(\frac{\pi}{n}\right).$$

Определение углов поворота всех стержней относительно осей глобальной системы координат:

– относительно оси  $x$ :

$$k \in [1; z \cdot n];$$

$$\alpha_k = 0;$$

$$k \in [z \cdot n + 1; (2 \cdot z - 1) \cdot n];$$

$$c = \text{floor}\left(\frac{k - z \cdot n - 1}{n}\right) + 1$$

$$\alpha_k = -\psi_c;$$

– относительно оси  $y$ :

$$k \in [1; z \cdot n];$$

$$\beta_k = \text{mod}\left(\frac{(n-2) \cdot \pi}{2 \cdot n} + \frac{(k-1) \cdot 2 \cdot \pi}{n} + \frac{\pi}{n}, 2 \cdot \pi\right);$$

$$k \in [z \cdot n + 1; (2 \cdot z - 1) \cdot n];$$

$$\beta_k = \text{mod}\left(\frac{(k-1) \cdot 2 \cdot \pi}{n} + \frac{\pi}{n}, 2 \cdot \pi\right);$$

– относительно оси  $z$ :

$$k \in [1; z \cdot n];$$

$$c = \text{floor}\left(\frac{k-1}{n}\right) + 1;$$

$$\gamma_k = \psi_c$$

$$k \in [z \cdot n + 1; (2 \cdot z - 1) \cdot n]$$

$$\gamma_k = 0.$$

Для составления глобальной матрицы жесткости необходимо определить матрицы местоположения для каждого стержня:

$$k \in [1; (z-1) \cdot n];$$

$$j \in [1; 6];$$

$$m \in [1; 6 \cdot z \cdot n + 6];$$

$$\text{if } m = (k-1) \cdot 6 + \text{mod}(j, 7) \text{ then } (O_k)_{j,m} = 1 ;$$

$$\text{else } (O_k)_{j,m} = 0 ;$$

$$j \in [7; 12];$$

$$m \in [1; 6 \cdot z \cdot n + 6];$$

$$\text{if } m = 6 \cdot n - 6 + (k-1) \cdot 6 + \text{mod}(j, 13) \text{ then } (O_k)_{j,m} = 1 ;$$

$$\text{else } (O_k)_{j,m} = 0 ;$$

$$k \in [(z-1) \cdot n + 1; z \cdot n];$$

$$j \in [1; 6];$$

$$m \in [1; 6 \cdot z \cdot n + 6]$$

$$\text{if } m = (k-1) \cdot 6 + \text{mod}(j, 7) \text{ then } (O_k)_{j,m} = 1$$

$$\text{else } (O_k)_{j,m} = 0$$

$$j \in [7; 12]$$

$$m \in [1; 6 \cdot z \cdot n + 6]$$

$$\text{if } m = 6 \cdot n \cdot z - 6 + \text{mod}(j, 13) \text{ then } (O_k)_{j,m} = 1$$

$$\text{else } (O_k)_{j,m} = 0$$

$$k \in [z \cdot n + 1; (2 \cdot z - 1) \cdot n]$$

$$j \in [1; 6]$$

$$m \in [1; 6 \cdot z \cdot n + 6]$$

$$\text{if } m = n \cdot 6 + (\text{mod}(k, z \cdot n) - 1) \cdot 6 + \text{mod}(j, 7)$$

$$\text{then } (O_k)_{j,m} = 1$$

else  $(O_k)_{j,m} = 0$

$j \in [7; 12]$

$m \in [1; 6 \cdot z \cdot n + 6]$

if  $m = n \cdot 6 + (\text{mod}(k, z \cdot n) - 1) \cdot 6 + \text{mod}(j, 13)$

then  $(O_k)_{j,m} = 1$

else  $(O_k)_{j,m} = 0$

if  $\text{mod}(k, n) = 0$  then

if  $m = \left( 6 \cdot \text{floor} \left( \frac{k - z \cdot n}{n} \right) \right) \cdot n + \text{mod}(j, 13) - 6$

then  $(O_k)_{j,m} = 1$

else  $(O_k)_{j,m} = 0$

Для назначения ориентации стержневых элементов в глобальной системе координат вводятся матрицы поворота:

$k \in [1; (2 \cdot z - 1) \cdot n]$

$$Tx_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_k) & \sin(\alpha_k) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin(\alpha_k) & \cos(\alpha_k) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\alpha_k) & \sin(\alpha_k) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin(\alpha_k) & \cos(\alpha_k) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\alpha_k) & \sin(\alpha_k) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin(\alpha_k) & \cos(\alpha_k) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\alpha_k) & \sin(\alpha_k) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin(\alpha_k) & \cos(\alpha_k) \end{pmatrix}$$

$$T_{y_k} = \begin{pmatrix} \cos(\beta_k) & 0 & -\sin(\beta_k) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin(\beta_k) & 0 & \cos(\beta_k) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\beta_k) & 0 & -\sin(\beta_k) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin(\beta_k) & 0 & \cos(\beta_k) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\beta_k) & 0 & -\sin(\beta_k) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin(\beta_k) & 0 & \cos(\beta_k) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\beta_k) & 0 & -\sin(\beta_k) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sin(\beta_k) & 0 & 0 & \cos(\beta_k) \end{pmatrix}$$

$$T_{z_k} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha_k) & \sin(\alpha_k) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin(\alpha_k) & \cos(\alpha_k) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\alpha_k) & \sin(\alpha_k) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin(\alpha_k) & \cos(\alpha_k) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\alpha_k) & \sin(\alpha_k) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin(\alpha_k) & \cos(\alpha_k) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\alpha_k) & \sin(\alpha_k) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin(\alpha_k) & \cos(\alpha_k) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$k \in [1; z \cdot n]$$

$$T_k = T_{z_k} \cdot T_{y_k} \cdot T_{x_k}$$

$$k \in [z \cdot n + 1; 2 \cdot z \cdot n - n]$$

$$T_k = T_{x_k} \cdot T_{y_k} \cdot T_{z_k}$$

Матрицы жесткости стержневых конечных элементов в местной системе координат:

$$k \in [1; (2 \cdot z - 1) \cdot n]$$

$$K_k = \begin{pmatrix} \frac{EF}{L_k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EF}{L_k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EIz}{L_k^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EIz}{L_k^2} & 0 & -\frac{12EIz}{L_k^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EIz}{L_k^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EIy}{L_k^3} & 0 & -\frac{6EIy}{L_k^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EIy}{L_k^3} & 0 & -\frac{6EIy}{L_k^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{Glx}{L_k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{Glx}{L_k} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EIy}{L_k^2} & 0 & \frac{4EIy}{L_k} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EIy}{L_k^2} & 0 & \frac{2EIy}{L_k} & 0 \\ 0 & \frac{6EIz}{L_k^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EIz}{L_k} & 0 & -\frac{6EIz}{L_k^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EIz}{L_k} \\ -\frac{EF}{L_k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EF}{L_k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EIz}{L_k^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EIz}{L_k^2} & 0 & \frac{12EIz}{L_k^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EIz}{L_k^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EIy}{L_k^3} & 0 & \frac{6EIy}{L_k^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EIy}{L_k^3} & 0 & \frac{6EIy}{L_k^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{Glx}{L_k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{Glx}{L_k} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EIy}{L_k^2} & 0 & \frac{2EIy}{L_k} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EIy}{L_k^2} & 0 & \frac{4EIy}{L_k} & 0 \\ 0 & \frac{6EIz}{L_k^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EIz}{L_k} & 0 & -\frac{6EIz}{L_k^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EIz}{L_k} \end{pmatrix}$$

Геометрическая матрица каждого стержня:

$k \in [1; (2 \cdot z - 1) \cdot n]$

$$K\Gamma_k = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5 \cdot L_k} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & \frac{6}{5 \cdot L_k} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} \\ 0 & 0 & \frac{6}{5 \cdot L_k} & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{6}{5 \cdot L_k} & 0 & -\frac{1}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & \frac{2L_k}{15} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & \frac{2L_k}{15} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{2L_k}{15} & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{2L_k}{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6}{5 \cdot L_k} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & \frac{6}{5 \cdot L_k} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} \\ 0 & 0 & \frac{6}{5 \cdot L_k} & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{6}{5 \cdot L_k} & 0 & -\frac{1}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & -\frac{L_k}{30} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & \frac{2L_k}{30} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{L_k}{30} & 0 & -\frac{1}{10} & 0 & 0 & 0 & \frac{2L_k}{30} \end{pmatrix}$$

Матрица масс каждого элемента в местной системе координат:

$$M = m \cdot \text{diag} \left( \frac{L_k}{2} \quad \frac{L_k}{2} \quad \frac{L_k}{2} \quad 0 \quad \frac{L_k^3}{24} \quad \frac{L_k^3}{24} \quad \frac{L_k}{2} \quad \frac{L_k}{2} \quad \frac{L_k}{2} \quad 0 \quad \frac{L_k^3}{24} \quad \frac{L_k^3}{24} \right).$$

Матрица жесткости всей конструкции:

$$KGL = \sum_{i=1}^{2 \cdot n \cdot z - n} O_i^T \cdot T_i^T \cdot K_i \cdot T_i \cdot O_i.$$

Матрица масс всей конструкции:

$$MGL = \sum_{i=1}^{2 \cdot n \cdot z - n} O_i^T \cdot T_i^T \cdot M_i \cdot T_i \cdot O_i.$$

Для определения матрицы собственного демпфирования определяются частоты собственных колебаний, и решается система уравнений:

$$A = MGL^{-1} \cdot KGL;$$

$$\lambda = \text{eigenvals}(A);$$

$$\omega = \sqrt{\text{sort}(\lambda)};$$

Given

$$2 \cdot \zeta \cdot \omega_1 = a + b \cdot \omega_1^2$$

$$2 \cdot \zeta \cdot \omega_2 = a + b \cdot \omega_2^2$$

$$A = \text{Find}(a, b)$$

$$C = A_1 \cdot MGL + A_2 \cdot KGL$$

Для задания сейсмического воздействия используются готовые акселерограммы землетрясений путем импортирования данных из файлов Excel и кубической интерполяции с заданным шагом времени  $\Delta t$ .

## 5.2 Блок определения рационального расположения лент

Для реализации пункта 1а (раздел 3.4) определяем наиболее податливую группу узлов купола из анализа первых форм собственных колебаний, радиальное кольцо купола, узел которого максимально отклонен от точки равновесия, является искомым:

$$ux := \text{eigenvec}(A, \text{sort}(\lambda)_1)$$

$$u1 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..n \cdot (z-1) + 1 \\ u_i \leftarrow \sqrt{(ux_{6 \cdot i-5})^2 + (ux_{6 \cdot i-4})^2} \\ u \end{array} \right.$$

$$u1max := \left| \begin{array}{l} um \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1..n \cdot (z-1) + 1 \\ \text{if } u1_i > um \\ \quad \left| \begin{array}{l} um \leftarrow u1_i \\ umax_1 \leftarrow um \\ umax_2 \leftarrow i \\ umax_3 \leftarrow 2 + \text{floor}\left(\frac{i}{n}\right) \end{array} \right. \\ umax \end{array} \right.$$

Назначаем углы наклона приложения силы

$$\varphi := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..181 \\ \varphi_i \leftarrow \frac{-\pi \cdot (n-2)}{2 \cdot n} + \frac{(i-1) \cdot \pi \cdot (n-2)}{180 \cdot n} \\ \varphi \end{array} \right.$$

$$\chi := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..181 \\ \chi_i \leftarrow -\Psi(u2max_3) + \frac{[\pi - \Psi(u2max_3) - 1 + \Psi(u2max_3)] \cdot (i-1)}{180} \\ \chi \end{array} \right.$$

$$\omega := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..181 \\ \omega_i \leftarrow \frac{-\pi}{2} + \frac{\pi \cdot (i-1)}{180} \\ \omega \end{array} \right.$$

Определяем нужные углы (реализация пункта 1б):

```

Uxz:= FF ← 100000
      um ← 0
      for j ∈ 1..181
        for i ∈ 1..6·n·(z-1) + 6
          PPi ← FF·cos(φj) if i = [(u2max3 - 2)·n + 5]·6 - 5
          PPi ← -Mi,i·9.81·1.05 if mod(i,6) = 2
          PPi ← -FF·sin(φj) if i = [(u2max3 - 2)·n + 5]·6 - 3
          PPi ← 0 otherwise
        UU ← K-1·PP
        for k ∈ 1..n·(z-1) + 1
          uk ← √((UU6·k-5)2 + (UU6·k-4)2 + (UU6·k-3)2)
          if uk > um
            um ← uk
            umax1 ← um
            umax2 ← k
            umax3 ← 2 + floor( $\frac{k}{n}$ )
            umax4 ←  $\frac{-180·(n-2)}{2·n} + \frac{(j-1)·(n-2)}{n}$ 
        umax

```

```

Uxy := FF ← 100000
      um ← 0
      for j ∈ 1..181
        for i ∈ 1..6·n·(z-1) + 6
          PPi ← FF·cos(χj) if i = [(u2max3 - 2)·n + 5]·6 - 5
          PPi ← -Mi,i·9.81·1.05 if mod(i, 6) = 2
          PPi ← -Mi,i·9.81·1.05 + FF·sin(χj) if i = [(u2max3 - 2)·n + 5]·6 - 4
          PPi ← 0 otherwise
        UU ← K-1·PP
        for k ∈ 1..n·(z-1) + 1
          uk ← √((UU6·k-5)2 + (UU6·k-4)2 + (UU6·k-3)2)
          if uk > um
            um ← uk
            umax1 ← um
            umax2 ← k
            umax3 ← 2 + floor( $\frac{k}{n}$ )
            umax4 ←  $-\Psi(u2max_3) + \frac{[\pi - \Psi(u2max_3) - 1 + \Psi(u2max_3)] \cdot (j - 1)}{180} \cdot \frac{180}{\pi}$ 
        umax

```

```

Uzy := FF ← 100000
      um ← 0
      for j ∈ 1..181
        for i ∈ 1..6·n·(z-1) + 6
          PPi ← -FF·cos(ωj) if i = [(u2max3 - 2)·n + 5]·6 - 3
          PPi ← -Mi,i·9.81·1.05 if mod(i,6) = 2
          PPi ← -Mi,i·9.81·1.05 + FF·sin(ωj) if i = [(u2max3 - 2)·n + 5]·6 - 4
          PPi ← 0 otherwise
        UU ← K-1·PP
        for k ∈ 1..n·(z-1) + 1
          uk ← √((UU6·k-5)2 + (UU6·k-4)2 + (UU6·k-3)2)
          if uk > um
            um ← uk
            umax1 ← um
            umax2 ← k
            umax3 ← 2 + floor( $\frac{k}{n}$ )
            umax4 ←  $\left[ \frac{-\pi}{2} + \frac{\pi \cdot (j-1)}{180} \right] \cdot \frac{180}{\pi}$ 
        umax

```

Определение направляющих углов (реализация пунктов 1в и 1г):

$$\text{nagruzka}_1 := FF \cos\left(Ux_4 \cdot \frac{\pi}{180}\right) + FF \cos\left(Uxy_4 \cdot \frac{\pi}{180}\right)$$

$$\text{nagruzka}_2 := FF \sin\left(Uxy_4 \cdot \frac{\pi}{180}\right) + FF \sin\left(Uzy_4 \cdot \frac{\pi}{180}\right)$$

$$\text{nagruzka}_3 := -FF \sin\left(Uxz_4 \cdot \frac{\pi}{180}\right) - FF \cos\left(Uzy_4 \cdot \frac{\pi}{180}\right)$$

$$F_{\max} := \sqrt{(\text{nagruzka}_1)^2 + (\text{nagruzka}_2)^2 + (\text{nagruzka}_3)^2}$$

$$\alpha_1 := \frac{\text{nagruzka}_1}{F_{\max}}$$

$$\beta_1 := \frac{\text{nagruzka}_2}{F_{\max}}$$

$$\gamma_1 := \frac{\text{nagruzka}_3}{F_{\max}}$$

### 5.3 Блок учета физической и геометрической нелинейностей

Реализация первого пункта алгоритма модифицированного метода переменных параметров упругости (формула (16), п. 2.1.3):

$$c \leftarrow \left( M \cdot \frac{1}{\Delta t} + CC \cdot \frac{1}{2} \right)^{-1} \cdot \left[ [Pp - (KK - KKG + Kkkk) \cdot a] \cdot \Delta t + M \cdot \frac{2 \cdot a - b}{\Delta t} + CC \cdot \frac{b}{2} \right]$$

Реализация второго пункта:

```

for i ∈ 1..6·n·(z-1) + 6
  cci+6·n ← ci
for k ∈ 1..(z-1)·n
  εk ← 0
  for j ∈ 1..6
    for m ∈ 1..6·n·z + 6
      (εk)j ← ccm if m = (k-1)·6 + mod(j,7)
  for j ∈ 7..12
    for m ∈ 1..6·n·z + 6
      (εk)j ← ccm if m = 6·n - 6 + (k-1)·6 + mod(j,13)
  εε ← Tk·εk
  u ←  $\frac{(\epsilon\epsilon)_7 - (\epsilon\epsilon)_1}{L_k}$ 
  v ← 2 ·  $\left[ \frac{-3 \cdot (\epsilon\epsilon)_2 - 2 \cdot (\epsilon\epsilon)_6 \cdot L_k + 3 \cdot (\epsilon\epsilon)_8 - (\epsilon\epsilon)_{12} \cdot L_k}{(L_k)^2} + 3 \cdot \frac{2 \cdot (\epsilon\epsilon)_2 + (\epsilon\epsilon)_6 \cdot L_k - 2 \cdot (\epsilon\epsilon)_8 + (\epsilon\epsilon)_{12} \cdot L_k}{(L_k)^2} \right]$ 
  v0 ← 2 ·  $\left[ \frac{-3 \cdot (\epsilon\epsilon)_2 - 2 \cdot (\epsilon\epsilon)_6 \cdot L_k + 3 \cdot (\epsilon\epsilon)_8 - (\epsilon\epsilon)_{12} \cdot L_k}{(L_k)^2} \right]$ 
  w ← 2 ·  $\left[ \frac{-3 \cdot (\epsilon\epsilon)_3 - 2 \cdot (\epsilon\epsilon)_5 \cdot L_k + 3 \cdot (\epsilon\epsilon)_9 - (\epsilon\epsilon)_{11} \cdot L_k}{(L_k)^2} + 3 \cdot \frac{2 \cdot (\epsilon\epsilon)_3 + L_k \cdot (\epsilon\epsilon)_5 - 2 \cdot (\epsilon\epsilon)_9 + L_k \cdot (\epsilon\epsilon)_{11}}{(L_k)^2} \right]$ 
  w0 ← 2 ·  $\left[ \frac{-3 \cdot (\epsilon\epsilon)_3 - 2 \cdot (\epsilon\epsilon)_5 \cdot L_k + 3 \cdot (\epsilon\epsilon)_9 - (\epsilon\epsilon)_{11} \cdot L_k}{(L_k)^2} \right]$ 

```

$$\begin{aligned}
vv &\leftarrow (\varepsilon\varepsilon)_5 + 2 \cdot \frac{-3 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_2 - 2 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_6 \cdot L_k + 3 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_8 - (\varepsilon\varepsilon)_{12} \cdot L_k}{(L_k)} + 3 \cdot \frac{2 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_2 + (\varepsilon\varepsilon)_6 \cdot L_k - 2 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_8 + (\varepsilon\varepsilon)_{12} \cdot L_k}{(L_k)} \\
vv0 &\leftarrow (\varepsilon\varepsilon)_5 \\
ww &\leftarrow (\varepsilon\varepsilon)_6 + 2 \cdot \frac{-3 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_3 - 2 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_5 \cdot L_k + 3 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_9 - (\varepsilon\varepsilon)_{11} \cdot L_k}{(L_k)^2} + 3 \cdot \frac{2 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_3 + L_k \cdot (\varepsilon\varepsilon)_5 - 2 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_9 + L_k \cdot (\varepsilon\varepsilon)_{11}}{(L_k)^2} \\
ww0 &\leftarrow (\varepsilon\varepsilon)_6 \\
(\varepsilon x)_1 &\leftarrow u - \frac{h}{2} \cdot v + \frac{B}{2} \cdot w + 0.5 \cdot vv^2 + 0.5 \cdot ww^2 \\
(\varepsilon x)_2 &\leftarrow u + \frac{h}{2} \cdot v + \frac{B}{2} \cdot w + 0.5 \cdot vv^2 + 0.5 \cdot ww^2 \\
(\varepsilon x)_3 &\leftarrow u + \frac{h}{2} \cdot v - \frac{B}{2} \cdot w + 0.5 \cdot vv^2 + 0.5 \cdot ww^2 \\
(\varepsilon x)_4 &\leftarrow u - \frac{h}{2} \cdot v - \frac{B}{2} \cdot w + 0.5 \cdot vv^2 + 0.5 \cdot ww^2 \\
(\varepsilon x)_5 &\leftarrow u - \frac{h}{2} \cdot v0 + \frac{B}{2} \cdot w0 + 0.5 \cdot vv0^2 + 0.5 \cdot ww0^2 \\
(\varepsilon x)_6 &\leftarrow u + \frac{h}{2} \cdot v0 + \frac{B}{2} \cdot w0 + 0.5 \cdot vv0^2 + 0.5 \cdot ww0^2 \\
(\varepsilon x)_7 &\leftarrow u + \frac{h}{2} \cdot v0 - \frac{B}{2} \cdot w0 + 0.5 \cdot vv0^2 + 0.5 \cdot ww0^2 \\
(\varepsilon x)_8 &\leftarrow u - \frac{h}{2} \cdot v0 - \frac{B}{2} \cdot w0 + 0.5 \cdot vv0^2 + 0.5 \cdot ww0^2 \\
\text{for } f \in 2..8 & \\
\left| \begin{array}{l} \varepsilon x_{\max} \leftarrow \varepsilon x_1 \text{ if } |(\varepsilon x)_f| > |(\varepsilon x)_{f-1}| \\ \varepsilon x_{\max} \leftarrow \varepsilon x_1 \text{ otherwise} \end{array} \right. &
\end{aligned}$$

Реализация третьего и четвертого пунктов:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_i &\leftarrow \frac{\varepsilon_{\max}}{\Delta t} \text{ if } r = 1 \\
\varepsilon_{\max} &\leftarrow \frac{\varepsilon_{k,r-1}}{\Delta t} \text{ otherwise} \\
\sigma_y &\leftarrow \sigma_{\text{III}} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{|\varepsilon_i|}{80} \right)^{\frac{1}{4}} \right] \\
E3 &\leftarrow \frac{4 \cdot E^3}{27 \cdot \sigma_y^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{if } 3 \cdot E3 \cdot (\varepsilon_{\text{max}})^2 \geq EE \\
 \left| \begin{array}{l}
 \sigma_k \leftarrow \sigma_{\text{пл}} \text{ if } \varepsilon_{\text{max}} \geq 0 \\
 \sigma_k \leftarrow -\sigma_{\text{пл}} \text{ otherwise} \\
 Ee_k \leftarrow \frac{\sigma_k}{\varepsilon_{\text{max}}}
 \end{array} \right. \\
 \text{otherwise} \\
 \left| \begin{array}{l}
 Ee_k \leftarrow EE - E3 \cdot (\varepsilon_{\text{max}})^2 \\
 \sigma_k \leftarrow Ee_k \cdot \varepsilon_{\text{max}} \\
 Kk\Gamma_k \leftarrow -F \cdot u \cdot Ee_k \cdot K\Gamma_k
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Реализация пятого пункта:

$$\begin{array}{l}
 \text{for } k \in 1..2 \cdot n \cdot z - n \\
 \left| \begin{array}{l}
 q \leftarrow q + 1 \text{ if } |EEE_k - Ee_k| < 10^6 \\
 EEE_k \leftarrow Ee_k
 \end{array} \right. \\
 \text{break if } q = 2 \cdot n \cdot z - n
 \end{array}$$

Данный алгоритм позволяет произвести расчет конструкции с учетом физической и геометрической нелинейностей, используя менее 10 итераций на каждом шаге по времени.

## Выводы к главе 5

Разработанный алгоритм программного комплекса позволяет (при задании следующих параметров:

- геометрических характеристик поперечных сечений стержневых элементов конструкции и лент (тросов) (геометрические размеры поперечных сечений  $h$ ,  $b$  и  $t$ , площадь поперечного сечения  $F$ , моменты инерции относительно главных центральных осей сечения  $I_y$  и  $I_z$ , момент кручения  $I_x$ );

- механических характеристик материалов стержневых элементов и лент (тросов) гасителя (погонная масса стержня, предел прочности (текучести) материала стержней  $\sigma_{\text{пл}}$ , модуль упругости материалов  $E$  и  $E_{\text{л}}$ , модуль сдвига материала стержней  $G$ );

– количества углов в правильном многоугольнике  $n$  (основание купола), количества ярусов купола (количество элементов в каждой полуарке)  $z$ , радиуса описанной окружности (вокруг правильного многоугольника)  $r$ , отношения высоты стрелы подъема  $f_1$  купола к радиусу  $r$ ), – автоматически определять динамические перемещения узлов куполов с установленной ленточно-тросовой или пластически-деформирующейся системой гашения колебаний и оценивать напряженно-деформированное состояние элементов конструкций в каждый момент времени.

## **Заключение**

### **Итоги выполненного исследования**

Поставленные в диссертационной работе задачи выполнены, а поставленные цели достигнуты. В работе получено решение научной задачи развития теории механической безопасности конструктивных систем зданий и сооружений путем гашения колебаний стальных каркасов и изложены новые научно обоснованные технические решения гасителей колебаний, имеющие важное значение для развития строительной отрасли. В частности,

1. Разработаны новые технические решения гасителей колебаний:

- ленточно-тросовая система гашения колебаний открытых и закрытых куполов, основанная на принципе действия односторонней связи (Приложение Б);
- демпфирующая система в виде пластических накладок, закрепленных к элементам каркаса здания, которая при колебательном движении создает силы пластического торможения.

2. Выявлено эффективное расположение гасителей в куполообразных сооружениях в зависимости от их конфигурации.

3. Разработан новый метод динамического расчета сооружений, учитывающий физическую и геометрическую нелинейности, реализованный в программном комплексе расчета колебательного движения открытых и закрытых куполов (Приложение А. Программный комплекс расчета колебательного движения куполов).

4. Создан программный комплекс расчета колебаний механических систем при наличии возмущающих и демпфирующих воздействий.

5. Проведена серия численных экспериментов, которые показали эффективность разработанных систем гашения колебаний.

### **Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы**

Дальнейшее развитие темы планируется осуществлять по следующим направлениям:

1. Произвести натурную проверку ленточно-тросового гасителя для гашения колебаний купола с использованием электронатяжителей и, в том числе, при пластической работе односторонней связи.

2. Исследовать эффективность демпфирующих свойств пластических накладок из различных материалов.

### Список литературы

1. Аврамов, К.В. Вынужденные колебания балки с существенно нелинейным гасителем / К.В. Аврамов, О.В. Гендельман // Проблемы прочности. - 2009. - №3. - С. 97-106.

2. Айзенберг, Я.М. Простейшая сейсмоизоляция. Колонны нижних этажей как элемент сейсмоизоляции здания / Я.М. Айзенберг // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - 2004. - №1 - С. 28-32.

3. Айзенберг, Я.М. Деформационные критерии сейсмостойкости железобетонных конструкций / Я.М. Айзенберг, Ю.С. Кулыгин // Строительство и архитектура: экспресс-информация. Сер.: Сейсмостойкое строительство. – М.: ВНИИНТИ, 1995.- вып. 6. - С. 4-12.

4. Айзенберг, Я.М. Определение периодов собственных колебаний каркасных зданий для практических расчетов в антисейсмическом проектировании / Я.М. Айзенберг, Г.В. Мамаева // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - 2007. - №2. - С. 27-31.

5. Айзенберг, Я.М. Исследования колебаний зданий с верхним гибким этажом при сейсмическом воздействии / Я.М. Айзенберг, В.И. Смирнов, Е.Е. Гейлер // Строительство и архитектура: экспресс-информация. Сер. Сейсмостойкое строительство. – М.: ВНИИНТПИ, 1993. – вып. 2. – С. 18-22.

6. Альберт, И.У. Расчетно-теоретическое обоснование сейсмоизолирующего фундамента 9-этажного жилого здания с резинометаллическими опорами / И.У. Альберт, Т.А. Сандович // Строительство и архитектура: экспресс-информация. Сер.: Сейсмостойкое строительство. - М.: ВНИИНТНИИ, 1992. - Вып. 1. - С. 9-15.

7. Ананьев, И.В. Основные особенности импульсного демпфирования колебаний / И.В. Ананьев, Н.М. Колбин // Тр. Центрального аэрогидродинамического ин-та. - М.: ПАГИ, 1970. - Вып. 1197. – 36 с.

8. Ананьев, И.В. Колебания упругих систем в авиационных конструкциях и их демпфирование / И.В. Ананьев, И.Г. Тимофеев. – М.: Машиностроение, 1965. – 527 с.
9. Асланов, С.Ж. Аналитические и численные методы в задаче гашения колебаний струны точечным демпфером / С.Ж. Асланов, И.Е. Михайлов, Л.А. Муравей // Мехатроника, автоматизация, управление. - 2006. - №7. - С. 28-35.
10. Баландин, Д.В. Оптимальное гашение возмущений при неизвестных начальных условиях системы / Д.В. Баландин, М.М. Коган // Дифференциальные уравнения. - 2009. т 45. - №12. - С. 1741- 1747.
11. Баландин, Д.В. Оптимальное гашение колебаний высотных сооружений при сейсмических воздействиях / Д.В. Баландин, М.М. Коган // Известия РАН. Теория и системы управления. - 2004. - №5. - С. 60-66.
12. Баландин, Д.В. Активное гашение колебаний высотных сооружений при сейсмических воздействиях / Д.В. Баландин, М.М. Коган, А.А. Федюков // Приволжский научный журнал. - 2007. - №4. - С. 8-14.
13. Баландин, Д.В. Оценка предельных возможностей гашения колебаний высотных сооружений / Д.В. Баландин, М.М. Коган, А.А. Федюков // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Сер.: Математическое моделирование и оптимальное управление. - 2002. - № 1.- С. 195-201.
14. Баландин, Д.В. Синтез активного динамического гасителя колебаний с использованием линейных матричных неравенств / Д.В. Баландин, И.А. Федотов// Вестник Нижегородского ун-та им. Н.И. Лобачевского. - 2007. - № 6. - С. 153-159.
15. Баландин, Д.В. Синтез динамических гасителей колебаний с использованием линейных матричных неравенств / Д.В. Баландин, И.А. Федотов // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. - 2009. - № 3. - С. 16-21.
16. Белаш, Т.А. Модель сейсмического воздействия для статического моделирования колебаний сейсмоизолированных систем / Т.А. Белаш, О.А. Сахаров, Г.В. Давыдова // Известия вузов. Строительство. – 2009. - №2. –

С. 101-107.

17. Беспрозванная, И.М. О применении демпфирующих устройств для гашения автоколебаний высоких сооружений башенного типа / И.М. Беспрозванная, В.С. Гоздек, А.Н. Луговцов, Г.М. Фомин // Строительная механика и расчет сооружений. - 1972. - № 6.- С. 40-43.

18. Богданова, Г.А. Расчетно-теоретические исследования сейсмостойкости девятиэтажных зданий с динамическими гасителями колебаний / Г.А. Богданова // Известия Петербургского университета путей сообщения. - 2006. - № 2. - С. 20-28.

19. Богданова, Е.Н. Железобетонные конструкции высотного здания, оборудованного водными гасителями колебаний (Канада) / Е.Н. Богданова // Строительство и архитектура: экспресс-информация. - М.: ВНИИНТИИ, 2001. - Вып. №5. - С. 31-35.

20. Богданова, Е.Н. Конструктивные антисейсмические мероприятия в строительстве каркасных зданий (США) / Е.Н. Богданова // Зарубежный и отечественный опыт в строительстве: экспресс-информация. — М.: ВНИИНТИИ, 2003. - Вып. №3. - С. 28-31.

21. Богданова, Е.Н. Конструктивные методы гашения динамических колебаний в высотных зданиях (США, Канада) / Е.Н. Богданова // Зарубежный и отечественный опыт в строительстве: экспресс-информация. - М.: ВНИИНТИИ, 2002. - Вып. №2. - С. 41-47.

22. Богданова, Е.Н. Новые методы антисейсмической защиты конструкций зданий и сооружений (Новая Зеландия) / Е.Н. Богданова // Зарубежный и отечественный опыт в строительстве: экспресс-информация. - М.: ВНИИНТПИ, 2003. - Вып. №3. - С. 31-34

23. Богданова, Е.Н. Сейсмостойкие стальные конструкции высотного здания международного финансового центра (Тайвань) / Е.Н. Богданова // Зарубежный и отечественный опыт в строительстве: экспресс-информация. - М.: ВНИИНТНИ, 2003. - Вып. №4. - С. 29-31.

24. Борисов, Д.С. Дифференциальное уравнение колебаний стержня с внутренним линейным трением, декремент которого не зависит от частоты / Д.С. Борисов // Машиностроение. – 1974. - №2. – С. 36-39.
25. Бочкарев, С.К. Моделирование характеристик гасителей колебаний давления с учетом распределенности их параметров / С.К. Бочкарев, Г.М. Макарянц, А.Б. Прокофьев, Е.В. Шахматов // Вестник Самарского гос. аэрокосмического ун-та им. Акад. С.П. Королёва. 2007. - № 1. - С. 148-155.
26. Бурьян, Ю.А. Активная система демпфирования угловых колебаний твердого тела / Ю.А. Бурьян, В.Н. Сорокин // Известия вузов. Приборостроение. - 2004. - Т.47. - №2. - С. 16-21.
27. Василевский, В.В. Оптимизация параметров динамического гасителя изгибных колебаний кузова вагона / В.В. Василевский, И.С. Доронин, А.Н. Щербаков // Вестник ВНИИЖТ. - 1984. - № 2. - С. 36-38.
28. Вернигор, В.Н. Модальный анализ механических колебаний упругих систем / В.Н. Вернигор, А.Л. Михайлов. – Рыбинск: Рыбинский дом печати, 2001. – 288 с.
29. Верхолин, В.А. Асимптотический анализ уравнений колебаний сейсмоизолированной системы с демпфером сухого трения и его приложения / В.А. Верхолин (и др.). // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - 2004. - №1. - С. 32-36.
30. Вибрации в технике: Справочник. В 6 т. / Ред. совет: В.Н. Челомей (пред.). - М.: Машиностроение, 1981. - Т. 6. Защита от вибрации и ударов / Под ред. К.В. Фролова. - 1981. - 456 с.
31. Вольников, М.И. Модели динамических гасителей колебаний на дискретных средах / М.И. Вольников, В.В. Смогунов, О.А. Вдовикина // Известия вузов. Поволжский регион. Технические науки. - 2007. - №3. - С. 94-98.
32. Воронцов, Г.В. Математическое моделирование динамики наблюдаемых высотных сооружений с управляемыми инерционными гасителями колебаний / Г.В. Воронцов // Известия высших учебных заведений. Северо-

Кавказский регион. Технические науки. Приложение. - 2006. - №12. - С. 10-18.

33. Воронцов, Г.В. К задаче математического моделирования гасителей колебаний высотных сооружений / Г.В. Воронцов, С.И. Евтушенко // Вестник Московского гос. строит. ун-та. - 2009. - № 1. - С. 127-131.

34. Воронцов, Г.В. К задаче оптимизации параметров инерционных автономных гасителей колебаний высотных сооружений / Г.В. Воронцов, С.И. Евтушенко // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. - 2009. - № 2. - С. 81-89.

35. Гоздек, В.С. Об оценке эффективности динамического гасителя при автоколебаниях башенных сооружений / В.С. Гоздек // Строительная механика и расчет сооружений. - 1974. - № 3. - С. 38-40.

36. Голубенко, А.Л. Повышение стабильности работы и эксплуатационной надежности фрикционных гасителей колебаний / А.Л. Голубенко, Л.А. Губачева // Трение и износ. - 2006. - Т. 27. № 3. - С. 343-347.

37. ГОСТ Р 52892-2007. Вибрация и удар. Вибрация зданий. Измерение вибрации и оценка ее воздействия на конструкцию. - Введ. 2008-10-01. - М.: Стандартинформ, 2008. - 16 с.

38. Гришаев, А.А. Активное гашение вертикальных колебаний мобильных машин с использованием силового и параметрического воздействий / А.А. Гришаев // Проблемы машиностроения и автоматизации. - 2005. - № 3. - С. 56-59.

39. Гуськов, А.М. Гашение колебаний упругой системы с присоединенным маятником / А.М. Гуськов, Г.Я. Пановко, Чан-Ван-Бинь // Машиностроение и инженерное образование. - 2008. - № 2. - С. 36-42.

40. Гуськов, А.М. Динамика автопараметрического гасителя колебаний (часть 1) / А.М. Гуськов, Г.Я. Пановко, Чан-Ван-Бинь // Наука и образование: электронное научно-техническое издание. - 2008. - №2. - С. 36-42.

41. Гуськов, А.М. Динамика автопараметрического гасителя колебаний (часть 2) / А.М. Гуськов, Г.Я. Пановко, Чан-Ван-Бинь // Наука и образование:

электронное научно-техническое издание. - 2008. - № 4-1.

42. Давыдова, Г.В. Влияние демпфирования на статистические характеристики сейсмоизолированных зданий / Г.В. Давыдова // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - 2008. - №1. - С. 38-41.

43. Динамический расчет сооружений на специальные воздействия: Справочник проектировщика / М.Ф. Барштейн, Н.М. Бородачев, Л.Х. Блюмина и др.; Под редакцией Б.Г. Коренева, И.М. Рабиновича. – М.: Стройиздат, 1981. – 216 с.

44. Динамический расчет специальных инженерных сооружений и конструкций: Справочник проектировщика / Ю.К. Амбриашвили, А.И. Ананьин, А.Г. Барченков, А.С. Бернштейн и др.; Под ред. Б.Г. Коренева, А.Ф. Смирнова. – М.: Стройиздат, 1986. – 461 с.

45. Дмитровская (Гиман), Л.Н. Об одной форме представления сейсмического воздействия для расчета многоопорных конструкций / Л.Н. Дмитровская (Гиман) // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - 2006. - №2. - С.22-29.

46. Докторова, А.О. Развитие методов учета взаимодействия фундамента с основанием для оценки сейсмостойкости сооружений : автореф. дис. ... канд. тех. наук / А.О. Докторова. - С.-Пб., 2002. - 26 с.

47. Дукарт, А.В. Задачи теории ударных гасителей колебаний / А.В. Дукарт. – М.: Изд-во АСВ, 2006. – 205 с.

48. Дукарт, А.В. Об эффективности некоторых типов нелинейных многомассовых динамических гасителей колебаний при прохождении через резонанс / А.В. Дукарт // Известия вузов. Строительство. - 2001. - №11. - С. 28-36.

49. Дукарт, А.В. Инженерные проблемы виброзащиты строительных конструкций с помощью модифицированных многомассовых динамических гасителей колебаний / А.В. Дукарт, А.И. Олейник // Известия вузов. Строительство. - 2004. - № 7. - С. 4-11.

50. Дукарт, А.В. Мультиконтинуальный гаситель колебаний

цилиндрической оболочки / А.В. Дукарт, А.И. Олейник // Известия вузов. Строительство. - 2007. - № 12. - С. 10-17.

51. Дукарт, А.В. О применении динамических гасителей колебаний для виброзащиты высотных зданий башенного типа при сейсмических воздействиях / А.В. Дукарт, А.И. Олейник // Известия вузов. Строительство. - 2003. - №11.- С. 4-10.

52. Дукарт, А.В. Об эффективности виброзащиты сооружений башенного типа при ветровой нагрузке с помощью многомассовых динамических гасителей колебаний / А.В. Дукарт, А.И. Олейник // Известия вузов. Строительство. - 2003. - №5. - С. 133-139.

53. Дукарт, А.В. Оптимизация параметров и эффективность пакетных гасителей колебаний с многомассовыми типовыми элементами / А.В. Дукарт, А.И. Олейник // Известия вузов. Строительство. - 2002. - №3. - С. 26-32.

54. Дукарт, А.В. Оптимизация структуры и оценка эффективности модифицированных многомассовых динамических гасителей колебаний / А.В. Дукарт, А.И. Олейник // Известия вузов. Строительство. - 2002. - №8. - С. 129-135.

55. Дукарт, А.В. Оценка долговечности конструкций и сооружений, оборудованных многомассовыми динамическими гасителями колебаний / А.В. Дукарт, А.И. Олейник // Промышленное и гражданское строительство. - 2001. - № 9. - С. 21-23.

56. Егоров, В.В. Поперечные колебания шпренгельных конструкций со специальными средствами гашения колебаний / В.В. Егоров, П.Н. Григорьев // Вестник Волгоградского гос. архит.-строит. ун-та. Сер.: Строительство и архитектура. - 2009. - № 16. - С. 53-57.

57. Егорычев, О.О. Влияние вязкоупругости материала на совместные колебания пластины и среды, лежащей на жестком основании / О.О. Егорычев // Строительные материалы, оборудование, технологии XX века. - 2004. - №10. - С. 46-47.

58. Засядко, А.А. Исследование влияния динамической характеристики привода на эффективность гашения колебаний / А.А. Засядко // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. - 2006. - № 6. - С. 93-96.
59. Ивович, В.А. Методы борьбы с вибрациями в строительстве (обзор) / В.А. Ивович, Б.Г. Коренев, М.А. Дашевский [и др.]. – М: ЦИНИС, 1978. – 56 с.
60. Израилович, М.Я. Параметрическое гашение вынужденных колебаний / М.Я. Израилович // Проблемы машиностроения и автоматизации. - 2008. - №5. - С. 108-109.
61. Ильинский, В.С. Защита аппаратов от динамических воздействий / В.С. Ильинский. – М.: Энергия, 1970. – 320 с.
62. Ильичев, В.А. Экспериментальное изучение взаимодействия вертикально колеблющегося фундамента и его основания / В.А. Ильичев, В.Г. Таранов // Основания, фундаменты и механика грунтов. - 1976. - № 2.
63. Каландарбеков, И. Исследование сейсмической реакции здания методом сосредоточенной деформации / И. Каландарбеков // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - 2009. - № 3.- С. 27-28.
64. Кобринский, А.Е. Принцип действия и краткая теория виброгасителя Д.И. Рыжкова / А.Е. Кобринский // Вестник машиностроения. - 1954. - № 9. - С. 41-44.
65. Кобринский, А.Е. Виброударные системы: Динамика и устойчивость / А.Е. Кобринский, А.А. Кобринский. – М.: Наука, 1973. – 592 с.
66. Кондра, М.П. Исследование воздействия ветра на скульптуру «Родина — мать» в Киеве / М.П. Кондра, И.Н. Лебедин, А.Н. Луговцов, Г.М. Фомин // Строительная механика и расчет сооружений. - 1984. - № 4. - С. 45-47.
67. Кондра, М.П. Опыт применения динамических гасителей колебаний для виброзащиты башен. - В кн.: Виброзащита в строительстве / М.П. Кондра, Б.В. Остроумов // Международный симпозиум. Доклады и сообщения. - Л. : Промстройпроект, 1984. - Т.2. - С. 33-34.
68. Коренев, Б.Г. К расчету динамического гасителя с нелинейным

сопротивлением / Б.Г. Коренев, А.Н. Блехерман // Исследования по динамике сооружений: Труды ЦНИИСК. - М.: Стройиздат, 1974. - Вып. 34. - С. 102-111.

69. Коренев, Б.Г. Опыт применения динамических гасителей колебаний в башенном сооружении / Б.Г. Коренев, А.Н. Блехерман, П.С. Данилов // Промышленное строительство. - 1978. - № 12. - С. 18-19.

70. Коренев, Б.Г. Виброзащита башенных сооружений с помощью динамических гасителей колебаний / Б.Г. Коренев, Д. Маковичка, М.М. Ройтштейн // Straveb. Cas., s.9, VEDA, Bratislava, 1989. - С. 641-651.

71. Коренев, Б.Г. Эффективность многомассовых динамических гасителей колебаний при гармонических внешних воздействиях / Б.Г. Коренев, А.И. Олейник // Строительная механика и расчет сооружений. - 1984. - № 5. - С. 39-43.

72. Коренев, Б.Г. Динамические гасители колебаний / Б.Г. Коренев, Л.М. Резников. – М.; Наука, 1988. – 304 с.

73. Коренев, Б.Г. Метод гашения колебаний сооружений башенного типа / Б.Г. Коренев, В.И. Сысоев // Бюллетень строительной техники. - 1953. - № 5. - С. 5-8.

74. Коренева, Е.Б. Пластинчатые динамические гасители колебаний моментного типа / Е.Б. Коренева // Строительная механика и расчет сооружений. - 2009. - № 3. - С. 28-32.

75. Коропец, П.А. Динамический гаситель автоколебаний колесной пары / П.А. Коропец // Вестник Ростовского гос. ун-та путей сообщения. - 2002. - № 1. - С. 41-44.

76. Кузина, О.А. Система гашения колебаний высотных сооружений ; дисс. ... канд. техн. наук / О.А. Кузина. - М., 2003. - 290 с.

77. Кузнецов, Н.К. Гашение упругих колебаний управляемой машины с помощью дополнительных упругих элементов / Н.К. Кузнецов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. - 2008. - № 1. - С. 34-37.

78. Кузнецов, Н.К. Гашение упругих колебаний управляемой машины с

помощью дополнительных упругих элементов / Н.К. Кузнецов, Д.Н. Насников // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. - 2006. - № 4. - С. 99-102.

79. Кузнецов, Н.К. Исследование динамического способа гашения упругих колебаний трехмассовой системы / Н.К. Кузнецов, А.Ю. Перелыгина // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. - 2008. - № 3. - С. 14-19.

80. Куприянов, А.Г. Классификация и анализ работы пневматических гасителей колебаний подвижного состава / А.Г. Куприянов // Вестник Ростовского гос. ун-та путей сообщения. - 2000. - № 1. - С. 22-24.

81. Кучма, Л.К. Исследование эффективности гашения вибраций, близких к собственной частоте колебаний инструмента, динамическим виброгасителем новой конструкции / Л.К. Кучма. – М.: Ин-т технико-экономической информации АН СССР, 1955. – 20 с.

82. Ланда, П.С. Нелинейные колебания и волны / П.С. Ланда. - 2-е изд., испр. и доп. – М.: URSS, 2010. – 395 с.

83. Луговая, И.Н. К вопросу о гашении колебаний групповых фундаментов под неуравновешенные машины / И.Н. Луговая // Исследования по расчету строительных конструкций: Тр. ЛИСИ. - Л., 1974. - № 89.

84. Лужин, О.В. Анализ моделей затухания колебаний зданий, применяемых для расчета конструкции на сейсмические воздействия / О.В. Лужин // Строительство и архитектура: экспресс-информация. Сер.: Сейсмостойкое строительство. - М. ВНИИТПИ, 1996. - Вып. 1. - С. 29-34.

85. Лукьянов, А.А. Численное моделирование динамики и устойчивости пространственных геометрически нелинейных стержневых систем на основе уточненного стержневого конечного элемента / А.А. Лукьянов, В.В. Безделев // Проблемы оптимального проектирования сооружений: докл. III Всерос. семинара (19-21 апреля): в 2 т. - Новосибирск, 2000. - т. 1 - с. 115-125.

86. Мартынов, Н.В. Аналитический обзор систем и элементов активной

сейсмозащиты на базе опор растяжения или подвесных опор / Н.В. Мартынов // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - 2009. - № 1. - С. 17-19.

87. МДС 22-1.2004. Методические рекомендации по сейсмическому микрорайонированию участков строительства транспортных сооружений. / МИИТ. – М.: ФГУП ЦПП, 2004. – 40 с.

88. Миндель, И.Г. Изменение сейсмических свойств грунтов в основании зданий и сооружений во времени, а также после их улучшения методами инженерной подготовки / И.Г. Миндель, Б.А. Трофимов // Промышленное и гражданское строительство. - 200. - № 10. - С. 35-37.

89. Мкртычев, О.В. Эффективность применения сейсмоизолирующих опор при строительстве зданий и сооружений / О.В. Мкртычев и др. // Транспортное строительство. - 2003. - № 9. - С. 15-19.

90. Мяло, Е.В. Гашение параметрических колебаний вертикального стержня подвижной массой / Е.В. Мяло // Машиностроение и инженерное образование. - 2008. - № 2. - С. 43-52.

91. Назаров, Ю.П. Применение дифференциальной модели сейсмического воздействия при расчете сооружений / Ю.П. Назаров, Е.В. Колпакова // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - 2005. - №5. - С. 63-67.

92. Немчинов, Ю.И. Опыт гашения колебаний конструкций зданий и их элементов / Ю.И. Немчинов, Н.Г. Марьенков, Е.А. Артеменко, Ю.А. Талбатов // Строительная механика и расчет сооружений. - 1984. - № 1. - С. 68-70.

93. Никитаева, Г.А. Определение демпфирующих характеристик грунтов резонансным методом / Г.А. Никитаева и др. // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - 2008. - № 1. - С. 45-47.

94. Никонычев, О.П. Синтез Н-регуляторов для активного гашения колебаний высотных сооружений / О.П. Никонычев // Вестник Нижегородского ун-та им. Н.И. Лобачевского. - 2007. - № 5. - С. 82-86.

95. Обозов, В.И. Периоды колебаний кирпичных зданий / В.И. Обозов, Г.В. Мамаева, М.А. Толстых // Сейсмостойкое строительство. Безопасность

сооружений. - 2007. - № 5. - С. 16-19.

96. Остроумов, Б.В. Влияние динамических гасителей колебаний на увеличение долговечности высотных конструкций на примере Главного монумента памятника Победы на Поклонной горе в г. Москве / Б.В. Остроумов // Промышленное и гражданское строительство. - 2003. - № 2. - С. 38-39.

97. Остроумов, Б.В. Гашение автоколебаний высотных сооружений поперек ветрового потока с помощью динамического гасителя колебаний в виде перевернутого маятника / Б.В. Остроумов // Известия вузов. Строительство. - 2003. - № 4. - С. 4-8.

98. Остроумов Б.В. Динамические гасители колебаний.: Справочник проектировщика. Металлические конструкции. – М.: АСВ, 1999. - Т. 3. - гл. 1. - разд. 7. - С. 30-108.

99. Остроумов, Б.В. Исследование, разработка и внедрение высотных сооружений с гасителями колебаний: дис. ... д-ра техн. наук / Б.В. Остроумов. – М., 2003. – 425 с.

100. Остроумов, Б.В. Мониторинг динамических параметров Главного монумента памятника Победы на Поклонной горе в г. Москве / Б.В. Остроумов // Монтажные и специальные работы в строительстве. - 2003. - № 3. - С. 17-20.

101. Остроумов, Б.В. Влияние динамических гасителей колебаний на увеличение долговечности высотных сооружений / Б.В. Остроумов // Промышленное и гражданское строительство. - 2003. - № 6. - С. 38-39.

102. Остроумов, Б.В. Оснащение высотных сооружений из металла гасителями колебаний / Б.В. Остроумов // Промышленное и гражданское строительство. - 2002. - № 6. - С. 13-15.

103. Остроумов, Б.В. Исследование, разработка и внедрение новых конструктивных форм высотных сооружений на основе экспериментально-теоретических исследований их взаимодействия с ветровым потоком: дис. ... канд. техн. наук. – М., 1985. – 292 с.

104. Остроумов, Б.В. Расчет воздушного демпфера для динамических

гасителей колебаний / Б.В. Остроумов // Известия вузов. Строительство. - 2003. - № 6. - С. 125-129.

105. Остроумов, Б.В. Расчет сооружений с динамическим гасителем колебаний / Б.В. Остроумов // Монтажные и специальные работы в строительстве. - 2003. - № 10. - С. 19-21.

106. Остроумов, Б.В. Динамический расчет специальных инженерных сооружений и конструкций: Справочник проектировщика. Разд. 16 / Б.В. Остроумов, А.С. Бернштейн, М.М. Ройтштейн. – М.: Стройиздат, 1986. – С. 404-445.

107. Остроумов, Б.В. Динамический гаситель колебаний в виде перевернутого маятника с демпфированием / Б.В. Остроумов // Известия вузов. Строительство. - 2002. - № 9. - С. 36-39.

108. Остроумов, Б.В. Методика расчета высоких гибких сооружений с низким демпфированием на пульсационную составляющую ветровой нагрузки / Б.В. Остроумов, М.А. Гусев // Промышленное и гражданское строительство. - 2008. - № 5. - С. 9-11.

109. Остроумов, Б.В. О квазистатической составляющей реакции сооружений на порывы ветра / Б.В. Остроумов, М.А. Гусев // Промышленное и гражданское строительство. - 2005. - № 2. – С. 24-25.

110. Остроумов, Б.В. Геометрические параметры демпфирующих устройств динамических гасителей колебаний / Б.В. Остроумов, М.А. Гусев, А.В. Бутаков // Промышленное и гражданское строительство. - 2008. - № 5. - С. 33-33.

111. Остроумов, Б.В. Уточнения методики динамического расчета высотных сооружений на воздействие порывов ветра / Б.В. Остроумов, Е.В. Дубовицкая, А.В. Бредов // Промышленное и гражданское строительство. - 2009. - № 5. - С. 18-20.

112. Панасенко, Ю.В. Использование интегральной модели сейсмического воздействия при расчете зданий и сооружений / Ю.В. Панасенко // Сейсмостойкое

строительство. Безопасность сооружений. - 2005. - № 5. - С. 76-81.

113. Перельмутер, А.В. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа / А.В. Перельмутер и др. // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - 2007. - № 6. - С. 39-39.

114. Петракова, О.А. Управляемая виброзащитная система с динамическим гасителем / О.А. Петракова, Е.А. Колинко, О.В. Фоминова // Известия Орловского государственного технического университета. Сер.: Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. - 2008. - № 4. - С. 23-26.

115. Плеханов А.И. Повышение ресурса гасителя крутильных колебаний комбайна «Дон-1500» / А.И. Плеханов, А.Н. Клименков, Д.В. Волков // Ремонт, восстановление, модернизация. - 2006. - № 3. - С. 20-23.

116. Провоторов, В.В. Гашение колебаний континуума с особенностью / В.В. Провоторов // Системы управления и информационные технологии. - 2008. - № 13 (31). - С. 394-397.

117. Провоторов, В.В. Задача гашения продольных колебаний стержня с особенностями / В.В. Провоторов // Системы управления и информационные технологии. - 2006. - № 1 (23). - С. 98-101.

118. Провоторов, В.В. К вопросу построения граничных управлений в задаче о гашении колебаний системы «мачта–растяжки» / В.В. Провоторов // Системы управления и информационные технологии. - 2008. - № 22 (32). - С. 293-297.

119. Проурзин, В.А. Ограниченное скалярное управление перемещением системы осцилляторов с гашением остаточных колебаний / В.А. Проурзин // Известия РАН. Теория и системы управления. - 2007. - № 4. - С. 21-31.

120. Расторгуев, Б.С. Применение динамических гасителей колебаний при взрывных воздействиях / Б.С. Расторгуев // Строительная механика и расчет сооружений. - 2009. - № 1. - С. 50-57.

121. Резников, Л.М. Оптимальные параметры динамического гасителя при

затухающих колебаниях. Колебания и динамические качества механических систем / Л.М. Резников. – Киев: Наукова думка, 1983. – С. 118-124.

122. Резников, Л.М. Оптимальные параметры динамического гасителя с частотно-независимым трением при автоколебаниях сооружений. Динамика механических систем / Л.М. Резников. – Киев: Наукова думка, 1983. – С. 80-85.

123. Резников, Л.М. Расчет многомассовых систем с непропорциональным трением. Колебания и прочность механических систем / Л.М. Резников. – Киев: Наукова думка, 1986. – С. 70-77.

124. Резников, Л.М. Статистические характеристики колебаний механических систем при широкополосных случайных воздействиях / Л.М. Резников // Известия АН СССР. Механика твердого тела. - 1984. - № 4. - С. 35-37.

125. Резников, Л.М. Выбор параметров и оценка эффективности динамического гасителя колебаний при периодически действующих случайных импульсах / Л.М. Резников, Г.М. Фишман // Машиноведение. - 1984. - № 2. - С. 22-27.

126. Резников, Л.М. Оптимальные параметры и эффективность динамического гасителя при широкополосных случайных воздействиях / Л.М. Резников, Г.М. Фишман // Машиностроение. - 1981. - № 3. - С. 36-41.

127. Рекомендации по уточненному динамическому расчету зданий и сооружений на действие пульсационной составляющей ветровой нагрузки. – М.: ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, 2000. – 45 с.

128. Родионов, Б.Н. Защита высотных зданий и сооружений от ветровых и сейсмических воздействий. Ч.2 / Б.Н. Родионов // Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века. - 2008. - № 6. - С. 46-48.

129. Романченко, М.К. Определение эффективности динамических гасителей колебаний / М.К. Романченко, Ю.П. Савинов // Речной транспорт (XXI век). - 2009. - Т. 1.- № 40-1. - С. 89-92.

130. Саламатов, Ю.П. Система законов развития техники (основы теории

развития технических систем) : Книга для изобретателя, изучающего ТРИЗ / Ю.П. Саламатов. - 2-е изд., испр. и доп. – Красноярск: ISTITUTE OF INNOVATIVE DESIGN, 1996 г. – 174 с.

131. Синёв, А.В. Робот-станок параллельной кинематики с устройствами динамического гашения колебаний / А.В. Синёв, А.Г. Чистяков, Л.Б. Былинин, Д.Л. Эткин, Т.И. Денисенко, В.В. Яковлев // Проблемы машиностроения и автоматизации. - 2009. - № 2. - С. 36-38.

132. Ситов, И.С. Возможности динамического гашения колебаний в конструктивных вариантах рабочих блоков виброзаглаживающих технологических машин / И.С. Ситов, Р.Ю. Упырь // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. - 2009. - № 1. - С. 67-69.

133. Сливинский, Е.В. Исследования силового нагружения конструкционных элементов перспективных гасителей колебаний / Е.В. Сливинский, С.Ю. Радин, Л.А. Савин // Известия Орловского гос. техн. ун-та. Сер. Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. - 2008. - № 3-6. - С. 35-45.

134. Смирнов, В.И. К вопросу о применении двухмассовых гасителей для сейсмозащиты сооружений / В.И. Смирнов // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - 2004. - №1. - С. 36-39.

135. СНиП П-7-81\*. Строительство в сейсмических районах. – М.: Минстрой России, 1995. – 103 с.

136. Соболев В.И. Вибрационная защита конструкций промышленных зданий на основе формирования колебательных узлов в изгибаемых элементах / В.И. Соболев и др. // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - 2003. - № 6. - С. 54-56.

137. СП 31-114-2004. Правила проектирования жилых и общественных зданий для строительства в сейсмических районах. - Введ. 2005-05-01. - М.: ФГУП ЦПП, 2005. – 47 с.

138. Спруогис, Б. Исследование динамики гасителя крутильных колебаний

и оценка его эффективности / Б. Спруогис, В. Турла // Инженерная физика. - 2005. - № 1. - С. 36-40.

139. Сысоев, В.И. Маятниковый гаситель колебаний сооружений башенного типа / В.И. Сысоев // Исследования по динамике сооружений. – М.: ЦНИИСК, 1957. – С. 61-82.

140. Фахиддинов, У.Ф. Развитие систем активной сейсмозащиты зданий и сооружений / У.Ф. Фахиддинов, В.А. Кондратьев, А.Т. Кулдашев // Жилищное строительство. - 2009. - № 8. - С. 36-38.

141. Фридман, А.В. Динамика многомассовой упруго-демпферной системы с разрывными связями : дис. . канд. физ.-мат.. наук / А.В. Фридман. – С.-Пб., 2009. – 128 с.

142. Халиуллин, Ф.Х. Гаситель крутильных колебаний широкого диапазона действия / Ф.Х. Халиуллин, А.Л. Абдуллин, В.М. Матросов // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. - 2009. - № 3. - С. 19-22.

143. Хачиян, Э.Е. К постановке задачи о сейсмической защите сооружения путем применения активных внешних сил / Э.Е. Хачиян и др. // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - 2004. - № 1. - С. 39-43.

144. Холмянский, М.Л. Сейсмический и динамический отклик сооружений со случайными параметрами при векторных случайных воздействиях / М.Л. Холмянский // Тез. докл. VII Российской национальной конф. по сейсмостойкому строительству и сейсмическому районированию с международным участием (27 авг. – 3 сент. 2007 г.). - 2007. - С. 54-55.

145. Хусидов, В.Д. Силовые характеристики фрикционных клиновых гасителей колебаний в математических моделях исследований грузовых вагонов / В.Д. Хусидов, П.С. Анисимов // Вестник Всероссийского науч.-исслед. ин-та железнодорожного транспорта. - 2005. - № 4. - С. 6-6.

146. Цейтлин, А.И. К теории внутреннего трения при колебаниях упругих систем / А.И. Цейтлин // Строительная механика и расчет сооружений. - 1975. -

№ 2. - С. 51.

147. Цейтлин, А.И. Линейная модель идеального частотно-независимого внутреннего трения / А.И. Цейтлин // Строительная механика и расчет сооружений. - 1977. - № 2. - С. 28.

148. Черепинский, Ю.Д. Проблемы сейсмостойкости зданий с использованием сейсмоизолирующих конструктивных решений / Ю.Д. Черепинский, М.Н. Гусев // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - 2006. - № 5. - С. 53-55.

149. Черников, С.А. Демпфирование резонансных колебаний гироскопических систем динамическим гасителем переменной структуры / С.А. Черников, Самар-Салек // Вестник Московского гос. техн. ун-та им. Н.Э. Баумана. Сер.: Приборостроение. - 2006. - № 4. - С. 111-125.

150. Чхиквадзе, К.Т. Методика нелинейного расчета строительных конструкций на динамические и сейсмические воздействия с учетом неинерционных сил / К.Т. Чхиквадзе // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. - 2003. - № 6. - С. 20-22.

151. Шевцов, С.Н. Система адаптивного гашения колебаний уменьшенной модели лопасти вертолета / С.Н. Шевцов, М.Б. Флек, С.А. Брагин, В.А. Акопьян // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. - 2009. - Т. 11. - № 3-2. - С. 554-563.

152. Шеин, А.И. Оптимизация и численные эксперименты по исследованию эффективности работы многомассовых гасителей колебаний / А.И. Шеин, О.Г. Елистратова // Эффективные строительные конструкции: теория и практика: сборник статей VII Междунар. науч.-техн. конф. – Пенза, ПГУАС, 2008. - С. 238-243.

153. Шеин, А.И. Исследование колебательных движений стальных башен в переменном ветровом потоке и влияние ДГК на эти движения в резонансных режимах / А.И. Шеин, О.Г. Земцова // Новые энерго- и ресурсосберегающие наукоемкие технологии в производстве строительных материалов: сб. ст.

Международ. науч.-техн. конф. Пенза, ПГУАС, 2009. – С. 135-139.

154. Шейн, А.И. Оптимизация многомассовых гасителей колебаний при гармоническом воздействии / А.И. Шейн, О.Г. Земцова // Известия вузов. Поволжский регион. Технические науки. - 2010. - № 1(13). - С. 113-122.

155. Шейн, А.И. Создание математической модели для исследования колебательных движений стальных башен в переменном ветровом потоке / А.И. Шейн, О.Г. Земцова // Новые энерго- и ресурсосберегающие наукоемкие технологии в производстве строительных материалов: сб. ст. Международ. науч.-техн. конф. - Пенза, ПГУАС, 2009. - С. 132-135.

156. Шейн, А.И. Схемы и теория гасителей пространственных колебаний сооружений / А.И. Шейн, О.Г. Земцова // Региональная архитектура и строительство. - 2010. - № 1 (8). - С. 45-52.

157. Шейн, А.И. Ленточная система гашения колебаний локатора при сейсмических воздействиях / А.И. Шейн, А.В. Чуманов // Строительная механика и расчет сооружений. - 2020. - № 3 (290). - С. 62-67.

158. Шейн, А.И. Колебания стержневых систем с учетом физической и геометрической нелинейности / А.И. Шейн, А.В. Чуманов // Строительная механика и расчет сооружений. - 2020. - № 4 (291). - С. 54-60.

159. Шейн, А.И. Ленточная система гашения колебаний для закрытых куполов / А.И. Шейн, А.В. Чуманов, В.А. Монахов // Региональная архитектура и строительство. - 2021. - № 1 (46). - С. 122-129.

160. Шейн, А.И. Определения рационального направления лент (тросов) крепления ленточно-тросового гасителя колебаний сооружений / А.И. Шейн, А.В. Чуманов // Региональная архитектура и строительство. - 2022. - № 1 (50). - С. 44-50.

161. Шейн, А.И. Конструктивные способы гашения колебаний зданий и сооружений / А.И. Шейн, А.В. Чуманов // Моделирование и механика конструкций. - 2017. - № 6. - С. 7.

162. Шейн, А.И. Численные эксперименты по гашению колебаний

вертикального стержня реактивными гасителями / А.И. Шеин, А.В. Чуманов // Моделирование и механика конструкций. - 2018. - № 8. - С. 2.

163. Шеин, А.И. Численные эксперименты по гашению колебаний рамных каркасов с помощью пластических накладок, установленных на элементы каркаса / А.И. Шеин, А.В. Чуманов // Моделирование и механика конструкций. - 2018. - № 7. - С. 2.

164. Шеин, А.И. Особенности колебательных движений циклически-симметричных рамных систем / А.И. Шеин, А.В. Чуманов // Моделирование и механика конструкций. - 2019. - № 9. - С. 3.

165. Шеин, А.И. Инерционно преднатяжительная полиэстерно-ленточная система гашения колебаний циклически симметричных конструкций купольного типа / А.И. Шеин, А.В. Чуманов // Моделирование и механика конструкций. - 2019. - № 10. - С. 1-12.

166. Шеин, А.И. Колебания стержневых систем с учетом физической и геометрической нелинейности / А.И. Шеин, А.В. Чуманов // Моделирование и механика конструкций. - 2020. - № 11. - С. 1-14.

167. Шеин, А.И. Колебания закрытых куполов с ленточной системой гашения колебаний / А.И. Шеин, А.В. Чуманов // Моделирование и механика конструкций. - 2020. - № 12. - С. 1-10.

168. Шеин, А.И. Новые гасители колебаний зданий и сооружений / А.И. Шеин, А.В. Чуманов, А.И. Мальков // Моделирование и механика конструкций. - 2021. - № 13. - С. 10-25.

169. Шурыгин, А.М. Разработка средств гашения колебаний машин и механизмов / А.М. Шурыгин, Н.И. Крылов, М.Н. Шурыгин // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. - 2009. - № 7. - С. 15-17.

170. Эрделевский, А.Н. Об опыте применения динамических гасителей колебаний для корпуса среднего дробления обогатительной фабрики. Материалы координационного совещания по динамике строительных конструкций и методам борьбы с вибрациями / А.Н. Эрделевский. – М.: Стройиздат, 1975. - С. 82-85.

171. Эрлих, Л.Б. Виброгаситель ударного действия и его применения в станках / Л.Б. Эрлих // Станки и инструмент. - 1952. - № 7. - С.17-19.
172. Эрлих, Л.Б. Демпфер ударного действия / Л.Б. Эрлих, И.Н. Слезингер // Вестник машиностроения. - 1954. - № 7. - С. 5-9.
173. Lieber, P. An acceleration damper: Development, design and some applications / P. Lieber, D.P. Jensen // Journal of Vibration and Acoustics. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers. - 1945. - V.67. - p. 523-530.
174. Paget, A.Z. Vibration of steamturbine buckets and damping by impact / A.Z. Paget // Engineering. - 1937. - V. 143. - № 3714. - p. 305.
175. Shein, A.I. Belt vibration damping system for closed-type domes / A.I. Shein, A.V. Chumanov // Lecture Notes in Civil Engineering. - 2021. - T. 160. - p. 245-252.
176. Shein, A. Modified method of variable elasticity parameters for solving problems of dynamics of rod systems taking into account physical and geometric nonlinearities / A. Shein, A. Chumanov // В сборнике: IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 5. Сер. "5th World Multidisciplinary Civil Engineering-Architecture-Urban Planning Symposium, WMCAUS 2020". - Vol. 4. 2020. - С. 042066.
177. Shein, A. New vibration dampers for buildings and structures / A. Shein, A. Chumanov, A. Malkov, N. Laskov // В сборнике AIP Conference Proceedings. Vol. 2503. 2022. p. 050065.

**Приложение А**

**Программный комплекс расчета  
колебательного движения куполов**

xx1:= for r ∈ 1..2500

t ← r·Δt

for i ∈ 1..6·n·(z-1) + 6

$$Pp_i \leftarrow -(M_{i,i}) \cdot rx_r \text{ if } \text{mod}(i,6) = 1$$

$$Pp_i \leftarrow (M_{i,i}) \cdot (-9.8l) - (M_{i,i}) \cdot ry_r \text{ if } \text{mod}(i,6) = 2$$

$$Pp_i \leftarrow -(M_{i,i}) \cdot rz_r \text{ if } \text{mod}(i,6) = 3$$

$$Pp_i \leftarrow 0 \text{ otherwise}$$

KK ← Kkk

for v ∈ 1..10

$$c \leftarrow \left( M \cdot \frac{1}{\Delta t} + CC \cdot \frac{1}{2} \right)^{-1} \cdot \left[ [Pp - (KK - KKG + Kkkk) \cdot a] \cdot \Delta t + M \cdot \frac{2 \cdot a - b}{\Delta t} + CC \cdot \frac{b}{2} \right]$$

for i ∈ 1..6·n·(z-1) + 6

$$cc_{i+6 \cdot n} \leftarrow c_i$$

for k ∈ 1..(z-1)·n

$$\epsilon_k \leftarrow 0$$

for j ∈ 1..6

for m ∈ 1..6·n·z + 6

$$(\epsilon_k)_j \leftarrow cc_m \text{ if } m = (k-1) \cdot 6 + \text{mod}(j,7)$$

for j ∈ 7..12

for m ∈ 1..6·n·z + 6

$$(\epsilon_k)_j \leftarrow cc_m \text{ if } m = 6 \cdot n - 6 + (k-1) \cdot 6 + \text{mod}(j,13)$$

$$\epsilon\epsilon \leftarrow T_k \cdot \epsilon_k$$

$$u \leftarrow \frac{(\epsilon\epsilon)_7 - (\epsilon\epsilon)_1}{L_k}$$

$$v \leftarrow 2 \cdot \left[ \frac{-3 \cdot (\epsilon\epsilon)_2 - 2 \cdot (\epsilon\epsilon)_6 \cdot L_k + 3 \cdot (\epsilon\epsilon)_8 - (\epsilon\epsilon)_{12} \cdot L_k}{(L_k)^2} + 3 \cdot \frac{2 \cdot (\epsilon\epsilon)_2 + (\epsilon\epsilon)_6 \cdot L_k - 2 \cdot (\epsilon\epsilon)_8 + (\epsilon\epsilon)_{12} \cdot L_k}{(L_k)^2} \right]$$

$$v0 \leftarrow 2 \cdot \left[ \frac{-3 \cdot (\epsilon\epsilon)_2 - 2 \cdot (\epsilon\epsilon)_6 \cdot L_k + 3 \cdot (\epsilon\epsilon)_8 - (\epsilon\epsilon)_{12} \cdot L_k}{(L_k)^2} \right]$$

$$w \leftarrow 2 \cdot \left[ \frac{-3 \cdot (\epsilon\epsilon)_3 - 2 \cdot (\epsilon\epsilon)_5 \cdot L_k + 3 \cdot (\epsilon\epsilon)_9 - (\epsilon\epsilon)_{11} \cdot L_k}{(L_k)^2} + 3 \cdot \frac{2 \cdot (\epsilon\epsilon)_3 + L_k \cdot (\epsilon\epsilon)_5 - 2 \cdot (\epsilon\epsilon)_9 + L_k \cdot (\epsilon\epsilon)_{11}}{(L_k)^2} \right]$$

$$w0 \leftarrow 2 \cdot \left[ \frac{-3 \cdot (\epsilon\epsilon)_3 - 2 \cdot (\epsilon\epsilon)_5 \cdot L_k + 3 \cdot (\epsilon\epsilon)_9 - (\epsilon\epsilon)_{11} \cdot L_k}{(L_k)^2} \right]$$

$$vv \leftarrow (\epsilon\epsilon)_5 + 2 \cdot \frac{-3 \cdot (\epsilon\epsilon)_2 - 2 \cdot (\epsilon\epsilon)_6 \cdot L_k + 3 \cdot (\epsilon\epsilon)_8 - (\epsilon\epsilon)_{12} \cdot L_k}{(L_k)} + 3 \cdot \frac{2 \cdot (\epsilon\epsilon)_2 + (\epsilon\epsilon)_6 \cdot L_k - 2 \cdot (\epsilon\epsilon)_8 + (\epsilon\epsilon)_{12} \cdot L_k}{(L_k)}$$

$$vv0 \leftarrow (\epsilon\epsilon)_5$$

$$ww \leftarrow (\epsilon\epsilon)_6 + 2 \cdot \frac{-3 \cdot (\epsilon\epsilon)_3 - 2 \cdot (\epsilon\epsilon)_5 \cdot L_k + 3 \cdot (\epsilon\epsilon)_9 - (\epsilon\epsilon)_{11} \cdot L_k}{(L_k)^2} + 3 \cdot \frac{2 \cdot (\epsilon\epsilon)_3 + L_k \cdot (\epsilon\epsilon)_5 - 2 \cdot (\epsilon\epsilon)_9 + L_k \cdot (\epsilon\epsilon)_{11}}{(L_k)^2}$$

$$ww0 \leftarrow (\epsilon\epsilon)_6$$

$$(\epsilon x)_1 \leftarrow u - \frac{h}{2} \cdot v + \frac{B}{2} \cdot w + 0.5 \cdot vv^2 + 0.5 \cdot ww^2$$

$$(\epsilon x)_2 \leftarrow u + \frac{h}{2} \cdot v + \frac{B}{2} \cdot w + 0.5 \cdot vv^2 + 0.5 \cdot ww^2$$

$$(\epsilon x)_3 \leftarrow u + \frac{h}{2} \cdot v - \frac{B}{2} \cdot w + 0.5 \cdot vv^2 + 0.5 \cdot ww^2$$

$$\begin{aligned}
(\varepsilon x)_4 &\leftarrow u - \frac{h}{2} \cdot v - \frac{B}{2} \cdot w + 0.5 \cdot vv^2 + 0.5 \cdot ww^2 \\
(\varepsilon x)_5 &\leftarrow u - \frac{h}{2} \cdot v_0 + \frac{B}{2} \cdot w_0 + 0.5 \cdot vv_0^2 + 0.5 \cdot ww_0^2 \\
(\varepsilon x)_6 &\leftarrow u + \frac{h}{2} \cdot v_0 + \frac{B}{2} \cdot w_0 + 0.5 \cdot vv_0^2 + 0.5 \cdot ww_0^2 \\
(\varepsilon x)_7 &\leftarrow u + \frac{h}{2} \cdot v_0 - \frac{B}{2} \cdot w_0 + 0.5 \cdot vv_0^2 + 0.5 \cdot ww_0^2 \\
(\varepsilon x)_8 &\leftarrow u - \frac{h}{2} \cdot v_0 - \frac{B}{2} \cdot w_0 + 0.5 \cdot vv_0^2 + 0.5 \cdot ww_0^2 \\
\text{for } f \in 2..8 \\
&\left| \begin{array}{l} \varepsilon x_{\max} \leftarrow \varepsilon x_1 \text{ if } |(\varepsilon x)_f| > |(\varepsilon x)_{f-1}| \\ \varepsilon x_{\max} \leftarrow \varepsilon x_1 \text{ otherwise} \end{array} \right. \\
\varepsilon i &\leftarrow \frac{\varepsilon x_{\max}}{\Delta t} \text{ if } r = 1 \\
&\left| \begin{array}{l} \varepsilon x_{\max} - \frac{\text{xxxx}_{k,r-1}}{\text{xxx}_{k,r-1}} \\ \varepsilon i \leftarrow \frac{\text{xxx}_{k,r-1}}{\Delta t} \text{ otherwise} \end{array} \right. \\
\sigma_y &\leftarrow \sigma_{\text{min}} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{|\varepsilon i|}{80} \right)^4 \right] \\
E_3 &\leftarrow \frac{4 \cdot E^3}{27 \cdot \sigma_y^2} \\
\text{if } 3 \cdot E_3 \cdot (\varepsilon x_{\max})^2 &\geq EE \\
&\left| \begin{array}{l} \sigma_k \leftarrow \sigma_y \text{ if } \varepsilon x_{\max} \geq 0 \\ \sigma_k \leftarrow -\sigma_y \text{ otherwise} \\ Ee_k \leftarrow \frac{\sigma_k}{\varepsilon x_{\max}} \end{array} \right. \\
\text{otherwise} \\
&\left| \begin{array}{l} Ee_k \leftarrow EE - E_3 \cdot (\varepsilon x_{\max})^2 \\ \sigma_k \leftarrow Ee_k \cdot \varepsilon x_{\max} \\ Kk\Gamma_k \leftarrow -F \cdot u \cdot Ee_k \cdot K\Gamma_k \end{array} \right. \\
\text{for } k \in (z-1) \cdot n + 1..zn \\
\varepsilon_k &\leftarrow 0 \\
\text{for } j \in 1..6 \\
\text{for } m \in 1..6 \cdot n \cdot z + 6 \\
(\varepsilon_k)_j &\leftarrow cc_m \text{ if } m = (k-1) \cdot 6 + \text{mod}(j, 7) \\
\text{for } j \in 7..12 \\
\text{for } m \in 1..6 \cdot n \cdot z + 6 \\
(\varepsilon_k)_j &\leftarrow cc_m \text{ if } m = 6 \cdot n \cdot z + \text{mod}(j, 13) - 6 \\
\varepsilon\varepsilon &\leftarrow T_k \cdot \varepsilon_k \\
u &\leftarrow \frac{(\varepsilon\varepsilon)_7 - (\varepsilon\varepsilon)_1}{L_k} \\
v &\leftarrow 2 \cdot \left[ \frac{-3 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_2 - 2 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_6 \cdot L_k + 3 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_8 - (\varepsilon\varepsilon)_{12} \cdot L_k}{(L_k)^2} + \frac{3 \cdot [2 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_2 + L_k \cdot (\varepsilon\varepsilon)_6 - 2 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_8 + L_k \cdot (\varepsilon\varepsilon)_{12}]}{(L_k)^2} \right]
\end{aligned}$$

$$v0 \leftarrow 2 \cdot \left[ \frac{-3 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_2 - 2 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_6 \cdot L_k + 3 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_8 - (\varepsilon\varepsilon)_{12} \cdot L_k}{(L_k)^2} \right]$$

$$w \leftarrow 2 \cdot \left[ \frac{-3 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_3 - 2 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_5 \cdot L_k + 3 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_9 - (\varepsilon\varepsilon)_{11} \cdot L_k}{(L_k)^2} + 3 \cdot \frac{2 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_3 + L_k \cdot (\varepsilon\varepsilon)_5 - 2 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_9 + L_k \cdot (\varepsilon\varepsilon)_{11}}{(L_k)^2} \right]$$

$$w0 \leftarrow 2 \cdot \left[ \frac{-3 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_3 - 2 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_5 \cdot L_k + 3 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_9 - (\varepsilon\varepsilon)_{11} \cdot L_k}{(L_k)^2} \right]$$

$$vv \leftarrow (\varepsilon\varepsilon)_5 + 2 \cdot \frac{-3 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_2 - 2 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_6 \cdot L_k + 3 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_8 - (\varepsilon\varepsilon)_{12} \cdot L_k}{(L_k)} + 3 \cdot \frac{2 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_2 + (\varepsilon\varepsilon)_6 \cdot L_k - 2 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_8 + (\varepsilon\varepsilon)_{12} \cdot L_k}{(L_k)}$$

$$vv0 \leftarrow (\varepsilon\varepsilon)_5$$

$$ww \leftarrow (\varepsilon\varepsilon)_6 + 2 \cdot \frac{-3 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_3 - 2 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_5 \cdot L_k + 3 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_9 - (\varepsilon\varepsilon)_{11} \cdot L_k}{(L_k)^2} + 3 \cdot \frac{2 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_3 + L_k \cdot (\varepsilon\varepsilon)_5 - 2 \cdot (\varepsilon\varepsilon)_9 + L_k \cdot (\varepsilon\varepsilon)_{11}}{(L_k)^2}$$

$$ww0 \leftarrow (\varepsilon\varepsilon)_6$$

$$(\varepsilon x)_1 \leftarrow u - \frac{h}{2} \cdot v + \frac{B}{2} \cdot w + 0.5 \cdot vv^2 + 0.5 \cdot ww^2$$

$$(\varepsilon x)_2 \leftarrow u + \frac{h}{2} \cdot v + \frac{B}{2} \cdot w + 0.5 \cdot vv^2 + 0.5 \cdot ww^2$$

$$(\varepsilon x)_3 \leftarrow u + \frac{h}{2} \cdot v - \frac{B}{2} \cdot w + 0.5 \cdot vv^2 + 0.5 \cdot ww^2$$

$$(\varepsilon x)_4 \leftarrow u - \frac{h}{2} \cdot v - \frac{B}{2} \cdot w + 0.5 \cdot vv^2 + 0.5 \cdot ww^2$$

$$(\varepsilon x)_5 \leftarrow u - \frac{h}{2} \cdot v0 + \frac{B}{2} \cdot w0 + 0.5 \cdot vv0^2 + 0.5 \cdot ww0^2$$

$$(\varepsilon x)_6 \leftarrow u + \frac{h}{2} \cdot v0 + \frac{B}{2} \cdot w0 + 0.5 \cdot vv0^2 + 0.5 \cdot ww0^2$$

$$(\varepsilon x)_7 \leftarrow u + \frac{h}{2} \cdot v0 - \frac{B}{2} \cdot w0 + 0.5 \cdot vv0^2 + 0.5 \cdot ww0^2$$

$$(\varepsilon x)_8 \leftarrow u - \frac{h}{2} \cdot v0 - \frac{B}{2} \cdot w0 + 0.5 \cdot vv0^2 + 0.5 \cdot ww0^2$$

for  $f \in 2..8$

$$\left| \begin{array}{l} \varepsilon x_{\max} \leftarrow \varepsilon x_1 \text{ if } |(\varepsilon x)_f| > |(\varepsilon x)_{f-1}| \\ \varepsilon x_{\max} \leftarrow \varepsilon x_1 \text{ otherwise} \end{array} \right.$$

$$\varepsilon i \leftarrow \frac{\varepsilon x_{\max}}{\Delta t} \text{ if } r = 1$$

$$\varepsilon i \leftarrow \frac{\varepsilon x_{\max} - \frac{\varepsilon x_{\max}}{k, r-1}}{\Delta t} \text{ otherwise}$$

$$\sigma y \leftarrow \sigma_{\text{III}} \left[ 1 + \left( \frac{|\varepsilon i|}{80} \right)^4 \right]$$

$$E3 \leftarrow \frac{4 \cdot E^3}{27 \cdot \sigma y^2}$$

if  $3 \cdot E3 \cdot (\varepsilon x_{\max})^2 \geq EE$

$$\left| \begin{array}{l} \sigma_k \leftarrow \sigma_{\text{III}} \text{ if } \varepsilon x_{\max} \geq 0 \\ \sigma_k \leftarrow -\sigma_{\text{III}} \text{ otherwise} \end{array} \right.$$

$$Ee_k \leftarrow \frac{\sigma_k}{\varepsilon x_{\max}}$$

```

otherwise
  Ee_k ← EE - E3·(εxма)²
  σ_k ← Ee_k·εxма
  KkΓ_k ← -F·u·Ee_k·KΓ_k
for k ∈ z·n + 1..2·n·z - n
  ε_k ← 0
  for j ∈ 1..6
    for m ∈ 1..6·n·z + 6
      (ε_k)_j ← cc_m if m = 6·n + (mod(k, z·n) - 1)·6 + mod(j, 7)
  for j ∈ 7..12
    for m ∈ 1..6·n·z + 6
      if mod(k, n) = 0
        xX ← k - z·n
        (ε_k)_j ← cc_m if m = (6·floor(xX/n))·n + mod(j, 13) - 6
      (ε_k)_j ← cc_m if m = 6·n + (mod(k, z·n) - 1)·6 + mod(j, 13) otherwise
  EE ← T_k·ε_k
  (EE)_7 - (EE)_1
  u ← (L_k)
  v ← 2·[ (-3·(EE)_2 - 2·(EE)_6·L_k + 3·(EE)_8 - (EE)_12·L_k) / (L_k)² + 3·[2·(EE)_2 + L_k·(EE)_6 - 2·(EE)_8 + L_k·(EE)_12] / (L_k)² ]
  v0 ← 2·[ (-3·(EE)_2 - 2·(EE)_6·L_k + 3·(EE)_8 - (EE)_12·L_k) / (L_k)² ]
  w ← 2·[ (-3·(EE)_3 - 2·(EE)_5·L_k + 3·(EE)_9 - (EE)_11·L_k) / (L_k)² + 3·[2·(EE)_3 + L_k·(EE)_5 - 2·(EE)_9 + L_k·(EE)_11] / (L_k)² ]
  w0 ← 2·[ (-3·(EE)_3 - 2·(EE)_5·L_k + 3·(EE)_9 - (EE)_11·L_k) / (L_k)² ]
  vv ← (EE)_5 + 2·[ (-3·(EE)_2 - 2·(EE)_6·L_k + 3·(EE)_8 - (EE)_12·L_k) / (L_k) + 3·[2·(EE)_2 + (EE)_6·L_k - 2·(EE)_8 + (EE)_12·L_k] / (L_k) ]
  vv0 ← (EE)_5
  ww ← (EE)_6 + 2·[ (-3·(EE)_3 - 2·(EE)_5·L_k + 3·(EE)_9 - (EE)_11·L_k) / (L_k)² + 3·[2·(EE)_3 + L_k·(EE)_5 - 2·(EE)_9 + L_k·(EE)_11] / (L_k)² ]
  ww0 ← (EE)_6
  (εx)_1 ← u - h/2·v + B/2·w + 0.5·vv² + 0.5·ww²
  (εx)_2 ← u + h/2·v + B/2·w + 0.5·vv² + 0.5·ww²
  (εx)_3 ← u + h/2·v - B/2·w + 0.5·vv² + 0.5·ww²
  (εx)_4 ← u - h/2·v - B/2·w + 0.5·vv² + 0.5·ww²
  (εx)_5 ← u - h/2·v0 + B/2·w0 + 0.5·vv0² + 0.5·ww0²
  (εx)_6 ← u + h/2·v0 + B/2·w0 + 0.5·vv0² + 0.5·ww0²

```

$$(\varepsilon x)_7 \leftarrow u + \frac{h}{2} \cdot v_0 - \frac{B}{2} \cdot w_0 + 0.5 \cdot v v_0^2 + 0.5 \cdot w w_0^2$$

$$(\varepsilon x)_8 \leftarrow u - \frac{h}{2} \cdot v_0 - \frac{B}{2} \cdot w_0 + 0.5 \cdot v v_0^2 + 0.5 \cdot w w_0^2$$

for f ∈ 2..8

$$\begin{cases} \varepsilon x_{\max} \leftarrow \varepsilon x_1 & \text{if } |(\varepsilon x)_f| > |(\varepsilon x)_{f-1}| \\ \varepsilon x_{\max} \leftarrow \varepsilon x_1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\varepsilon i \leftarrow \frac{\varepsilon x_{\max}}{\Delta t} \quad \text{if } r = 1$$

$$\varepsilon i \leftarrow \frac{\varepsilon x_{\max} - \frac{xxx_{k,r-1}}{xxx_{k,r-1}}}{\Delta t} \quad \text{otherwise}$$

$$\sigma_y \leftarrow \sigma_{\text{min}} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{|\varepsilon i|}{80} \right)^{\frac{1}{4}} \right]$$

$$E3 \leftarrow \frac{4 \cdot E^3}{27 \cdot \sigma_y^2}$$

if 3·E3·(εxmax)<sup>2</sup> ≥ EE

$$\begin{cases} \sigma_k \leftarrow \sigma_{\text{min}} & \text{if } \varepsilon x_{\max} \geq 0 \\ \sigma_k \leftarrow -\sigma_{\text{min}} & \text{otherwise} \\ Ee_k \leftarrow \frac{\sigma_k}{\varepsilon x_{\max}} \end{cases}$$

otherwise

$$\begin{cases} Ee_k \leftarrow EE - E3 \cdot (\varepsilon x_{\max})^2 \\ \sigma_k \leftarrow Ee_k \cdot \varepsilon x_{\max} \end{cases}$$

$$Kk\Gamma_k \leftarrow -F \cdot u \cdot Ee_k \cdot K\Gamma_k$$

for k ∈ 1..2·n·z - n

$$Kkk_k \leftarrow \begin{bmatrix} \frac{Ee_k \cdot F}{L_k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-Ee_k \cdot F}{L_k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 \cdot Ee_k \cdot Iz}{(L_k)^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6 \cdot Ee_k \cdot Iz}{(L_k)^2} & 0 & \frac{-12 \cdot Ee_k \cdot Iz}{(L_k)^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6 \cdot Ee_k \cdot Iz}{(L_k)^2} \\ 0 & 0 & \frac{12 \cdot Ee_k \cdot Iy}{(L_k)^3} & 0 & \frac{-6 \cdot Ee_k \cdot Iy}{(L_k)^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{-12 \cdot Ee_k \cdot Iy}{(L_k)^3} & 0 & \frac{-6 \cdot Ee_k \cdot Iy}{(L_k)^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{G \cdot Ik}{L_k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-G \cdot Ik}{L_k} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-6 \cdot Ee_k \cdot Iy}{(L_k)^2} & 0 & \frac{4 \cdot Ee_k \cdot Iy}{L_k} & 0 & 0 & 0 & \frac{6 \cdot Ee_k \cdot Iy}{(L_k)^2} & 0 & \frac{2 \cdot Ee_k \cdot Iy}{L_k} & 0 \\ 0 & \frac{6 \cdot Ee_k \cdot Iz}{(L_k)^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4 \cdot Ee_k \cdot Iz}{L_k} & 0 & \frac{-6 \cdot Ee_k \cdot Iz}{(L_k)^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2 \cdot Ee_k \cdot Iz}{L_k} \\ \frac{-Ee_k \cdot F}{L_k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{Ee_k \cdot F}{L_k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12 \cdot Ee_k \cdot Iz}{(L_k)^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6 \cdot Ee_k \cdot Iz}{(L_k)^2} & 0 & \frac{12 \cdot Ee_k \cdot Iz}{(L_k)^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6 \cdot Ee_k \cdot Iz}{(L_k)^2} \end{bmatrix}$$

			$\frac{-12 \cdot Ee_k \cdot Iy}{(L_k)^3}$		$\frac{6 \cdot Ee_k \cdot Iy}{(L_k)^2}$				$\frac{12 \cdot Ee_k \cdot Iy}{(L_k)^3}$		$\frac{6 \cdot Ee_k \cdot Iy}{(L_k)^2}$	
			0		0				0		0	
			0		$\frac{-G \cdot I_k}{L_k}$				0		$\frac{G \cdot I_k}{L_k}$	
			$\frac{-6 \cdot Ee_k \cdot Iy}{(L_k)^2}$		$\frac{2 \cdot Ee_k \cdot Iy}{L_k}$				$\frac{6 \cdot Ee_k \cdot Iy}{(L_k)^2}$		$\frac{4 \cdot Ee_k \cdot Iy}{L_k}$	
			0		0				0		0	
			$\frac{6 \cdot Ee_k \cdot Iz}{(L_k)^2}$		0			$\frac{2 \cdot Ee_k \cdot Iz}{L_k}$	0		$\frac{-6 \cdot Ee_k \cdot Iz}{(L_k)^2}$	
			0		0			0	0		0	
												$\frac{4 \cdot Ee_k \cdot Iz}{L_k}$

$KK \leftarrow \sum_{k=1}^{2 \cdot n \cdot z - n} \left( O_k^T \cdot T_k^T \cdot Kkk_k \cdot T_k \cdot O_k \right)$   
 $KK \leftarrow \text{submatrix}(KK, 6 \cdot n + 1, 6 \cdot n \cdot z + 6, 6 \cdot n + 1, 6 \cdot n \cdot z + 6)$   
 $KKg \leftarrow \sum_{k=1}^{2 \cdot n \cdot z - n} \left( O_k^T \cdot T_k^T \cdot Kk\Gamma_k \cdot T_k \cdot O_k \right)$   
 $KK\Gamma \leftarrow \text{submatrix}(KKg, 6 \cdot n + 1, 6 \cdot n \cdot z + 6, 6 \cdot n + 1, 6 \cdot n \cdot z + 6)$   
 $q \leftarrow 0$   
for  $k \in 1..2 \cdot n \cdot z - n$   
 $\left| \begin{array}{l} q \leftarrow q + 1 \text{ if } |EEE_k - Ee_k| < 10^6 \\ EEE_k \leftarrow Ee_k \end{array} \right.$   
break if  $q = 2 \cdot n \cdot z - n$   
 $CC \leftarrow A_1 M + A_2 \cdot (KK - KK\Gamma + Kkkkk)$   
 $ccc \leftarrow \left( M \cdot \frac{1}{\Delta t} + CC \cdot \frac{1}{2} \right)^{-1} \cdot \left[ [Pp - (KK - KK\Gamma) \cdot a] \cdot \Delta t + M \cdot \frac{2 \cdot a - b}{\Delta t} + CC \cdot \frac{b}{2} \right]$   
 $lc3_1 \leftarrow \sqrt{[ccc_{6 \cdot n \cdot (z-2)+49}]^2 + [ff_1 - ff_4 + ccc_{6 \cdot n \cdot (z-2)+50}]^2 + [rr_1 + rr_4 - ccc_{6 \cdot n \cdot (z-2)+51}]^2}$   
 $lc3_3 \leftarrow \sqrt{[ccc_{6 \cdot n \cdot (z-2)+1}]^2 + [ff_1 - ff_4 + ccc_{6 \cdot n \cdot (z-2)+2}]^2 + [rr_1 + rr_4 + ccc_{6 \cdot n \cdot (z-2)+3}]^2}$   
 $lc3_2 \leftarrow \sqrt{[rr_1 + rr_4 - ccc_{6 \cdot n \cdot (z-2)+73}]^2 + [ff_1 - ff_4 + ccc_{6 \cdot n \cdot (z-2)+74}]^2 + [ccc_{6 \cdot n \cdot (z-2)+75}]^2}$   
 $lc3_4 \leftarrow \sqrt{[rr_1 + rr_4 + ccc_{6 \cdot n \cdot (z-2)+25}]^2 + [ff_1 - ff_4 + ccc_{6 \cdot n \cdot (z-2)+26}]^2 + [ccc_{6 \cdot n \cdot (z-2)+27}]^2}$   
 $Kkkkkk \leftarrow 0$   
for  $k \in 1..4$   
 $Kkkkk \leftarrow KL3_k + Kkkkkk \text{ if } \frac{2 \cdot (lc3_k - 2 \cdot lb3_k + la3_k)}{\Delta t^2} > a0 \wedge \frac{2 \cdot (lc3_k - la3_k)}{2 \cdot \Delta t} > 0$   
 $nn \leftarrow 0$   
for  $gg \in 1..6 \cdot n \cdot (z - 1) + 6$   
 $\left| \begin{array}{l} (xxul_{gg,r}) \leftarrow ccc_{gg} \\ b_{gg} \leftarrow a_{gg} \\ a_{gg} \leftarrow ccc_{gg} \\ nn \leftarrow nn + 1 \text{ if } ccc_{gg} > 1 \end{array} \right.$   
break if  $nn > 0$   
for  $gg \in 1..2 \cdot n \cdot z - n$   
 $\left| \begin{array}{l} (xxx_{gg,r}) \leftarrow Ee_{gg} \\ (xxxx_{gg,r}) \leftarrow \sigma_{gg} \end{array} \right.$   
 $x1_1 \leftarrow xxul$   
 $x1_2 \leftarrow xxx$   
 $x1_3 \leftarrow xxxx$

**Общество с ограниченной ответственностью «Проект58»**

440009, г. Пенза, ул. Злобина, д.51А, Пом. 1

ОГРН 1195835018807, ИНН 5834124972, КПП 583401001

Утверждаю

Директор ООО «Проект 58»

Иванов Ю.Р.

**АКТ****внедрения результатов диссертационной работы  
Чуманова Александра Васильевича**

Настоящим актом подтверждается использование результатов диссертационной работы А.В. Чуманова «Разработка способов гашения колебаний стальных куполообразующих и прямоугольных каркасов зданий и сооружений» при проектировании связей стального каркаса производственного здания цеха железобетонных изделий по объекту «Промышленный комплекс по производству железобетонных изделий на территории г.Заречный Пензенской области», расположенный на земельном участке с кадастровым № 58:34:0010134:441

Наличие в цехе крупногабаритного динамического оборудования может вызывать колебания колонн стального каркаса. Предложенная А.В. Чумановым тросовая система односторонних демпфирующих связей обеспечивает снижение уровня колебаний колонн, повышая тем самым механическую безопасность эксплуатации здания цеха, улучшая живучесть и надёжность строительных конструкций.

Главный конструктор ООО «Проект58»

Иванов Г.Р.

27.12.2022